יצחק שלו & אתי עוזרי

# מדריך למורה

# מתמטיקה לכיתה י"א

# אשכול התמצאות במישור ובמרחב

**תוכן העניינים**

## מבוא

אחת המטרות של מערכת החינוך היא להכשיר את הבוגרים להתמודד עם המורכבות של החברה בה הם חיים. מקצוע המתמטיקה הוא רכיב חיוני בהכשרה זו הן בידע, והן במיומנויות הנדרשים להתמודדות זו.
תכנית זו מיועדת לתלמידים שהצורך שלהם במתמטיקה הוא בעיקרו יישומי. המתמטיקה חיונית גם בחיי היום-יום, וגם במגעים החברתיים והכלכליים בחברה המודרנית.

## רציונל

האזרחים בחברה המודרנית מוצפים במידע בעל אופי מורכב, ולכן זקוקים לכלים שישפרו את יכולת האבחנה והשיפוט שלהם באשר לאיכות המידע והפרשנויות הנלוות לו. למתמטיקה תפקיד מרכזי בקליטת המידע, ניתוחו, והסקת מסקנות, ויש צורך בתובנות מתמטיות כדי להתמודד אתו.
תכנית לימודים זו מתבססת על ראייה תפקודית-יישומית, שמטרתה להדגיש את זיקת הלימודים לחיי המעשה. תכנית זו מתמקדת בנושאים מרכזיים ורלוונטיים למציאות חייו ולצרכיו של הלומד כמו כלכלה, פיננסים, תהליכים חברתיים, ותופעות חברתיות ומדעיות, והתמצאות במישור ובמרחב.
מטרה חשובה של התוכנית תהיה להגיע גם אל התלמידים שמתקשים בפרקים פורמאליים מתקדמים במתמטיקה, וליצור אצלם עניין ותחושת רלוונטיות של המתמטיקה.
במסלול זה תוכנית הלימודים שמה דגש מועט יחסית על מתמטיקה פורמאלית (כגון מניפולציות אלגבריות).
התוכנית מבוססת על "מתמטיקה בחיי היומיום" ועל רעיונות הקרובים לגישה של "מתמטיקה בהקשרים מציאותיים" של מכון פרוידנטאל ההולנדי.
מושם דגש על תובנה מספרית, מילולית וגרפית; הבנה ועיבוד מידע; תובנה גיאומטרית; עיסוק באי-וודאות, ותכלול מידע מצומצם של חישובים.

**תחומי התוכן המתמטי בהם מתמקדת התכנית**

<u>התחום הכמותי</u>: חשבון ואחוזים, חשבון ואלגברה של ביטויים ליניאריים, ריבועיים ומעריכיים, שאלות מילוליות בחשבון ובאלגברה.

<u>התחום הגיאומטרי-צורני</u>: הכרת צורות במישור, גופים במרחב ותכונותיהם, חישובים גיאומטריים וטריגונומטריים במישור ובמרחב, שאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשים ידע גיאומטרי וטריגונומטרי.

<u>השתנות ויחסים</u>: פונקציות, חיוביות ושליליות, עלייה וירידה, קריאת גרפים וסרטוט גרפים, פונקציות ליניאריות, ריבועיות ומעריכיות, ושאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשות ידע עליהן.

<u>אי-ודאות וסטטיסטיקה</u>: הסתברות קלאסית וסטטיסטיקה בסיסית (מדדי מרכז, מדדי פיזור, התפלגות נורמאלית).

מטרות העל של התכנית

לימוד המתמטיקה במסלול זה מיועד להשגת המטרות הבאות:

- ♣ עיצוב תפיסת המתמטיקה כשפה אוניברסאלית שבאמצעותה ניתן לתאר תהליכים כלכליים וחברתיים, כאמצעי לבניית מודלים שמתארים תופעות בתחומי חיים שונים של האזרח.
- ♣ פיתוח חשיבה לוגית, ההכרחית להבנת התופעות החברתיות והכלכליות, הכוללת ביקורתיות, דיוק, ודבקות במטרה.
- ♣ הכרת תפקידה של המתמטיקה בחיי היום-יום, החברה, והכלכלה.
- ♣ רכישת כלים מתמטיים שיעזרו לבוגר מערכת החינוך ללמוד מקצועות נוספים כגון מדעי הסביבה, גיאוגרפיה וכולי.
- ♣ הקניית בסיס אורייני-מתמטי אשר עליו ניתן לבנות הכשרה עתידית, שאיננה מסתמכת על ידע מתמטי פורמאלי.

## עקרונות התכנית

גישה אוריינית: טיפוח אוריינות מתמטית, הכוללת דרכי התבטאות בייצוגים חזותיים, כמותיים ומילוליים, ושילוב ביניהם על מנת לפתח יכולות עיבוד מידע, וקבלת החלטות מושכלות.

רלוונטיות: מטרה מרכזית של התוכנית היא להביא למודעות של התלמידים כי לתובנות המתמטיות ערך חשוב עבורם להבנת העולם הסובב אותם, לחיי היומיום, ולצייד אותם בכלים מתאימים להבין עולם זה ולתפקד בו בהבנה וביעילות. יצירת רלוונטיות לתלמידים הופכת את הלמידה לאפקטיבית עבורם ועשויי לסייע ביצירת עניין ובהעלאת המוטיבציה ללמידה אצל התלמיד.

גישה ספיראלית: המושגים והתכנים נבנים בצורה הדרגתית תוך הדגשת ערכם היישומי בהקשרים השונים. הספיראליות באה לידי ביטוי הן באמצעות עיסוק חוזר בנלמד בחטיבת הביניים (אם כי מנקודת מבט שונה), והן באמצעות עיסוק בתכנים חדשים הנלמדים בחטיבה העליונה.
היבט נוסף בספיראליות בא לידי ביטוי בשימוש שנעשה באותם כלים מתמטיים, בהקשרים יישומיים שונים, אשר באים לידי ביטוי באשכולות שונים של התוכנית.

עידוד השיח המתמטי: לשיח המתמטי תרומה חשובה בקידום ההבנה של התכנים המתמטיים הנלמדים, ולכן חשוב לאפשר פעילויות ודרכים לעידו השיח.

גיוון דרכי ההוראה: חשוב לגוון את דרכי ההוראה על מנת לענות על צרכים שונים של הלומדים וכדי להתאים ללומדים שונים.

טכנולוגיה: התכנית משלבת את השימוש בכלים טכנולוגיים כאמצעי בהוראה ובלמידה. שימוש מושכל בכלים ממוחשבים שונים יכול לסייע בהבנה של המושגים והתהליכים המתמטיים הנלמדים, ליצור עניין אצל התלמיד, ולקדם את גיוון שיטות הוראת המתמטיקה.

## מבנה התכנית

התוכנית בנויה משלושה אשכולות המייצגים תחומים כלליים בהם למתמטיקה תפקיד מרכזי: האשכול החברתי-מדעי, האשכול הפיננסי- כלכלי, ואשכול של התמצאות במישור ובמרחב.
הצורך לתאם בין השיקולים האורייניים לפיתוח הנושאים המתמטיים מכתיב מבנה דו-ממדי לכל אחד מהאשכולות. הממד האחד הוא של יחידות אורייניות ההולכות ומתפתחות בהדרגה, כשנושאי כל יחידה נבנים על קודמיהם. הממד האחר הוא נושאים ומיומנויות מתמטיים המצטרפים זה לזה בהדרגה ובאופן ספיראלי, כשחלקם מוכרים מחטיבת הביניים וחלקם חדשים.

## אשכול מדעים וחברה

באשכול זה נלמדים התכנים המתמטיים בהקשרים של תופעות מתחומי החברה והמדעים.
עיבוד ופירוש מידע המתאר מצב מציאותי בתחומים שונים של מדעי הטבע והחברה. השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים להבנה בסיסית ולעיבוד סטטיסטי של מידע המתפרסם באמצעי התקשורת, הערכת סיכויים של תרחישים שונים, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים באשכול, יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים המסוגלים לקבל החלטות ולהסיק מסקנות מושכלות לגבי תהליכים ותופעות חברתיות.

## אשכול פיננסי-כלכלי

התכנים המתמטיים באשכול נבחרו בין היתר, משיקולי הרלוונטיות שלהם לצרכים הכלכליים-פיננסיים של התלמידים כבוגרים בחברה.
השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים לנושאים כלכליים-פיננסיים בהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם כבוגרים בחברה כגון: צרכנות, ניהול חשבונות הבית, ניהול תקציב המשפחה, הבנה בסיסית של נתונים פיננסיים בתקשורת, התנהלות מול בנק, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים וצרכנים נבונים.

**<u>אשכול התמצאות במישור ובמרחב</u>**

אשכול זה מתמקד באובייקטים של העולם האמיתי. בעיות שנפתרות באשכול זה ממחישות יישומיות רחבה של גיאומטריה בחיי האדם.

השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורות לשימושים גיאומטריים וטריגונומטריים, שבהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם, כגון חישובי היקפים ושטחים, ריצופים, בניית מסלולים, תכניות בנייה, קנה מידה ומפות, וכדומה. מעבר לכך יושם דגש גם בהפעלת שיקולי כדאיות, לחישוב מהירויות ולפיתוח יכולת של אומדן.

ניתן לקרוא ולראות את עקרונות התוכנית גם האתר המפמ"ר: https://mathematics.education.gov.il

**מבנה הספר**

הספר מחולק לפרקים בהתאם לנושאי הלימוד שלו.

בדרך כלל מחולק כל פרק לתתי-פרקים על פי הנושאים השייכים לאותה יחידת לימוד.

כל פרק כולל הצעה לחלוקה למספר שעות על פי הנחיית מפמ"ר מתמטיקה.

**במסגרות** מופיעים תזכורות, המלצות, דוגמאות פתורות והסברים, כדי לסייע לתלמידים בפתרון התרגילים.

**ההסברים והדוגמאות הפתורות** הם חלק ממערך ההוראה ונלמדים בכיתה עם המורה.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמאות באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר למחשב ולעבור על הפתרון ביחד עם התלמידים.

הצגה ויזואלית זו תעזור לתלמידים להבין טוב יותר את המשימה ואת המסקנות ותחסוך זמן הוראה.

יחד עם זאת, תלמיד שנעדר מהשיעור יכול לעבור בעצמו על הדוגמאות הפתורות על מנת ללמוד באופן עצמאי את שנלמד בכיתה.

**נדגיש!** אם אין אפשרות להקרין על הלוח את הדוגמאות וההסברים, יתמקדו התלמידים בסרטוטים שבספר, והמורה יסביר בעל-פה את הפתרונות או שיעבור עם התלמידים על הפתרונות שבספר.

**התשובות למשימות הפתיחה ולכל התרגילים בספר מופיעות בסוף כל יחידה בספר.**

**נספחים** - בסוף הספר מופיעים נספחים בנושאים שנלמדו בחטיבת הביניים ובכיתה י' ונדרשים ללימוד אשכול זה. השימוש בנספחים הוא לשיקול דעת המורים בהתאם לצורך ולשליטת התלמידים בחומר המופיע בהם.

נספח א' – הגדרות, תכונות, היקפים ושטחים של הצורות הגיאומטריות – נדרש ליחידה ראשונה, שנייה ושלישית.

נספח ב' – המרת יחידות מידה – נדרש ליחידה ראשונה, שנייה ושלישית.

נספח ג' – תכונות של זוויות – נדרש ליחידה שנייה ושלישית.

נספח ד' – תרגול נוסף. מבחר תרגילים לשלוש היחידות של הספר. מיועד לחזרה לקראת מבחן, תרגול נוסף וכו'. השימוש בנספח לפי שיקול דעת המורה.

כל מורה יוסיף בשאלות שבנספח זה סעיפי מדרגה, המתאימים לרמת התלמידים בכיתתו.

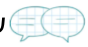
נספחים אלו נועדו לשימוש התלמידים במידת הצורך, ואין להקצות לכך שעות בכיתה.

**<u>הערה</u>**: לאורך הספר שיבצנו ברקודים ((QR), שמציינים את המקור למידע המוצג בו. ביחידות השונות בספר ציינו לגבי חלק מהשאלות את המלצותינו לגבי השימוש בברקוד.

היישומונים הם העשרה והרחבה ואנו משאירים לשיקול דעת המורים, אם לשלב אותם בהוראה בכיתה, או בבית בהתאם לרמת הכיתה ולזמן המוקצב להוראת הנושא.

**מקרא**

משימת פתיחה בדרך כלל בתחילת לימוד יחידה, במטרה ליצור עניין, צורך ומוטיבציה ללימוד הנושא. משימה זו היא חובה להוראה בכיתה.

שאלה לדיון <u>בכיתה</u> - בקבוצות או בשיח כיתתי, בהדרכת המורה. בשאלות הללו נדרשת הכוונה של המורה באמצעות שאלות מנחות, על מנת לפתור אותן. במידת הצורך הדיון יוביל לדרכי פתרון נוספות. אנו ממליצים לפתור את כל השאלות המסומנות בסימון זה בכיתה.

שאלה/סעיף חשיבה. שאלה/סעיף בדרגת חשיבה גבוהה, לפתרון בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. השאלות או הסעיפים הללו דורשים התייחסות, ותשומת לב מיוחדת, וייתכן והמורה יחליט לא ללמדם בכיתות מסוימות (תלמידים מתקשים, כיתת מב"ר...).

שאלה שבה מופיע קוד QR (יש להוריד לטלפון הנייד אפליקציה לקריאת הקוד), שמקשר ליישומון, סרטון, או מידע נוסף, בדרך כלל לצורך העשרה, המחשה וגיוון ההוראה, כמתבקש מתוכנית הלימודים של משרד החינוך.

הערכה חלופית. פעילות במדריך שיכולה לשמש כהערכה חלופית לתלמידים.

**<u>מדריך למורה</u>**

אנו ממליצים שההסברים הארוכים והדוגמאות הפתורות שבספר יוקרנו על מסך או על הלוח באמצעות ברקו.
המורה ייתן הסבר בעל-פה מבלי לקרוא את כל המלל שבספר. את המלל הארוך נמליץ לתלמידים לקרוא בבית כהכנה לפתרון התרגילים, שניתנו כשיעורי בית, או לתלמיד שנעדר מהשיעור.
**בכיתות בהן יש תלמידים מתקדמים** אין צורך להראות את כל דרך הפתרון, אלא רק את הכללים או העקרונות עליהם מתבססים בפתרון התרגיל.
**בכיתות מתקשות** ניתן לדלג על חלק מסעיפי התרגיל במידה והם קשים מדי.
את הסיכומים ו/או ההערות מומלץ לקרוא בכיתה עם התלמידים.
במדריך למורה יש פתרונות למרבית התרגילים, דרכים שונות לפתרון (במידת האפשר) והנחיות לעבודה בכיתות מתקשות, או בכיתות מתקדמות.
לעיתים אנו מציעים במדריך משימות פתיחה שונות, וכן שימת דגש לטעויות נפוצות.
במדריך יש סרטונים ויישומונים, שאינם מופיעים בספר לתלמיד, והם ניתנים כהרחבה לפי שיקול דעת המורה בהתאם לרמת כיתתו.
בחלק מן הפרקים אנו מציעים מטלות להערכה חלופית.
בסוף כל יחידה יש **מאגר שאלות** בשתי רמות המסכם את החומר הנלמד.
המאגר הרגיל מיועד לתלמידים הרגילים והמתקשים (אתגר, מב"ר חינוך מיוחד) המאגר המורחב מיועד לתלמידים מתקדמים.
תרגילים אלו מיועדים לבניית מבדקים/מבחנים למורה או כתרגול נוסף לתלמידים, ולא לתרגול שוטף.

באתרינו, בקטגוריה החטיבה העליונה – כיתה י"א תוכנית חדשה תופיע תוכנית לארגון ההוראה בשתי רמות (לתלמידי 3 יחידות לימוד הרגילים, ולתלמידי 3 יחידות לימוד מתקשים יותר) הכוללת המלצות לגבי תרגול בכיתה ותרגילי בית.
התוכנית לארגון ההוראה מצורפת גם למדריך למורה כקובץ נפרד.

מספר השעות המוקצה לאשכול זה הוא 40 שעות.

**<u>אתרים</u>**

מאגרי תרגילים (בכמה רמות) לצורך הרכבת מבדקים, מבחנים ודפי עבודה יופיעו באתרנו: http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "פינת המורה". הכניסה ל"פינת המורה" מותנית בשימוש בסיסמה, הניתנת למורה, כדי למנוע כניסת תלמידים למאגר שאלות זה.

**(מאגרי התרגילים יופיעו לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר).**

אנו ממליצים להיכנס לאתרים הבאים לצורך הורדת חומרי לימוד נוספים, שיסייעו לכם במהלך ההוראה בכיתה:

√ אתר מפמ"ר מתמטיקה במשרד החינוך.
√ אתר לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים במשרד החינוך.
√ אתר מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי.
√ אוניברסיטת קאהן: www.hebrewkhan.org.

המדריך למורה יופיע **(לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר)** באתרנו: http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "חטיבה עליונה"

מצורף קישור לאתר מפמ"ר – למסמך תכנית הלימודים החדשה של י"א 3 יח"ל, אשכול מדעים וחברה – בקובץ זה ניתן לקרוא את ההדגשים שניתנים בתכנית החדשה, ואת הדוגמאות המוצעות בכל פרק.

| |
|---|
| שימו לב ! אין לכתוב ולסרטט בתוך ספר הלימוד, אלא רק במחברת |

# אשכול התמצאות במרחב – כיתה י"א

לאורך כל היחידה יידרש שימוש בתכונות ובנוסחאות לחישוב היקף ושטח של הצורות הגיאומטריות הבאות:

משולשים (כללי, משולש שווה-שוקיים – כולל שווה-צלעות, משולש ישר-זווית).

מרובעים (מקביליות – כולל מקביליות מיוחדות: מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז – כולל טרפז שווה-שוקיים, דלתון).

מעגל.

לכן, יש לערוך חזרה על התכונות והנוסחאות הללו.

**<u>יחידה ראשונה: יחס ופרופורציה בהקשר אורייני - כולל קנה מידה</u>**

יחידה זו מטרתה להציג את המושגים יחס ופרופורציה, ולהראות את היישומים שלהם: בהקשר של קנה מידה (ביחידה זו), ובהקשר של דמיון משולשים (ביחידה הבאה).

יחידה זו מהווה מבוא לפרק של דמיון משולשים.

**<u>יחידה שנייה: דמיון משולשים בהקשר אורייני</u>**

הגדרה אינטואיטיבית של דמיון.

דמיון משולשים – הגדרה, משפט דמיון – זווית, זווית, זווית.

תכונות משולשים דומים – כולל היקפים ושטחים.

**<u>יחידה שלישית: שימוש בטריגונומטריה בהקשר אורייני</u>**

הגדרת סינוס, קוסינוס וטנגנס במשולש ישר-זווית.

חישוב: צלעות וזוויות, היקפים ושטחים של צורות גיאומטריות המתפרקות למשולשים – תוך שימוש בטריגונומטריה, יחס, דמיון ומשפט פיתגורס.

# יחידה ראשונה: יחס ופרופורציה – כולל קנה מידה, בהקשר אורייני

**<u>תכנים הנלמדים ביחידה זו:</u>**

יחס

פרופורציה

קנה מידה

המרת יחידות.

**<u>תכנים נלווים ליחידה זו:</u>**

פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.

**<u>דוגמאות להקשרים אורייניים</u>**

שימוש במפות לחישוב מרחקים במציאות.

**<u>מטרות כלליות:</u>**

1. התלמיד יבין מהו יחס בין שני גדלים או יותר, בהקשר האורייני המוצג בשאלה.
2. התלמיד ייחשף לייצוג של יחס באופן מילולי ולייצוגו באופן סימבולי, ולמעבר ביניהם.
3. התלמיד יבין מהי פרופורציה.
4. התלמיד יבין את המשמעות של קנה מידה.
5. התלמיד יבין כיצד משתמשים ביחס, פרופורציה ובקנה מידה לפתרון שאלות מחיי היום יום.

**<u>מטרות אופרטיביות</u>**:

1. התלמיד יידע להצביע על משמעות היחס בהקשר אורייני.
2. בהקשר אורייני, התלמיד להציג את היחס – כולל מעבר מייצוג יחס שח שני גדלים או יותר באופן מילולי, לייצוגו באופן סימבולי, ולהיפך: מייצוג יחס באופן סימבולי, לייצוגו באופן מילולי – תוך התאמה של כל גודל במילולי, לגודל המוצג באופן סימבולי.
3. התלמיד יידע להצביע על משמעות הפרופורציה בהקשר אורייני.
4. בהקשר אורייני, בהינתן פרופורציה, התלמיד יידע לחשב את הערך החסר בפרופורציה.
5. בהקשר אורייני, בהינתן יחס בין יותר משני גדלים, ונתונים נוספים, התלמיד יידע למצוא את הערכים החסרים.
6. בהקשר אורייני, בהינתן ערך השלם ויחס החלוקה שלו, התלמיד יידע לחשב את הערך של החלקים שלו.
7. בהינתן קנה מידה של סרטוט/מפה/תמונה ואחת המידות, התלמיד יידע להשתמש בפרופורציה על מנת לחשב את המידות החסרות.
8. התלמיד יידע להמיר יחידות בהתאם לנדרש בהקשר האורייני.
9. התלמיד יידע לאמוד אורכים.

# יחידה ראשונה

## יחס, פרופורציה וקנה מידה

ביחידה זו נציג את המושגים יחס ופרופורציה, ולהראות את היישומים שלהם בהקשר של קנה מידה (ודמיון משולשים בהמשך).
נושאים אילו נלמדו בחטיבת הביניים. ביחידה זו אנו חוזרים ומעמיקים בהם, בהקשר אורייני.
ביחידה זו ייעשה שימוש בנושאים הבאים:

- תכונות היקף ושטח של הצורות הגיאומטריות הבאות:
  משולשים – משולש כללי, משולש שווה-שוקיים (כולל משולש שווה-צלעות), משולש ישר-זווית.
  מרובעים – מקבילית, מלבן, מעוין, ריבוע, טרפז (כולל טרפז שווה-שוקיים), ודלתון.
  מעגל ועיגול (ראו נספח א').
- המרת יחידות (ראו נספח ב').
- פתרון משוואות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה.

מספר השעות המוקדש ליחידה זו: **9 שעות**

**משימת פתיחה עמוד 2**

נתונות שלוש מסגרות, התלמידים נדרשים למצוא את התכונה המשותפת בכל אחת מהמסגרות.
ניתן להגיע לכיתה עם מלבנים מנייר, מפל, סול וכדומה, שלהם תכונה זו (האורך גדול פי 2 מהרוחב).
ניתן לבקש מהתלמידים לסרטט על הלוח מלבן עם אותה תכונה (לפני ש"מגלים" אותה).

## יחס

בפרק זה נעסוק בהבנת מושג היחס בעיקר בהקשר האורייני.
יחס הוא מושג מפתח במדעים, תעשייה, רפואה, רוקחות, ספורט, מזון, וכו'.
היחס עוסק בקשר שבין כמויות שונות.
מספר השעות המוקדש לפרק זה: **3 שעות.**

**תזכורת עמוד 3**

יחס הוא המנה של שני מספרים (גדלים או כמויות) חיוביים, ומשמש להשוואה בין שני הגדלים.
יחס רושמים כשבר פשוט: $\frac{3}{4}$, או כפעולת חילוק: $4 : 3$ – היחס בין 3 ל – 4.

**דוגמה פתורה – יחס בין מספרים, עמודים 3, 4**

בדוגמה יש שני חלקים. בחלק הראשון יש מלל, ואנו מתרגמים אותו לשפת המתמטיקה (צורת כתיבה של יחס), בחלק השני יש יחס נתון, ואנו מתרגמים אותו למלל.
חשוב לעבור עם התלמידים על ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.

**תרגיל 1 עמוד 4**

התלמידים נדרשים להביא דוגמאות מחיי היומיום שבה משתמשים ביחס.
למשל, מינון של תרופה ביחס למשקל גוף או ביחס לגיל, הקטנת ממדים של סרטוט דירה, חלוקת הכנסות ביחס להשקעה וכו'.

**תרגיל 2 עמוד 4**

התלמידים נדרשים להחליט באיזו תמונה נשמר היחס המקורי (בין אורך לרוחב התמונה).

**תרגיל 3 עמוד 5**

סעיף א': משמעות המידע: היחס בין אורך התמונה (הצלע הארוכה) לרוחב התמונה (הצלע הקצרה) הוא $3 : 4$. לחילופין ניתן לומר כי היחס בין הצלע הקצרה לצלע הארוכה הוא $4 : 3$.

התמונה המוצגת בצורה הטובה ביותר היא תמונה ב', בה נשמר היחס.
סימני אי- השוויון בתמונות א' ו – ג' מציינים כי אורך הצלע גדול/קטן מהיחס המקורי.
סעיף ב': ממדי תמונה ב' יכולים להיות 8 X 6 ס"מ, 12 X 9 ס"מ וכו'. ממדי תמונה א' השאירו את האורך המקורי נניח 4 ס"מ, והקטינו את הרוחב המקורי (במקום 3 ס"מ נניח 2 ס"מ). ממדי תמונה ג' השאירו את הרוחב המקורי נניח 3 ס"מ והקטינו יתר על המידה את האורך המקורי (במקום 4 ס"מ נניח 2.5 ס"מ).

**תרגיל 4 עמוד 5**
בכיתות מתקדמות ניתן להגדיר את אורך כל צלע של המשולש הקטן ב – a, ולכן אורך כל צלע של המשולש הגדול היא 3a (בכיתות מתקשות ניתן להגדיר גודל מספרי).
סעיף א': היחס בין אורך הצלע של המשולש הקטן למשולש הגדול הוא 3 : 1 (לזכור: המלל בעברית הוא מימין לשמאל, את היחס רושמים משמאל לימין).
סעיף ב': היחס בין אורך הצלע של המשולש הגדול לצלע של המשולש הקטן הוא 1 : 3.

**תרגיל 5 עמוד 5**
סעיף א': במגרשים I ו – IV הממד הגדול (האורך) גדול פי 2 מהממד הקצר (הרוחב).
סעיף ב': מגרש I: היחס 2 : 1, מגרש II: היחס 23 : 15 (לא ניתן לצמצם), מגרש III: 16 : 16 משמע יחס של 1 : 1, גדלים שווים, מגרש IV: היחס 2 : 1.

**תרגיל 6 עמוד 6**
סעיף א': ממדי $A_0$ הם 1189 X 841 מ"מ, ממדי $A_3$ הם 421 X 297 מ"מ, ממדי $A_4$ הם 298 X 210 מ"מ, ממדי $A_5$ הם 211 X 148 מ"מ.
סעיף ב': את הממדים לא ניתן לצמצם, פשוט רושמים את היחס כפי שנרשם.
אם מעגלים (בקירוב) נקבל שהיחס הוא בערך 1.4.
סעיף ג': יחס השטחים: 2 : 1.
סעיף ד': ההסבר כאן ויזואלי, ואין צורך להציג לחשב כאן שטחים, בערך 8 ניירות.

**תרגיל 7 עמוד 6**
סעיף א': היחס בין אורך מסלול הרכיבה לאורך מסלול ריצה הוא 1 : 4 משמע, חלק הרכיבה ארוך יותר.
סעיף ב': בטריאתלון הילדים היחס נשמר, 1 : 4 = 2 : 8.

**תרגיל 8 עמוד 7**
סעיף א': משמעות היחס 1 : 1 הוא ששני הגדלים שווים.
סעיף ב': אם אורכי הצלעות של המעוין והריבוע שווים, משמע גם ההיקפים שווים.

**תרגיל 9 עמוד 7**
סעיף א': מדד צפיפות הכבישים בשנת 2018: 120 : 191.
סעיף ב': מדד צפיפות הכבישים בשנת 2019: 121 : 197.
סעיף ג': מדד צפיפות הכבישים בשנת 2019 גדול יותר.

**תרגיל 10 עמוד 7**
חשיבות רבה בתרגיל זה היא אחידות המידות.
סעיף א': אורך הממד הקצר הוא 450 ס"מ = 4.5 מ'.
סעיף ב': היחס בין אורכי הצלעות הוא 5 : 3 = 750 : 450, או 3 : 5.
סעיף ג': היחס יישמר גם אם נמיר את המידות למטרים (ניתן לבדוק).
סעיף ד': אם נתבונן ביחס המצומצם, בכל הכפלה של המונה והמכנה באותו מספר (השונה מ – 0) יתקבל מגרש שממדיו באותו יחס למשל, 50 X 30, 1500 X 900, 20 X 12....
בכיתות מתקשות ניתן לוותר בשלב זה על סעיף ד'.

**תרגיל 11 עמוד 8**
סעיף א': היחס הוא 8 : 11 = 160 : 220.
סעיף ב': דגל א', 8 : 11 = 72 : 99, דגל ב', 16 : 33 = 112 : 231, דגל ג', 11 : 12 = 198 : 216.
סעיף ג': רק בדגל א' נשמר היחס.
סעיף ד': בדגל ב' היחס גדול יותר.
סעיף ה': בדגל ג'.

**תרגיל 12 עמוד 8**
סעיף א': משולש (1): $3^2 + 4^2 = c^2$, $c = 5$ (הפתרון השלילי נפסל), 5, 5, 6, משולש (2): 6, 6, 6,
משולש (3): $3^2 + 4^2 = c^2$, $c = 5$, $4^2 + 6^2 = c^2$, $c = 7.21$, 9, 5, 7.21 מ'.
סעיף ב': משולש (1): 16 מ', משולש (2): 18 מ', משולש (3): 21.21 מ'.
סעיף ג': היחס בין היקף משולש (2) להיקף משולש (1): 8 : 9 = 16 : 18.
סעיף ד': נחשב תחילה את שטח כל משולש, משולש (1): 12 מ"ר, משולש (2): (יש לחשב תחילה את הגובה) 15.6 מ"ר, משולש (3): 18 מ"ר. יחס השטחים של 3 : 2 הוא בין משולש (1) למשולש (3).

**הידעתם עמוד 9**
מהו פיקסל?

**תרגיל 13 עמוד 9**
בדיון נדגיש כי גם אפשרות ב' וגם אפשרות ג' מתאימים למספר הפיקסלים במסך 4K, אך רק אפשרות ב' היא המתאימה ליחס 9 : 16.

**תרגיל 14 עמוד 9**
סעיף א': (1) תמונה א', היחס 851 : 315, תמונה ב', היחס 1 : 1 = 160 : 160, תמונה ג', היחס 3 : 2 = 111 : 74.
(2) משמעות היחס בתמונה ב' הוא שאורך המסך שווה לרוחבו (ריבוע).
(3) היחס הגדול ביותר הוא בתמונה ב'.
סעיף ב': היחס הוא 37 : 80 = 74 : 160.

**דוגמה פתורה – חלוקה ביחס נתון, עמודים 9 - 11**
**הגדרה**: חלוקה ביחס נתון.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
**בכיתות מתקדמות** ניתן לוותר על פתרון המשוואה, משמע להציג את המשוואה ואת הפתרון.
שימו לב! בספר מוצגות שתי דרכי פתרון באמצעות משוואה עם נעלם או בדרך חישוב.
בכיתות מתקשות המורה יבחר את השיטה שלדעתו מתאימה ביותר לרמת תלמידיו.

**תרגיל 15 עמוד 12**
שימוש בנעלם: $2x + 3x = 35$, $x = 7$. אורך כביש האספלט 14 ק"מ, אורך כביש העפר 21 ק"מ.
ללא שימוש בנעלם: החלק היחסי של כביש האספלט הוא $\frac{2}{5}$, התרגיל: $\frac{2}{5} \cdot 35 = 14$.

**תרגיל 16 עמוד 12**
שימוש בנעלם: $9x + 5x = 7$, $x = 0.5$. אורך החלק המחבר בין הממטרות 4.5 מ', אורך החלק המחבר בין הטפטפות הוא 2.5 מ'.
ללא שימוש בנעלם: החלק היחסי של החלק המחבר בין הממטרות הוא $\frac{9}{14}$, התרגיל: $\frac{9}{14} \cdot 7 = 4.5$.

**תרגיל 17 עמוד 12**
סעיף א': שימוש בנעלם: $7x + 2x = 720$, $x = 80$. אורך הדרך הסלולה 560 מ', אורך שביל העפר 160 מ'.

ללא שימוש בנעלם: החלק היחסי של הדרך הסלולה הוא $\frac{7}{9}$, התרגיל: $560 = 720 \cdot \frac{7}{9}$.
סעיף ב': אורך הדרך הסלולה 200 מ', אורך שביל העפר 160 מ' היחס 4 : 5 = 160 : 200.

**תרגיל 18 עמוד 12**

סעיף א': (1) אורך הצלע הארוכה גדול פי 2 מאורך הצלע הקצרה,
(2) אורך הצלע הקצרה הוא מחצית מאורך הצלע הארוכה.
סעיף ב': שימוש בנעלם: 2x + x = 27, x = 9. אורך הצלע הארוכה 18 מ', אורך הצלע הקצרה 9 מ'.
שימו לב **לטעות אפשרית**: 2x + x = 56 השתמשו בהיקף המגרש ולא במחציתו.
ניתן כמובן לרשום 2x + x + 2x + x = 56.
ללא שימוש בנעלם: החלק היחסי של הצלע הארוכה הוא $\frac{2}{3}$, התרגיל: $18 = 27 \cdot \frac{2}{3}$.
סעיף ג': השטח 162 מ"ר.

**תרגיל 19 עמוד 13**

סעיף א': 2x + 3x = 200, x = 40. אורך השולחן 120 ס"מ, רוחב השולחן 80 ס"מ.
סעיף ב': שטח השולחן 9,600 סמ"ר.

**תרגיל 20 עמוד 13**

סעיף א': נרשום משוואה: $x \cdot 3x = 6.75$, $3x^2 = 6.75$, $x^2 = 2.25$, $x = 1.5$ (פסלנו את הפתרון השלילי).
ממדי הלוח: 1.5 מ' X 4.5 מ'.
סעיף ב': נחשב את ההיקף: 2(4.5 + 1.5) = 12, אורך הפס 12 מ'.

**תרגיל 21 עמוד 13**

סעיף א': (1) היחס הוא 3 : 1.
(2) נרשום משוואה: x + 3x = 300, x = 75, AO = 75, OC = 225.
סעיף ב': בדלתון האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני , ולכן OB = 90. היחס 6 : 5 = 90 : 75.
סעיף ג': (1) האלכסון הראשי מחלק את הדלתון לשני משולשים חופפים (צלע, צלע, צלע), ולכן היחס 1 : 1.
(2) שטח משולש ADB הוא 6750 מ"ר, שטח משולש BDC הוא 20,250 מ"ר.
היחס 3 : 1 = 20250 : 6750.
**בכיתות מתקדמות** ניתן לשאול: האם היה ניתן לדעת כי שטח משולש BDC גדול פי 3 משטח משולש ABD?
התשובה: כן. אורך הבסיס בשני המשולשים שווים (מותר להשתמש במילה בסיס כי זהו משולש שווה-שוקיים)
ואילו הגובה לבסיס במשולש BDC גדול פי 3 מהגובה לבסיס במשולש ABD.
ניתן להראות זאת גם באמצעות יחס: $\frac{1}{3} = \frac{BD \cdot X}{BD \cdot 3X} = \frac{\frac{BD \cdot AO}{2}}{\frac{BD \cdot OC}{2}} = \frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta BDC}}$.

**תרגיל 22 עמוד 13**

סעיף א': משמעות היחס הוא שאורך צלע המתחם הציבורי גדולה פי 3.5 מאורך צלע ערוגת הפרחים.
סעיף ב': לא ניתן לקבוע את אורך המתחם או את אורך הערוגה.
**בכיתות מתקשות**, בקשו מהתלמידים לבחור את אורך צלע ערוגת הפרחים כמספר זוגי.
למשל, 40 מ', 120 מ' וכו'. נניח שבחרנו ב – 40 מ', אזי אורך צלע המתחם הוא 140 מ'.
סעיף ג': שטחו 5,600 מ"ר (על-פי הגודל שבחרנו).

**דוגמה פתורה – יחס בין שלושה מספרים, עמוד 14**

בדוגמה הפתורה אנו מוצאים גדלים של זוויות בהתאם ליחס נתון בין שלושה מספרים.
תהליך הפתרון זהה לפתרון באמצעות נעלם ובניית משוואה כמו יחס בין שני גדלים.
ניתן למצוא את הגודל הרצוי גם בפתרון ללא נעלם.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על פתרון המשוואה, משמע להציג את המשוואה ואת הפתרון.
שימו לב! בספר מוצגות שתי דרכי פתרון באמצעות משוואה עם נעלם או בדרך חישוב.
בכיתות מתקשות המורה יבחר את השיטה שלדעתו מתאימה ביותר.

**תרגיל 23 עמוד 15**

סעיף א': נרשום משוואה: $x + 2x + 3x = 180$, $x = 30$. זוויות המשולש: $30^0$, $60^0$, $90^0$.

סעיף ב': התקבל משולש ישר-זווית (בכיתות מתקדמות ניתן להזכיר כי מדובר במשולש ישר-זווית מיוחד, ונזכיר גם את תכונותיו).

**תרגיל 24 עמוד 15**

נרשום משוואה: $4x + 5x + 6x = 30$, $x = 2$, ממדי פרוסת העוגה: 8ס"מ, 10ס"מ, 12ס"מ.

**תרגיל 25 עמוד 15**

סעיף א': נרשום משוואה: $7x + 24x + 25x = 336$, $x = 6$. ממדי החלון: 42 ס"מ, 144ס"מ, 150ס"מ.

סעיף ב': כדי לקבוע האם המשולש ישר-זווית, יש לבדוק האם משפט פיתגורס מתקיים, משמע $a^2 + b^2 = c^2$.

נבדוק: $42^2 + 144^2 \stackrel{?}{=} 150^2$, התשובה: כן.

סעיף ג': ניצבי המשולש הם 42 ס"מ ו – 144 ס"מ, שטח החלון: 3,024 סמ"ר.

**תרגיל 26 עמוד 15**

סעיף א': $AD = X$, $BD = 2X$, $CD = 3X$, $S_{\Delta ABD} = \frac{x \cdot 2x}{2} = x^2$, $S_{\Delta BDC} = \frac{3x \cdot 2x}{2} = 3x^2$.

סעיף ב': נרשום משוואה: $3x^2 + x^2 = 9$, $x^2 = 6.25$, $x = 1.5$. גובה החדר 3 מ'.

**דוגמה פתורה – צורות גיאומטריות מורכבות, עמודים 16, 17**

גינה מלבנית שחולקה למשולש וטרפז.

חישובי גדלים.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על פתרון המשוואה, משמע להציג את המשוואה ואת הפתרון.

**תרגיל 27 עמוד 17**

שטח הרחבה: 72 מ"ר.

בהצעה א' חילקו את הצלע הארוכה ביחס של 2 : 1, משמע אורך ההצללה 4 מ' ואורך הרחבה 8 מ'. אורך הצלע "הקצרה" נשאר זהה 6 מ'. ממדי ההצללה: 6 X 4, ממדי הרחבה ללא הצללה: 8 X 6.

בהצעה ב' חילקו את הצלע הקצרה ביחס של 2 : 1, משמע אורך ההצללה 2 מ' ואורך הרחבה 4 מ'. אורך הצלע "הארוכה" נשאר זהה 12 מ'. ממדי ההצללה: 2 X 12, ממדי הרחבה ללא הצללה: 4 X 12.

**תרגיל 28 עמוד 17**

ננתח את הנתונים: $CD = AB = 48$, $EK = 12$, משמע $DE + KC = 36$.

נרשום משוואה: $4x + 5x = 36$, $x = 4$. DE = 16מ', KC = 20 מ'.

סעיף ב': המרובע ABKE הוא טרפז.

ניתן למצוא את שטח בריכת המבוגרים באמצעות הנוסחה לשטח טרפז: $\frac{(AB+KE)\cdot BC}{2} = \frac{(48+12)\cdot 20}{2} = 600$,

או באמצעות הפחתת שני שטח המשולשים משטח המלבן: $S_{ABKE} = S_{ABCD} - S_{ADE} - S_{BCK}$.

**תרגיל 29 עמוד 18**

בכיתות מתקשות נוסיף אותיות לסרטוט.

סעיף א': שטח הקיר 9 מ"ר.

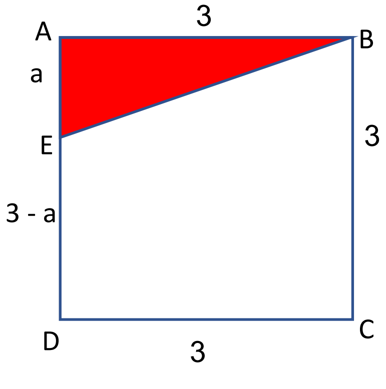
סעיף ב': האפשרות הפשוטה: שטח הריבוע 9 מ"ר.

נרשום משוואה: $x + 5x = 9$, $x = 1.5$.

שטח המשולש 1.5 מ"ר, שטח הטרפז 7.5 מ"ר.

סעיף ג': שטח המשולש: $\frac{3a}{2} = 1.5$, $a = 1$.

צלע המשולש: $1^2 + 3^2 = c^2$, $c = 3.16$, 1, 3, 3.16מ'.



סעיף ד': צלעות הטרפז: 3, 3, 2, 3.16 מ'.
דרך נוספת (לכיתות מתקדמות):
נרשום ביטוי לשטח המשולש: $\frac{3a}{2}$.
נרשום ביטוי לשטח הטרפז: $\frac{(3+3-a)\cdot 3}{2} = \frac{18-3a}{2}$.
נרשום יחס: $\frac{\frac{3a}{2}}{\frac{18-3a}{2}} = \frac{3a}{18-3a} = \frac{1}{5}$.
נפתור ונקבל: a = 1.

**תרגיל 30 עמוד 18**
תרגיל דומה לתרגיל הקודם.
סעיף א': שטח הגינה 400 מ"ר, נרשום משוואה: 3x + 7x = 400, x = 40.
שטח גינת התבלינים 120 מ"ר, שטח עצי הפרי 280 מ"ר.
סעיף ב': נמצא את אורך הניצב השני של גינת התבלינים: $\frac{20a}{2} = 120$, a = 12.
נחשב את אורך היתר בגינת התבלינים: $12^2 + 20^2 = c^2$, c = 23.32.
היקף גינת התבלינים: 23.32 + 12 + 20 = 55.32, היקף עצי הפרי: 23.32 + 20 + 20 + 8 = 71.32.

**תרגיל 31 עמוד 18**
סעיף א': נגדיר את רדיוס המעגל הפנימי ב – x. נרשום יחס: $\frac{x}{2} = \frac{3}{8}$ נפתור ונקבל x = 0.75.
רדיוס המעגל הפנימי הוא 0.75 מ'.
ניתן לרשום גם באמצעות יחס: $\frac{2\cdot\pi\cdot 0.75}{2\cdot\pi\cdot 2} = \frac{0.75}{2} = \frac{3}{8}$.
סעיף ב': היחס בין היקף המפה לקוטרה זהו ה – $\pi$ משמע 3.14, $\frac{2\cdot\pi\cdot 2}{2\cdot 2} = \pi$.
סעיף ג': יחס ההיקף הוא כיחס הרדיוסים, משמע 3 : 8.
סעיף ד': נרשום את היחס בין שטח העיגול הפנימי לשטח המפה: $\frac{\pi\cdot 0.75^2}{\pi\cdot 2^2} = \frac{\frac{9}{16}}{4} = \frac{9}{64}$.

**תרגיל 32 עמוד 19**
סעיף א': רדיוס הכיכר גדול פי $\frac{5}{3}$ מרדיוס המזרקה (פי $1\frac{2}{3}$).
סעיף ב': לא ניתן לחשב את שטח בכיכר אם לא נתון רדיוס הכיכר או המזרקה.
סעיף ג': רדיוס המזרקה 9 מ', כדי לחשב את רדיוס הכיכר נכפול ב- $\frac{5}{3}$ ונקבל 15 מ'.
סעיף ד': נחשב את היחס בין שטח הכיכר לשטח המזרקה: $\frac{\pi\cdot 15^2}{\pi\cdot 9} = \frac{225}{81} = \frac{25}{9}$.
**בכיתות מתקדמות** ניתן לשאול: מה הקשר בין יחס השטחים ליחס הרדיוסים?
תשובה: ריבוע יחס הרדיוסים הוא יחס השטחים.

**תרגיל 33 עמוד 19**
ניתן לערוך דיון בכיתה. נגיע עם ריבועים מוכנים (על נייר משובץ) על מנת להקל על ההמחשה.
בהצעה 1 ובהצעה 2 היחס בין שטח המגורים לבין השטח הירוק הוא 3 : 1.
ניתן להראות זאת בעזרת חישוב או בהמחשה.
הצעה 1: ניתן לחשב את השטחים, או: נגדיר את שטח המגורים ב – a, השטח הירוק הוא 3a, ולכן היחס הוא 3 : 1.
הצעה 2: נחלק את השטח הירוק לשלושה מלבנים שרוחב כל שטח הוא 10 מ'.
ניתן לחשב את השטחים, או: נגדיר את שטח המגורים ב – a, השטח הירוק הוא 3a, ולכן היחס הוא 3 : 1.
הצעה 3: שטח המגורים שווה בדיוק לשטח הירוק. ניתן להסביר כי שטח המגורים (המשולש הלבן) הוא מחצית משטח המגרש הריבועי.

# פרופורציה

בפרק זה נתמקד בזיהוי פרופורציה, בהבנת המשמעות שלה בהקשר לחיי היומיום, ובשימוש בה למציאת נתונים חסרים.
מספר השעות המוקדש לפרק זה **3 שעות.**

**הסבר ודוגמה פתורה עמודים 20, 21**
**הגדרה**: פרופורציה – שוויון בין יחסים.
נתון יחס בין שתי צלעות של תמונה, גודל צלע אחת, ויש למצוא את גודל הצלע השנייה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על פתרון המשוואה, משמע להציג את המשוואה ואת הפתרון.

**תרגיל 34 עמוד 21**
מציאת ערך ה – x בפרופורציות נתונות.

**תרגיל 35 עמוד 21**
נתון היחס בין אורך דרך הכורכר (האיבר השמאלי ביחס – 3) לבין אורך דרך העפר (האיבר הימני ביחס – 4).
נרשום פרופורציה: $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$, x = 6, אורך דרך הכורכר הוא 6 ק"מ.

**תרגיל 36 עמוד 21**
נרשום פרופורציה: $\frac{5}{3} = \frac{20}{x}$, x = 12. אורך הבסיס העליון הוא 12 מ'.

**תרגיל 37 עמוד 22**
נרשום פרופורציה: $\frac{2}{3} = \frac{x}{15}$, x = 10, אורך הצלע הקצרה הוא 10 ס"מ.

**תרגיל 38 עמוד 22**
נרשום פרופורציה: $\frac{\text{עמוד א}}{\text{עמוד ב}} = \frac{x}{3.5} = \frac{2.4}{1.2}$, x = 7, גובה עמוד התאורה הוא 7 מ'.
**בכיתות מתקדמות** ניתן לשאול: האם יכולנו לדעת מראש פי כמה גבוה עמוד תאורה א' מעמוד תאורה ב' מיחס הצל? התשובה כן, גדול פי 2.

**תרגיל 39 עמוד 22**
מהתבוננות בגינה הימנית אנו מניחים כי אורך הצלע הארוכה היא x מ', ואורך הצלע הקצרה 9 מ'.
נרשום פרופורציה: $\frac{8}{x} = \frac{5}{9}$, x = 14.4, אורך הצלע המסומנת ב – x הוא 14.4 מ'.

**תרגיל 40 עמוד 23**
סעיף א': נרשום פרופורציה: $\frac{\text{גובה העציץ}}{\text{קוטר הבסיס}} = \frac{1}{0.6} = \frac{x}{12}$, x = 20, גובה העציץ 20 ס"מ.
סעיף ב': שימו לב! נתון רדיוס ולא קוטר. נרשום פרופורציה: $\frac{\text{גובה העציץ}}{\text{קוטר הבסיס}} = \frac{1}{0.6} = \frac{x}{18}$, x = 30.
סעיף ג': נתון גובה, נרשום פרופורציה: $\frac{\text{גובה העציץ}}{\text{קוטר הבסיס}} = \frac{1}{0.6} = \frac{60}{x}$, x = 36.
סעיף ד': נבחר גובה כלשהו (רצוי כפולות של 10), או קוטר כלשהו (רצוי כפולות של 6).
למשל גובה 40 ס"מ: $\frac{\text{גובה העציץ}}{\text{קוטר הבסיס}} = \frac{1}{0.6} = \frac{40}{x}$, x = 24, למשל קוטר 48: $\frac{\text{גובה העציץ}}{\text{קוטר הבסיס}} = \frac{1}{0.6} = \frac{x}{48}$, x = 80.

**תרגיל 41 עמוד 23**
בדיון נדגיש כי יש מעבר בין יחידות מידה, וכן יש להבחין האם אנו מתייחסים לרדיוס או לקוטר.

סעיף א': היחס המקורי הוא 1 : 2.2, היחס "החדש" הוא 5 : 11. נכפול כל מספר של היחס המקורי ב – 5, ונקבל 5 : 11. משמע, היחס נשמר.

אפשרות נוספת: להשתמש בפרופורציה ולהשתמש בנעלם, למשל $\frac{x}{5} = \frac{2.2}{1}$, x = 11.

סעיף ב': נבדוק באמצעות חילוק: 2.2 ≠ 10 : 24. היחס לא נשמר.

נבדוק באמצעות פרופורציה: $\frac{x}{10} = \frac{2.2}{1}$, x = 22, היחס לא נשמר.

סעיף ג': נרשום: $\frac{33}{x} = \frac{2.2}{1}$, x = 15, רדיוס הבובה 7.5 ס"מ.

טעות אפשרית: הרדיוס 15 ס"מ, בפרופורציה נתון קוטר ולא רדיוס.

סעיף ד': רדיוס 9 ס"מ, משמע הקוטר 18 ס"מ. נרשום: $\frac{x}{18} = \frac{2.2}{1}$, x = 39.6.

**תרגיל 42 עמוד 23**

סעיף א': אורך הצלע הקצרה 100 ס"מ, נרשום: $\frac{100}{x} = \frac{4}{5}$, x = 125. אורך הצלע הארוכה 125 ס"מ.

אורך הצלע הארוכה 100 ס"מ, נרשום: $\frac{x}{100} = \frac{4}{5}$, x = 80, אורך הצלע הקצרה 80 ס"מ.

סעיף ב': פי 1.2.

סעיף ג': 6 : 5 = 12 : 10 = 1.2 : 1.

סעיף ד': נחשב את אורך הצלע הקצרה: $\frac{x}{1.2} = \frac{4}{5}$, x = 0.96. 0.96 מ' שהם 96 ס"מ.

**תרגיל 43 עמוד 24**

רדיוס הסיר הקטן 12 ס"מ, רדיוס הסיר הבינוני 14 ס"מ.

נרשום: $\frac{36}{49} = \frac{\pi \cdot 12^2}{\pi \cdot 14^2} = \frac{\text{שטח סיר קטן}}{\text{שטח סיר בינוני}}$.

סעיף ב': נרשום: $\frac{36}{49} = \frac{\pi \cdot 14^2}{\pi \cdot x^2} = \frac{\text{שטח סיר בינוני}}{\text{שטח סיר גדול}}$ x = 16.33, משמע הקוטר 32.67 ס"מ.

**תרגיל 44 עמוד 24**

נשלים את הטבלה (ראו דפי תשובות).

סעיף א': 36,136 תושבים.

סעיף ב': שטח מדינת ישראל הוא 22,056 קמ"ר.

סעיף ג': השלמת טבלה.

סעיף ד': צפיפות האוכלוסין במדינת ישראל היא 1 : 373, בגוש דן: 1 : 2238.

נחשב את שטח גוש דן: 3400000 : 2238 = 1519.21, שטח גוש דן כ - 1,519 קמ"ר.

**תרגיל 45 עמוד 24**

סעיף א': משמעות היחס היא שלכל ליטר אחד של דלק שי יכול לנסוע 15.2 ק"מ.

סעיף ב': ניתן לחשב באמצעות פרופורציה: $\frac{76}{x} = \frac{15.2}{1}$, x = 5, שי צרך 5 ליטרים של דלק.

סעיף ג': ניתן לחשב באמצעות פרופורציה: $\frac{x}{40} = \frac{15.2}{1}$, x = 608, שי נסע 608 ק"מ.

**בכיתות מתקדמות** ניתן לשאול: האם ניתן להשתמש ביחס אחר לפתרון סעיף זה?

תשובה כן. אם שי נסע 76 ק"מ והשתמש ב – 5 ליטרים של דלק, אזי אם נכפול את 76 ב – 8 נמצא את מספר הק"מ שנסע שי כאשר צרך 40 ליטרים של דלק. ניתן לרשום: $\frac{x}{40} = \frac{76}{5}$.

סעיף ד': המכונית של שי חסכונית יותר, הוא עובר מרחק גדול יותר כאשר הוא צורך 1 ליטר של דלק.

**תרגיל 46 עמוד 25**

נרשום פרופורציה: 120 : 2 : 5 = חצץ : קורות מתכת : קורות עץ.

סעיף א': שימו לב! 45 ק"מ, משמע 45,000 מ'. נכפול ב – 120 ונקבל 5,400,000 ק"ג חצץ.

סעיף ב': (1) אם סופקו 6,000 קורות עץ נוכל לבנות מסילה באורך 1,200 מ'. (חילקנו 6000 ב – 5).

ניתן לרשום פרופורציה: $\frac{6000}{x} = \frac{5}{1}$.

(2) נרשום פרופורציה: $\frac{6000}{x} = \frac{5}{2}$, x = 2400. אורכם הכולל של קורות המתכת הוא 2400 מ'.

**הידעתם עמוד 25**

מידע על יחס הזהב.

<u>**יחס הזהב**</u> (או חיתוך הזהב) הוא קבוע מתמטי המעסיק את המדע ואת האומנות כבר מאות שנים.

זהו מספר אי-רציונלי המסומן באות היוונית פי ($\theta$) .... $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618033$.

יחס הזהב הוא פתרון המשוואה: $x^2 = x + 1$

לפי ההשערות, יַחס זה התגלה על ידי אחד מתלמידיו של פיתגורס; הוא תואר בספרו של אוקלידס, "יסודות", לפני כ-2,300 שנים. לוקה פאצ'ולי, מתמטיקאי איטלקי מתקופת ה<u>רנסאנס</u>, הקדיש ליחס הזהב ספר שלם, וכינה אותו "הפרופורציה האלוהית".

היחס מייצג מידות וגדלים רבים בטבע, והחל מתקופת יוון הקלאסית, הוא גם משמש באמנות ובאדריכלות.
את האות פי לתיאור היחס הציע המתמטיקאי האמריקני מארק באר.
(מתוך ויקיפדיה).

**דוגמה פתורה – מציאת שני גדלים חסרים עמודים 25, 26**

בכיתות מתקשות נרחיב את ההסבר.

היחס בין הממד הקצר לממד הארוך הוא 1.618 : 1. כלומר, אם נדע את אורך הממד הקצר, נוכל לכפול ב-1.618, ולקבל את אורך הממד השני.

נגדיר ב – x את אורך הממד הקצר, ולכן אורך הממד השני הוא 1.618x.

ניתן לרשום משוואה ארוכה: a + b + a + b = 27.86, x + 1.618x + x + 1.618x = 27.86, ולפתור,
או לקצר את המשוואה כמו בספר.

בדרך א' מוצאים את חצי ההיקף ( 2 : היקף = a + b) (13.93), מסמנים ב – x ממד אחד, והממד השני הוא 13.93 – x. מציבים בפרופורציה ומוצאים את הפתרון.

דרך פתרון נוספת: מערכת משוואות בשני נעלמים: $\begin{cases} 2x + 2y = 27.86 \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{1.618} \end{cases}$.

**תרגיל 47 עמוד 26**

סעיף א': נשתמש בדרך הפתרון על-פי הדוגמה הפתורה. x + 2.249x = 100.4, x = 30.79, ממד אחד אורכו 30.79 מ', ואורך הממד השני הוא 69.25 מ'.

סעיף ב': נרשום פרופורציה: $\frac{30.79}{x} = \frac{1}{1.618}$, x = 19.03.

**תרגיל 48 עמוד 27**

סעיף א': נרשום משוואה: x + 5x = 18, x = 3, היקף רחבת הכניסה 12 מ'.

דרך נוספת: פרופורציה: $\frac{x}{18-x} = \frac{1}{5} = \frac{DC}{AD}$.

סעיף ב': נרשום פרופורציה: $\frac{15}{x} = \frac{5}{3}$, x = 9. שטח מגרש המשחקים הוא 135 מ"ר.

סעיף ג': שטח מכשירי הכושר הוא 13.5 מ"ר, היחס: $\frac{1}{10} = \frac{13.5}{135}$, היחס הוא 10 : 1.

**תרגיל 49 עמוד 27**

כדאי להמיר תחילה את כל המידות למטרים כדי להקל על החישובים: 15 מ' = 1500 ס"מ.

סעיף א': נחשב את אורך הצלע הקצרה: $\frac{x}{15} = \frac{3}{5}$, x = 9, אורך הצלע הקצרה 9 מ', השטח, 135 מ"ר, לכך יש להוסיף את שטח המלבן הקטן (20 מ"ר),
סך-הכול 155 מ"ר.

סעיף ב': אפשרות ראשונה: $2x + 3x = 15$. $x = 3$. אורך צלע המים הרדודים 6 מ', אורך צלע המים העמוקים 9 מ'. דרך שנייה: $\frac{2}{3} = \frac{x}{15-x}$. השטח: 54 מ"ר, יש להוסיף 20 מ"ר (המלבן הקטן), סך הכול 74 מ"ר.

סעיף ג': שטח בריכת המים העמוקים הוא 81 מ"ר. נרשום: $\frac{81}{74} = \frac{9 \cdot 9}{9 \cdot 6 + 4 \cdot 5}$.

**דוגמה פתורה – יחס בין שלושה מספרים, עמוד 28**

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 50 עמוד 28**

סעיף א': ניתן לחשב באופן מיידי, ולדעת כי גובה העץ הבינוני הוא 5 מ'. היחס הוא 4 : 2, משמע העץ הבינוני גבוה פי 2 מהעץ הנמוך.

אפשרות נוספת: $\frac{x}{2.5} = \frac{4}{2}$, $x = 5$.

סעיף ב': שתי אפשרויות, (1) $\frac{x}{5} = \frac{5}{4}$, $x = 6.25$ (2) $\frac{x}{2.5} = \frac{5}{2}$, $x = 6.25$.

**תרגיל 51 עמוד 29**

תרגיל דומה לתרגיל 50.

ניתן לרשום: $\frac{x}{25} = \frac{4}{5}$, וגם $\frac{x}{30} = \frac{5}{6}$.

קוטר השעון הבינוני הוא 25 ס"מ, קוטר השעון הקטן הוא 20 ס"מ.

**תרגיל 52 עמוד 29**

3 : 4 : 5 היא שלשה פיתגורית מוכרת.

אפשרות ראשונה: נמצא את גורם ההכפלה: 210 : 3 = 70. אורך הצלע הקצרה 210 ס"מ, אורך הצלע הבינונית 280 ס"מ, ואורך הצלע הגדולה 350 ס"מ.

דרך נוספת: פרופורציה: $\frac{210}{x} = \frac{3}{4}$, $x = 280$.

את היתר ניתן למצוא גם באמצעות משפט פיתגורס, או באמצעות פרופורציה.

**תרגיל 53 עמוד 29**

סעיף א': גבי צודק. יחס של 3 : 3 משמע, שני גדלים שווים גם אם לא יודעים את אורכם.

סעיף ב': גורם ההכפלה הוא 4, ולכן אורך כל אחת משמי הצלעות האחרות הוא 12 ס"מ.

דרך נוספת: $\frac{8}{x} = \frac{2}{3}$, $x = 12$.

סעיף ג': גם יחס הצלעות, וגם יחס הזוויות במשולש שווה-צלעות הוא 1 : 1 : 1.

משולש שווה-צלעות הוא משולש שכל צלעותיו, וכל זוויותיו שוות.

**תרגיל 54 עמוד 29**

סעיף א': גורם ההכפלה הוא 20, ולכן רוחב הקופסה 40 ס"מ, ואורכה 60 ס"מ.

דרך נוספת: $\frac{x}{20} = \frac{3}{1}$ וגם $\frac{y}{20} = \frac{2}{1}$

סעיף ב': גורם ההכפלה הוא 30, ולכן אורך הקופסה 90 ס"מ, וגובהה 30 ס"מ.

ניתן גם לרשום: $\frac{x}{60} = \frac{3}{2}$, וגם $\frac{60}{y} = \frac{2}{1}$.

סעיף ג': ניתן להראות ללא חישוב כי יש יחס של 2 : 1 בין רוחב הקופסה לגובהה, אך אין יחס של 3 : 2 בין אורך הקופסה לרוחבה (ניתן לראות כי לפי הנתונים האורך גדול פי 2 מהרוחב, וזה אינו תואם את היחס הנתון).

ניתן להראות באמצעות פרופורציה כי היחס 3 : 2 לא מתקיים בין באורך לרוחב: $\frac{3}{2} \neq \frac{2}{1} = \frac{100}{50}$.

**תרגיל 55 עמוד 30**

סעיף א': נרשום: $\frac{6}{2} = \frac{120}{x}$, $x = 40$, אורך הדרך הלא סלולה הוא 40 ק"מ. נרשום: $\frac{6}{3} = \frac{120}{x}$, $x = 60$.

אורך הדרך העירונית 60 ק"מ. (ניתן להשתמש גם ב- $\frac{40}{x} = \frac{2}{3}$).

סעיף ב': נחשב את זמן הנסיעה בכל קטע: $3\frac{8}{10} = \frac{40}{50} + \frac{60}{40} + \frac{120}{80}$, משמע 3 שעות ו – 48 דקות.

בכיתות מתקשות ניתן להסביר: $120 : 80 = 1.5$, משמע שעה וחצי של נסיעה, $60 : 40 = 1.5$, משמע שעה וחצי של נסיעה, הקושי הוא בביטוי: $40 : 50 = \frac{4}{5}$ משמע, 48 דקות.

**תרגיל 56 עמוד 30**

סעיף א': נרשום $3x + 5x + x = 4.5$, $x = 0.5$. אורך המסלול בנחל הוא 0.5 ק"מ.

סעיף ב': אורך הדרך המישורית הוא 2.5 ק"מ, ואורך המסלול בדרך הלא מישורית הוא 1.5 ק"מ.

ניתן להסביר: גורם ההכפלה הוא 0.5, ולכן קל לחשב. ניתן להשתמש גם בפרופורציה.

סעיף ג': נחשב את הזמנים: $2\frac{1}{4} = \frac{0.5}{2} + 0.5 + \frac{2.5}{5} + \frac{1.5}{1.5}$, זמן ההליכה שעתיים ו – 15 דקות.

**תרגיל 57 עמוד 30**

בדיון בכיתה נדון באפשרויות חלוקה שונות.

בכיתות מתקשות ניתן להתחיל עם שתי אפשרויות למשל,

יאיר ואסף קנו כרטיס הגרלה ב – 50 שקלים, יאיר נתן 20 שקלים, ואסף 30 שקלים. יאיר ואסף זכו ב – 200 שקלים. כיצד יחלקו את הזכייה? אפשרות א' שווה בשווה, אפשרות ב' לפי יחס ההשקעה.

סעיף א': היחס לפי החלוקה באפשרות השנייה: $0.5 : 0.75 : 1.5 = 50 : 75 : 150 = 2 : 3 : 6$.

סעיף ב': לפי ההצעה הראשונה: מחיר חלקה בינונית הוא 1,000,000 (כפלנו ב – 2), ומחיר החלקה הגדולה 2,000,000 שקלים (כפלנו ב – 4). לפי ההצעה השנייה מחיר חלקה בינונית 750,000 שקלים (כפלנו ב – 1.5), ומחיר חלקה גדולה 1,500,000 שקלים (כפלנו ב – 3).

סעיף ג': לפי ההצעה הראשונה, נחלק את הצעת המחיר ב – 7, ונקבל 440,000. מחיר החלקה הקטנה 440,000 שקלים, מחיר החלקה הבינונית 880,000 שקלים, ומחיר החלקה הגדולה 1,760,000 שקלים.

לפי ההצעה השנייה, נחלק את הצעת המחיר ב – 11, ונקבל 280,000, מחיר החלקה הגדולה 1,680,000 שקלים.

**תרגיל 58 עמוד 31**

תרגיל זה סומן כתרגיל חשיבה משום המורכבות שלו.

**בכיתות מתקשות** ניתן לתת שאלה דומה שבה רק שני סוגי דירות (להוריד נתון מהשאלה הקיימת).

סעיף א': גורם ההכפלה הוא 60, ולכן בעלי הדירות של 3 חדרים ישלמו 180 שקלים, ובעלי הדירות של 4 חדרים ישלמו 240 שקלים.

דרך חישוב נוספת, באמצעות פרופורציה.

סעיף ב': הסכום הכולל של כל קומה הוא 720 שקלים.

סעיף ג': נכפול ב – 6, ונקבל 4,320 שקלים.

סעיף ד': שטח דירה 3 חדרים כולל מרפסת הוא 80 מ"ר ($8 \cdot 8.5 + \frac{(8+4)\cdot 2}{2} = 80$).

שטח דירה 4 חדרים כולל מרפסת 100 מ"ר.

סעיף ה': נרשום את יחס הדירות לפי שטחם: $80 : 100 : 120 = 4 : 5 : 6$.

נרשום: $4x + 5x + 6x = 720$, $x = 48$. בעלי דירת 3 חדרים ישלמו 192 שקלים, בעלי דירות 4 חדרים ישלמו 240 שקלים, בעלי דירות 5 חדרים ישלמו 288 שקלים.

סעיף ו': בעלי דירות 4 חדרים ישלמו אותו סכום בשתי ההצעות. בעלי דירת 3 חדרים ישלמו פחות לפי ההצעה הראשונה (חלוקה ביחס של מספר חדרים), בעלי דירת 5 חדרים ישלמו פחות לפי ההצעה השנייה (חלוקה ביחס לשטח הדירה).

# קנה מידה

בפרק זה נעסוק במצבים מחיי היומיום בהם נעשה שימוש בקנה מידה לצורך חישוב גודלם במציאות או להפך.

מספר השעות המוקדש לפרק זה: **3 שעות.**

**דוגמה פתורה – הממדים המציאותיים הוקטנו, עמודים 32, 33**
הגדרה: קנה מידה הוא היחס בין גודל בסרטוט או בדגם, לבין המציאות.
אנו מבחינים בין הקטנה של התמונה דגם מול המציאות ואז היחס נרשם: a : 1, לבין הגדלה של התמונה/דגם שהוא לרוב הקטנה מול המציאות, ואז היחס נרשם 1 : a.
ניתן לבקש מהתלמידים דוגמאות להקטנה של סרטוט/דגם (אופציה קלה יותר), למשל תמונה, צילום, מבנה, דגם מקרטון מול מציאות.... דוגמאות להגדלה של סרטוט/דגם (קשה יותר) למשל, עין, חרק (דבורה, נמלה, ג'וק), איבר בגוף שרוצים לחקור אותו....
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 59 עמוד 33**
השלמת טבלה, פתרון בדפי התשובות.

**תרגיל 60 עמוד 34**
גובה הכוס בתמונה 3 ס"מ, במציאות 15 ס"מ.
ניתן להשתמש בפרופורציה: $\frac{3}{x} = \frac{1}{5}$, x = 15.

**תרגיל 61 עמוד 34**
גובה הכיסא במציאות הוא 40 ס"מ, ולכן אינו מתאים לגן של יעל.
ניתן להשתמש בפרופורציה: $\frac{2}{x} = \frac{1}{20}$, x = 40.

**תרגיל 62 עמוד 34**
גובהו של התמרור בתמונה הוא 3.7 ס"מ. ניתן להשתמש בפרופורציה: $\frac{x}{185} = \frac{1}{50}$, x = 3.7.

**תרגיל 63 עמוד 34**
5 מ' = 500 ס"מ, גובה העץ בציור 2.5 ס"מ (500 : 200 = 2.5). אופציה: בפרופורציה: $\frac{x}{500} = \frac{1}{200}$, x = 2.5.

**תרגיל 64 עמוד 34**
2.44 מ' = 244 ס"מ, גובה השער בצילום 1.22 ס"מ.

**תרגיל 65 עמוד 35**
התרגיל: 2.766 · 30000 = 82980, 82,980ס"מ = 829.80 מ'. פרופורציה: $\frac{2.766}{x} = \frac{1}{30000}$, x = 82980.

**הידעתם עמוד 35**
מידע על מגדל ג'דה.

לפניכם קוד QR המספק מידע על בניינים גבוהים בעולם.
אורך הסרטון 4:34 דקות. ניתן לצפות בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

**תרגיל 66 עמוד 35**
סעיף א': אורך הכביש במציאות 180,000 ס"מ, שהם 1,800 מ'.
סעיף ב': המרחק בק"מ: 1.8 ק"מ.

**דוגמה פתורה – המדדים המציאותיים הוגדלו, עמודים 35, 36**
דוגמאות להגדלת מידות ממציאות לתמונה/צילום/דגם.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 67 עמוד 37**
השלמת טבלה.
ראו דפי תשובות.
**תרגיל 68 עמוד 37**
אורך גרגיר האורז במציאות 0.5 ס"מ. פרופורציה: $\frac{2}{x} = \frac{4}{1}$, x = 0.5 .
**תרגיל 69 עמוד 37**
אורך קוף המחט 0.2 ס"מ. פרופורציה: $\frac{4}{x} = \frac{20}{1}$, x = 0.2.

**תרגיל 70 עמוד 37**
אורך הסיכה במציאות (ללא המחושים): 1.6 ס"מ. פרופורציה: $\frac{3.2}{x} = \frac{2}{1}$, x = 1.6.
**תרגיל 71 עמוד 38**
גודל פתית השלג בצילום הוא 2 ס"מ. פרופורציה: $\frac{x}{0.1} = \frac{20}{1}$, x = 2.
**תרגיל 72 עמוד 38**
פול קפה נראה בגודל של 2.8 ס"מ. פרופורציה: $\frac{x}{0.7} = \frac{4}{1}$, x = 2.8.
**תרגיל 73 עמוד 38**
אורכה של החיפושית בתמונה הוא 75 ס"מ. פרופורציה: $\frac{x}{1.5} = \frac{50}{1}$, x = 75.

**תרגיל 74 עמוד 38**
סעיף א': קוטר האום במציאות הוא 0.5 ס"מ. פרופורציה: $\frac{1.5}{x} = \frac{3}{1}$, x = 0.5.
סעיף ב': אורך הבורג בצילום הוא 4.2 ס"מ. $\frac{x}{1.4} = \frac{3}{1}$, x = 4.2.

**תרגיל 75 עמוד 38**
נכפול כל ממד ב – 6, ונקבל שממדי הספר הם 18 ס"מ, ו – 15 ס"מ. פרופורציה: $\frac{x}{3} = \frac{6}{1}$, x = 18.

**תרגיל 76 עמוד 39**
סעיף א': גובה המגדל הוא 5,000 ס"מ שהם 50 מ'.
סעיף ב': נרשום פרופורציה: $\frac{50}{x} = \frac{10}{9}$, x = 4.5. רוחב השער במציאות: 45 מ'.
רוחב השער בתמונה: 3.6 ס"מ $\frac{4}{x} = \frac{10}{9}$.

**תרגיל 77 עמוד 39**
סעיף א': גובה המגדל במציאות הוא 9,600 ס"מ שהם 96 מ'. פרופורציה: $\frac{x}{4.8} = \frac{2000}{1}$, x = 9600.
סעיף ב': 700 ס"מ = 7 מ'. קוטר השעון בתמונה הוא 0.35 ס"מ. פרופורציה: $\frac{700}{x} = \frac{2000}{1}$, x = 0.35.
סעיף ג': היחס בין קוטר השעון לבין גובה המגדל הוא: $\frac{7}{96}$.

**תרגיל 78 עמוד 39**

סעיף א': 3.45 · 5500000 = 18975000 = 189750 = 189.8, 190 ק"מ בערך.

ניתן לחלק את הגודל הנתון בס"מ ב- 100,000 על מנת לקבל את הגודל בק"מ.

בכיתות מתקשות עדיף לעשות בשלבים, נחלק תחילה ב – 100, ואחר כך ב – 1000.

סעיף ב': 67 ק"מ = 6,700,000 ס"מ. נחלק ב – 5,500,000 ונקבל: 1.22 ס"מ.

ניתן להשתמש בפרופורציה: $\frac{x}{6700000} = \frac{1}{5500000}$, x = 1.22.

**תרגיל 79 עמוד 40**

סעיף א': נתוני השאלה הם שלשה פיתגורית, ולכן ניתן לדעת כי המרחק בסרטוט בין יישוב א' ליישוב ג' הוא 5 ס"מ. ניתן להשתמש בביטוי: $3^2 + 4^2 = c^2$, c = 5.

סעיף ב': נחשב: 80 ק"מ = 80000 מ' = 8,000,000 ס"מ = 4 · 2000000.

סעיף ג': נחשב תחילה את המרחק בין יישוב ג' ליישוב א' – 100 ק"מ (באותו אופן חישוב כמו סעיף ב'),

נחלק ב- 25 ונקבל 4 שעות.

סעיף ד': 80 : 5 = 16, המהירות 16 קמ"ש.

**תרגיל 80 עמוד 40**

בדיון בכיתה נשאל: האם למישהו יש השערה מדוע היישוב נהלל נבנה בצורת עיגול?

נהלל נבנתה בצורת עיגול, על פי תוכניתו של האדריכל ריכרד קאופמן. הייתה זו עבודת תכנון ישוב הראשונה של קאופמן, שעלה לארץ ישראל ב-1920. מטרת התכנון הייתה לתת מענה לדרישות ביטחוניות ומעשיות אך היא שיקפה בעיקר את הרצון להקים מושב שיושתת על עקרונות השוויון. בצורה זו מרחק כל משק מן המרכז שווה וניתן לחלק את החלקות כך שגודלן יהיה שווה גם כן. בטבעת החיצונית של העיגול הוכשרו החלקות החקלאיות, צריפיהם של החקלאים נבנו בטבעת הקרובה לחלקות אלו ובחלק הפנימי של המעגל נבנו מוסדות הציבור וצריפיהם של עובדי הציבור. (מתוך ויקיפדיה).

סעיף א': 4.02 · 15000 = 60300 ס"מ = 603 מ'. קוטר המעגל במציאות הוא 603 מ'.

סעיף ב': $603 \cdot 3.14 =$ 1893.42 ס"מ ≈ $1.89$ ק"מ.

סעיף ג': לעבור 2 ק"מ בערך במשך חצי שעה זו כנראה הליכה איטית.

**תרגיל 81 עמוד 40**

סעיף א': רוחב השטר במציאות הוא 6.63 ס"מ. פרופורציה: $\frac{132.6}{x} = \frac{20}{1}$, x = 6.63.

סעיף ב': אורך השטר במציאות הוא 15.6 ס"מ, בשלט: 312 ס"מ.

סעיף ג': ממדיו של השלט במציאות הם 3 מ' ו – 5.4 מ', השטח: 16.2 מ"ר.

**תרגיל 82 עמוד 41**

סעיף א': המרחק בין נקודה A לנקודה B בסרטוט הוא 6 ס"מ, במציאות 30 מ' = 3000 ס"מ.

סעיף ב': כדי לדעת מה אורך המסלול של הדר נחשב לפי מידות הסרטוט את מחצית הבסיס הקטן של הטרפז (1 ס"מ), את אורך השוק של הטרפז (משפט פיתגורס), את רוחב המלבן (2 ס"מ), ואת הקשת שהיא רבע המעגל שרדיוסו 2 ס"מ.

אורך השוק: $1^2 + 2^2 = c^2$, c = 2.24, רבע מעגל: $\frac{2\cdot 2\cdot 3.14}{4} = 3.14$, סך הכול 8.38 ס"מ בסרטוט.

נחשב את המרחק במציאות: 8.38 · 500 = 4190 ס"מ = 41.9 מ'. הסטייה מהתשובה שבספר בשל אומדן.

**תרגיל 83 עמוד 41**

סעיף א': מידות החלון במציאות הן 96 ס"מ ו – 60 ס"מ.

סעיף ב': לצורך בניית המסגרת והסורגים יש להשתמש ב – 3 מוטות שאורך כל אחד מהם 96 ס"מ,

ו – 5 מוטות שאורך כל אחד מהם 60 ס"מ. אורך כל המוטות הוא 588 ס"מ.

סעיף ג': עלות המוטות היא בשקלים למ', ולכן יש להפוך את אורך המוטות ל – מ' (5.88 מ'), ולכפול ב – 30.

עלות המוטות היא 176.4 שקלים.

**תרגיל 84 עמוד 41**

סעיף א': ממדי הדירה במציאות הם 600 ס"מ X 1200 ס"מ שהם 6 מ' X 12 מ'.

סעיף ב': שטח הדירה במציאות 72 מ"ר.

סעיף ג': שטח חדר המגורים במציאות גדול פי 40,000 (היחס בריבוע).

ניתן להראות באמצעות חישוב שטח חדר המגורים בסרטוט (7 סמ"ר), חישוב שטח חדר המגורים במציאות (280,000 סמ"ר), ולרשום יחס: $\frac{1}{40000} = \frac{7}{280000}$.

בכיתות מתקדמות ניתן להסביר כי יחס השטח הוא חזקה שנייה של היחס המקורי, משום שאנו מגדילים פי גודל כלשהו גם את אורך וגם את רוחב החדר.

**טעות אפשרית**: השטח גדול פי 200 (כמו היחס).

סעיף ד': פי 40,000 (כמו סעיף ג').

**תרגיל 85 עמוד 42**

ניתן לסרטט את הבריכה על נייר משובץ או במערכת צירים על-פי קנה המידה הנתון.

זה יעזור לתלמידים מתקשים להבין את מושג קנה המידה, וגם לחשב שטחים.

סעיף א': שהשטח המיועד לחיפוי מורכב משני טרפזים.

נחשב את שטח הטרפז העליון, אורך הבסיסים בסרטוט 10 ס"מ ו – 5 ס"מ, הגובה: 3 ס"מ.

במציאות: 50 מ' = 5000 ס"מ, 25 מ' = 2500 ס"מ, 15 מ' = 1500 ס"מ. השטח: 562.5 מ"ר.

נחשב את שטח הטרפז הימני, אורך הבסיסים בסרטוט 7 ס"מ ו – 4 ס"מ, הגובה: 2 ס"מ.

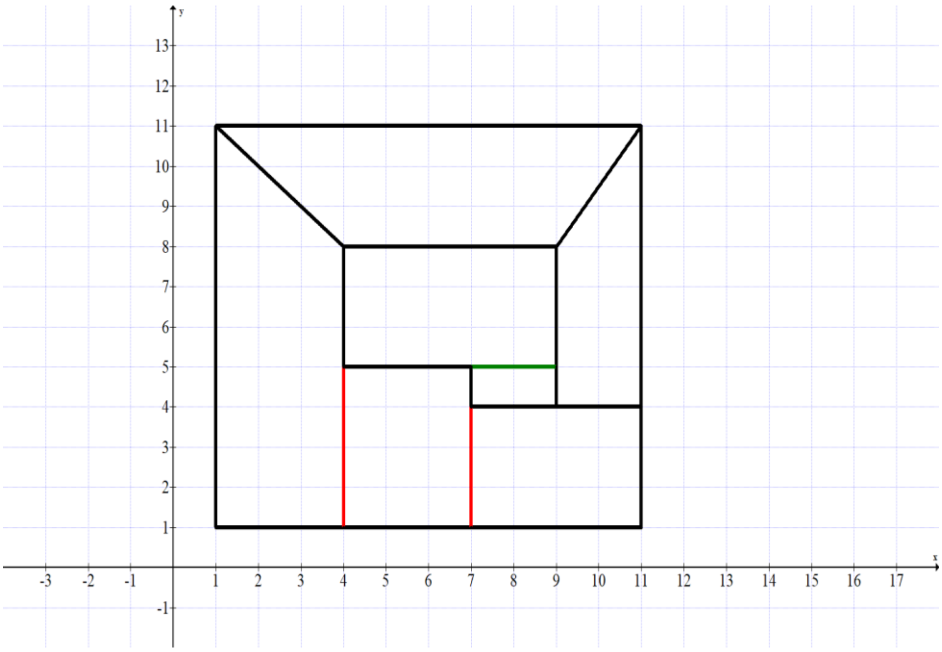
במציאות: 35 מ' = 3500 ס"מ, 20 מ' = 2000 ס"מ, 10 מ' = 1000 ס"מ. השטח: 275 מ"ר.

ביחד 837.5 מ"ר.

סעיף ב': ניתן לחשב את השטח המיועד לשתילת דשא בשתי דרכים: (1) לחלק את שטח הדשא לטרפז ישר-זווית (החלק השמאלי) ושני מלבנים (בסרטוט הקווים האדומים) (2) לחשב את שטח הבריכה (שני מלבנים – בסרטוט הקו הירוק), ולחסר מהשטח הכולל של המתחם (2,500 מ"ר) את שטח הבריכה ושטח החיפוי.

נחשב את שטח הבריכה: מלבן גדול, ממדיו 5 ס"מ ו – 3 ס"מ, משמע 25 מ' X 15 מ', השטח 375 מ"ר, מלבן קטן, ממדיו 2 ס"מ ו – 1 ס"מ, משמע 10 מ' X 5 מ', השטח 50 מ"ר.

שטח הדשא: 1237.5 = 837.5 – 50 – 375 – 2500.



סעיף ג': נחשב את העלות הכוללת: 246,500 = 30 · 1237.5 + 250 · 837.5.

העלות הכוללת: 246,500 שקלים.

**תרגיל 86 עמוד 42**

שאלה בדרגת קושי גבוהה (יחסית).

סעיף א': שימו לב! יש לכפול את השטח שבסרטוט ב – 1600, ולא ב – 40 (ראו תרגיל 84).

כדאי להמיר מידות למטרים לפני תחילת החישוב.

השטח בחדר הוא 1.28 מ"ר = 12800 סמ"ר = 1600 · 8.

אפשרות קלה יותר: אם השטח המתאים להצבת הריהוט הוא 8 סמ"ר, אזי אורך המיטה הוא 4 ס"מ.

במציאות 80 ס"מ, ו – 160 ס"מ, משמע 0.8 מ' ו – 1.6 מ', השטח: 1.28 מ"ר.

סעיף ב': 95% מ – 1.28 מ"ר שהם 1.216 מ"ר.

סעיף ג': גובה הכוננית בסרטוט 1 ס"מ, במציאות 40 ס"מ. הכוננית לא תתאים לקלסר שגובהו 43 ס"מ.

סעיף ד': 2.8 מ', משמע 280 ס"מ, המרווח הוא 80 ס"מ, ולכן גובה הריהוט הוא 200 ס"מ, שהם 2 מ', בסרטוט 10 ס"מ (חילקנו ב – 20).

**תרגיל 87 עמוד 43**

התלמידים נדרשים למצוא את קנה המידה של המפה.

כיצד עושים זאת? מודדים את המרחק שעל המפה בסרטוט (1 ס"מ) מרחק זה הוא 20 מ' במציאות.

ניתן להביא לכיתה מספר מפות ולבקש מהתלמידים לחשב את קנה המידה שלהן.

סעיף א': קנה המידה הוא 2000 : 1, משמע כל 1 ס"מ במפה הוא 2000 ס"מ במציאות, שהם 20 מ'.

סעיף ב': בסרטוט קוטר הכיכר הוא 1.5 ס"מ, משמע 3,000 ס"מ שהם 30 מ'.

סעיף ג': רדיוס הכיכר 17.5 מ', השטח: $706.5 = 3.14 \cdot 15^2$, התשובה: 706.5 מ"ר.

סעיף ד': מסלול סביב הכיכר, משמע ההיקף: $94.2 = 3.14 \cdot 30$, ההיקף 94.2 מ'.

**תרגיל 88 עמוד 43**

סעיף א': אורך המסלול ב – ס"מ הוא 7.5 ס"מ בערך. נכפול ב - 200,000 ונקבל 1500000 ס"מ, שהם 15 ק"מ.

סעיף ב': 10 דקות, משמע $\frac{1}{6}$ שעה, נחלק 15 ב - $\frac{1}{6}$, ונקבל 90 קמ"ש (בערך).

**מאגר משימות מספר 1**

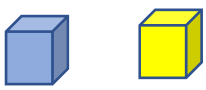
**רמת בסיס**

1) יותם סרטט שני סוגי ריבועים, היחס בין מספר הריבועים האדומים למספר הריבועים הירוקים הוא 13 : 7.

א. מהו היחס בין מספר הריבועים האדומים לבין סך כל הריבועים?

ב. אם יותם סרטט 60 ריבועים, כמה ריבועים אדומים סרטט יותם?

2) בקופסה 40 קוביות, על כל חמש קוביות צהובות יש שלוש קוביות כחולות.



א. רשמו את היחס בין מספר הקוביות הצהובות לבין מספר הקוביות הכחולות..

ב. כמה קוביות צהובות בקופסה?

3) חילקו 36 מלבנים לשתי קבוצות. בקבוצה אחת 9 מלבנים.

רשמו את היחס בין מספר המלבנים בשתי הקבוצות.

4) $\frac{5}{7}$ מהדסקיות בצורת עיגול שבקופסה הן דסקיות בצבע צהוב, שאר הדסקיות הן בצבע אדום.

א. איזה חלק מהקופסה הן דסקיות בצבע אדום?

ב. מהו היחס בין מספר הדסקיות הצהובות לדסקיות האדומות?

ג. אם בקופסה 70 דסקיות, כמה דסקיות אדומות בקופסה?

5) יוסי ורמי סרטטו 20 משולשים שווי-צלעות בזמן מסוים. יוסי סרטט 6 משולשים ורמי סרטט 14 משולשים.
יוסי ורמי התבקשו לסרטט 100 משולשים דומים בזמן קצוב, כיצד יחלקו ביניהם את העבודה?
אפשרות א': שווה בשווה. אפשרות ב': חלוקה ביחס לזמן שכל אחד עבד.
א. כמה משולשים יסרטט יוסי בכל אחת מהאפשרויות?
ב. מי מהילדים יבחר בחלוקת סרטוט המשולשים לפי אפשרות ב'? נמקו.

6) חבילה של 5 סרגלים ישרי-זווית עולה 12 שקלים, ענת קנתה 15 סרגלים, כמה שילמה ענת?

7) למסיבת יום הולדת קנתה רונית 24 קוביות. כמה שילמה רונית אם ידוע כי 3 קוביות עולות 2 שקלים?

8) רוחב המלבן שבסרטוט 8 ס"מ, אורך המלבן גדול פי 3 מרוחבו.
א. מהו היחס בין רוחב המלבן לאורכו?
ב. מהו היחס בין רוחב המלבן להיקפו?
ג. מצאו את היקף ושטח המלבן.

9) ידוע כי 20 תלמידים בונים פירמידה ב – 16 דקות.
א. בכמה זמן יבנו את אותה פירמידה 15 תלמידים?
ב. בכמה זמן יבנו את אותה פירמידה 30 תלמידים?

10) קנה המידה של מפה הוא: 1:500,000
א. מהו אורך קטע במציאות (בק"מ) אם במפה אורכו 3 ס"מ?
ב. מהו אורכו של קטע במפה אם במציאות אורכו 1 ק"מ?
ג. מהו אורך הקטע המפה אם במציאות אורכו 20 ק"מ?

11) נתון מלבן שצלעותיו 6 ס"מ, ו – 4 ס"מ. סרטטו מלבן זה בקנה מידה של 2 : 1.
א. מהן מידות המלבן החדש?
ב. מהו היחס בין היקף המלבן הישן, להיקף המלבן החדש?
ג. מהו היחס בין שטח המלבן הישן לשטח המלבן החדש?

12) נתון מלבן שצלעותיו 6 ס"מ ו – 9 ס"מ. סרטטו מלבן זה בקנה מידה של 1 : 3.
א. מהן מידות המלבן החדש?
ב. מהו היחס בין היקף המלבן החדש, להיקף המלבן המקורי?
ג. מהו היחס בין שטח המלבן **המקורי**, לשטח המלבן החדש?

תשובות: 1) א. 20 : 7, ב. 21, 2) היחס 3 : 5, 25 קוביות צהובות, 3) בקבוצה שנייה קיבלה 27 מלבנים, היחס 3 : 1 = 27 : 9, 4) א. $\frac{2}{7}$, ב. 2 : 5, ג. 20 אדומות, 5) א. אפשרות א' 50 משולשים, אפשרות ב' 30 משולשים. ב. יוסי יבחר באפשרות ב' ורמי באפשרות א' (יסרטט 50 משולשים ולא 70 משולשים).
6) $\frac{5}{12}=\frac{15}{x}$ 36 שקלים, 7) 16 שקלים, 8) א. 3 : 1, ב. 8 : 1, ג. האורך 24 ס"מ, ההיקף: 128 ס"מ, השטח 192 סמ"ר. 9) א. 12 דקות, ב. 6 דקות, $\frac{20}{16}=\frac{15}{x}$ 10) א. 15 ק"מ, ב. 0.2 ס"מ, ג. 4 ס"מ. 11) א. 12 ס"מ ו – 8 ס"מ, ב. 2 : 1, ג. 4 : 1, 12) א. (הגדלה) 18 ס"מ, 27 ס"מ, ב. 1 : 3, ג. 9 : 1, 13)

**הערכה חלופית**
חפשו באמצעות googlemaps או כל תוכנה אחרת מפה של הישוב בו אתם מתגוררים.
שערו מה המרחק מביתכם אל בית הספר, בדקו את השערתכם באמצעות מדידת המרחק על המפה, וחישוב המרחק באמצעות קנה המידה של המפה.
תשובה: השאלה פתוחה ותלויה בישוב ובקנה המידה של המפה.

**הרחבה**

1) בקופסה 25 עוגות מלבנים ו – 15 ריבועים.
א. מהו היחס בין מספר המלבנים, למספר הריבועים?
ב. מהו היחס בין מספר המלבנים, לבין כלל הצורות?
ג. מהו היחס בין מספר הריבועים לבין כלל הצורות?

2) אורך מלבן גדול פי 2 מרוחבו. מהו היחס בין רוחב המלבן להיקפו?

3) נתון מלבן שאורכו גדול פי 4 מרוחבו.
א. רשמו את היחס בין רוחב המלבן לאורכו.
ב. רשמו את היחס בין אורך המלבן להיקפו.
ג. רשמו את היחס בין רוחב המלבן לשטחו.

4) שני ילדים בנו יחד דגם של תיבה וקיבלו פרס של 390 שקלים. הוחלט שהכסף יחולק על-פי יחס שעות העבודה. ילד א' עבד 7 שעות, וילד ב' עבד 6 שעות.
כמה כסף קיבל כל ילד תמורת עבודתו?

5) למר כהן שלוש קופסאות של קוביות, היחס בין מספר הקוביות בשלוש הקופסאות הוא 17 : 8 : 7.
בכל שלוש הקופסאות יש 608 קוביות. כמה קוביות בכל קופסה?

6) יאיר מכין תיבה מ- 6 מוטות קצרים ו- 18 מוטות ארוכים. יום אחד הכין יאיר כמות גדולה יותר ולקח 15 מוטות קצרים. כמה מוטות ארוכים עליו לקחת?

7) בכתה יא/$_1$ 30 תלמידים. בכתה יא/$_2$ 36 תלמידים. משתי הכתות יחד נבחרו 22 תלמידים להשתתף בתחרות הספורט העירונית לפי יחס בין מספרי התלמידים בכל כתה. כמה תלמידים נבחרו מכל כתה?

8) בטבלה שלפניכם מפורט מספר המלבנים ומספר הריבועים בארבע קופסאות.

| כיתה | מספר המלבנים | מספר הריבועים |
|---|---|---|
| קופסה א' | 12 | 9 |
| קופסה ב' | 14 | 11 |
| קופסה ג' | 6 | 8 |
| קופסה ד' | 16 | 12 |
| קופסה ה' | 20 | 15 |

באילו קופסאות יש אותו יחס בין מספר המלבנים למספר הקוביות?

9) בקיבוץ מכינים סוכות לקראת החג.
לפניכם מתכון להכנת 100 סוכות:

| סוג המוט | כמות המוטות |
|---|---|
| מוטות ארוכים | 50 |
| מוטות באורך בינוני | 30 |
| מוטות קצרים | 20 |

א. כמה מוטות ארוכים יצטרכו אנשי הקיבוץ כדי לבנות 150 סוכות?
ב. כמה מוטות קצרים יצטרכו כדי להכין 50 סוכות?

10) היחס בין מספר האריחים המלבניים לבין האריחים המלבניים בקופסה א' הוא: 5 : 2,
ו - 4 : 1 בקופסה ב'. בכל קבוצה מספר האריחים המלבניים הוא 8..
כמה אריחים בסך-הכול בכל קופסה?

11) שלושה אנשים קנו קופסת אריזה למתנה.
הראשון קנה קופסה בנפח 250 סמ"ק, ושילם עבורה 4.5 שקלים, השני קנה קופסה בנפח 750 סמ"ק ושילם עבורה 12.35 שקלים והשלישי קנה אריזה בנפח 500 סמ"ק, ושילם עבורה 8.10 שקלים.
איזה מבין השלושה קנה את האריזה החסכונית ביותר?

12) תמונה שממדיה 24 ס"מ X 16 ס"מ, סורטטה בקנה מידה של 1:4. מה ממדי התמונה בסרטוט?

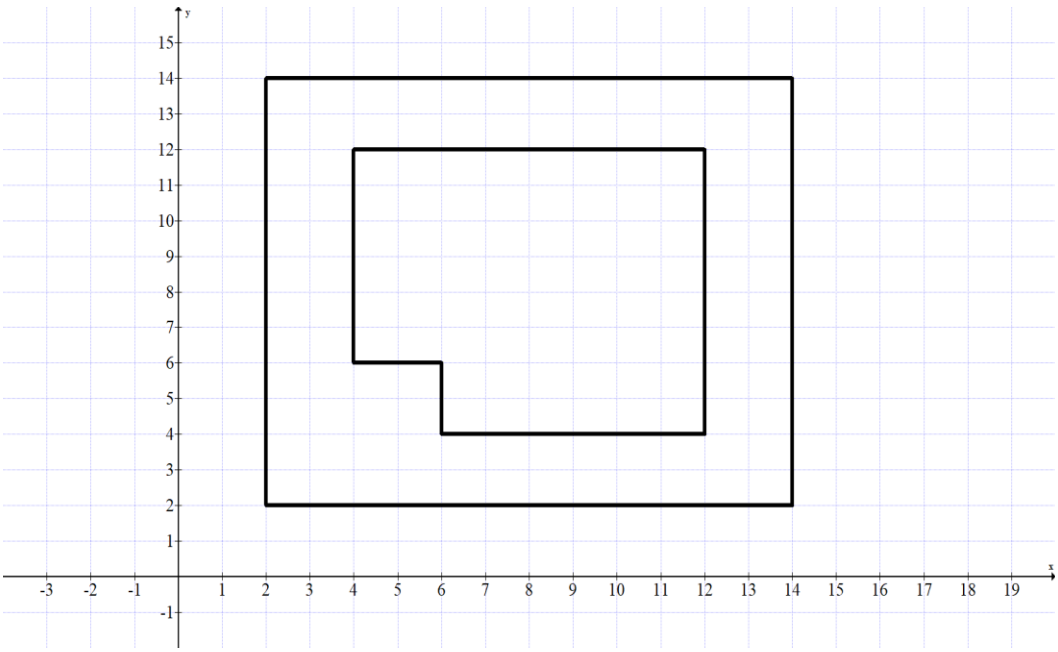
13) תמונה בגודל 30 ס"מ X 20 ס"מ הוגדלה לכרזה בגודל: 4.5 מ' X 3 מ'. מהו קנה המידה של ההגדלה?

14) קנה המידה של מפה הוא: 1:500,000
א. מהו אורך קטע במציאות (בק"מ) אם במפה אורכו 6 ס"מ?
ב. מהו אורכו של קטע במפה אם במציאות אורכו 750 מ'?
ג. מהו אורך הקטע המפה אם במציאות אורכו 10 ק"מ?

15) מהו קנה המידה של מפה אם:
א. אורך הקטע במפה 4 ס"מ ובמציאות 20 ק"מ?
ב. מפה אחרת, שבה אורך הקטע במפה 3 ס"מ ובמציאות 12 ק"מ?

16) ליאיר 3 מפות: א': 200,000 : 1 , ב': 400,000 : 1 , ג': 800,000 : 1 .
א. באיזו מפה הקטע בין כפר סבא לחיפה יהיה הקצר ביותר? הארוך ביותר?
ב. אם המרחק בין חיפה לכפר סבא הוא 80 ק"מ, מה יהיה המרחק בכל אחת מהמפות?

17) בעיר מסוימת הוחלט לשפץ מתחם גלגיליות בפארק שצורתו ריבוע.
המתחם מורכב ממשטח מחיפוי מיוחד, ומסביבו נשתל דשא.
להלן סרטוט המתחם בקנה מידה של 500 : 1, (כל משבצת בסרטוט היא בגודל 1 X 1 ס"מ).
במסגרת השיפוץ הוחלט לחפות את המשטח בחיפוי שעלותו 250 שקלים ל – מ"ר,
ובדשא שעלותו 60 שקלים ל – מ"ר.
א. מצאו את השטח המיועד לגלגיליות (במ"ר).
ב. מצאו את שטח הדשא (במ"ר).
ג. מצאו את העלות הכוללת של השיפוץ.
הדרכה: חשבו את כל אחד מהגדלים ב – מ'.




תשובות: 1) א. 3 : 5,  ב. 8 : 5,  ג. 8 : 3,  2) 6 : 1,  3) א. 4 : 1,  ב. 5 : 2,  ג. $x : 4x^2 = 1 : 4x$,  4) ילד א' 210 שקלים, ילד ב' 180 שקלים,  5) קופסה א' 133 קוביות, קופסה ב' 152 קוביות, קופסה ג' 323 קוביות, 6) 45 מוטות,  7) יחס התלמידים הוא 6 : 5, משמע בכיתה יא/1 נבחרו 10 תלמידים, ומכיתה יא/2 12 תלמידים,  8)בקופסה א', קופסה ב', קופסה ג', היחס: 4 : 3,  9) א. 75 מוטות ארוכים, ב. 10 מוטות קצרים, 10) קופסה א' 56 אריחים, קופסה ב' 40 אריחים,  11) יחס הכמויות הוא 2 : 3 : 1 = 500 : 750 : 250, יחס כסף: 8.10 : 12.35 : 4.5, מכאן שהאדם שקנה אריזה בנפח 500 סמ"ק, שילם את המחיר הנמוך ביותר. 12) 6 ס"מ X 4 ס"מ,  13) 1 : 15,  14) א. 30 ק"מ, ב. 0.15 ס"מ,  ג. 2 ס"מ,  15) א. 500,000 : 1, ב. 400,000 : 1, 16) א. הקצר ביותר מפה א' הארוך ביותר מפה ג',  ב. מפה א': 40 ס"מ, מפה ב' 20 ס"מ, מפה ג': 10 ס"מ,  17) א. 1,500 מ"ר,  ב. 2,100 מ"ר,  ג. 501,000 שקלים.

**הערכה חלופית**

א. (1) סרטטו במערכת צירים או על נייר משובץ מלבן שהיקפו 20 יחידות אורך (כל משבצת היא יחידת אורך).
(2) חשבו את שטח המלבן בהתאם על-פי הנתונים שסרטטתם.

ב. (1) סרטטו מלבן נוסף שהיקפו 30 יחידות אורך ויחס בין צלעותיו הוא 4 : 1.
(2) חשבו את שטח המלבן.

ג. (לכיתות מתקדמות) סרטטו מלבן שהיקפו 60 יחידות אורך והיחס בין צלעותיו הוא 2 : 3.
חלקו את המלבן לשלושה מלבנים ביחס של 3 : 2 : 1. חשבו את השטח של כל מלבן.

תשובה: א. (1) שאלה פתוחה למשל, 2 X 8,  שטחו 16 יחידות שטח (בהתאם למלבן שסורטט).
ב) (1) 3 X 12,  (2) 36 יחידות שטח.
ג. המלבן: 12 X 18,  חלוקה ביחס של 3 : 2 : 1, שתי אפשרויות: לחלק את הצלע הארוכה: 9/6/3 או את הצלע הקצרה: 2/4/6, השטחים: 36 יחידות שטח, 72 יחידות שטח ו – 108 יחידות שטח.

# יחידה שנייה: דמיון משולשים בהקשר אורייני

**<u>תכנים הנלמדים ביחידה זו:</u>**

משולשים דומים

יחס דמיון

תכונות משולשים דומים

קשר בין היקפים של משולשים דומים.

קשר בין שטחים של משולים דומים

**<u>תכנים נלווים ליחידה זו:</u>**

סכום זוויות במשולש

יחס ופרופורציה

משפט פיתגורס

זוויות: זוויות קודקודיות, זוויות הנוצרות בין ישרים מקבילים (מתאימות, מתחלפות, חד-צדדיות).

סכום זוויות במשולש 1800

תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה-שוקיים, משולש שווה-צלעות, משולש ישר-זווית

תכונות מרובעים: מקביליות (כולל מקביליות מיוחדות), דלתון, טרפז (כולל טרפזים מיוחדים)

המרת יחידות.

**<u>מטרות כלליות:</u>**

1. התלמיד יידע לקבוע באילו מצבים מתקבלות שתי צורות דומות (למשל, הגדלה/הקטנה של תמונה, צילום תמונה במצלמה).

2. בהקשר אורייני, בהינתן נתונים של כל הצלעות וכל הזוויות של שני משולשים, התלמיד יידע לקבוע האם הם דומים.

3. בהקשר אורייני, בהינתן מצב של דמיון של שני משולשים, התלמיד יידע לקבוע את יחס הדמיון.

4. בהקשר אורייני, בהינתן שני משולים, ונתונים על שתיים מן הזוויות במשולשים אלו, התלמיד יידע לקבוע על-פי נתונים אלו, האם המשולשים דומים.

5. בהקשר אורייני, עבור שני משולשים דומים (משולשים כלליים ומשולשים ישרי-זווית), ונתונים חלקיים על צלעות/או זוויות של המשולשים, התלמיד יידע לחשב את הנתונים של הצלעות ו/או הזוויות החסרים במשולשים אלו (בהתאם לנדרש), תוך שימוש בתכונות של משולשים (כדון: סכום זוויות במשולש), בתכונות של משולשים דומים (על-פי יחס הדמיון), ובתכונות של משולשים ישרי-זווית – כולל שימוש במשפט פיתגורס.

6. בהקשר אורייני, בהינתן שני משולים דומים, התלמיד יידע למצוא את יחס ההיקפים של המשולים על-פי יחס הדמיון.

7. בהקשר אורייני, בהינתן יחס הדמיון בשני משולשים דומים, וההיקף של אחד המשולשים, התלמיד יידע למצוא את ההיקף של המשולש השני.

8. בהקשר אורייני, בהינתן שני משולשים דומים, התלמיד יידע למצוא את יחס השטחים של שני המשולשים.

9. בהקשר אורייני, בהינתן יחס הדמיון בשני משולשים דומים, והטח של אחד המשולשים, התלמיד יידע למצוא את השטח של המשולש השני.

10. בהקשר אורייני, בהינתן שני משולשים דומים, והיחס בין היקפים/שטחים שלהם, התלמיד יידע למצוא את יחס הצלעות (יחס הדמיון).

# יחידה שנייה

## דמיון משולשים

מטרת היחידה היא להציג את הנושא: דמיון צורות, תוך התמקדות בדמיון משולשים, בתכונות שלהם, ובקשר שבין היקפם ושטחם.
נושא זה נלמד בחטיבת הביניים, ואנו מרחיבים בנושא ומקשרים להיבטים מחיי היומיום.
ביחידה זו ייעשה שימוש בנושאים הבאים:
יחס ופרופורציה.
משפט פיתגורס.
זוויות (ראו נספח ג').
סכום זוויות במשולש (ראו נספח ג').
תכונות משולשים מיוחדים (ראו נספח א').
המרת יחידות (ראו נספח ב').
פתרון משוואות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה.
מספר השעות המוקדש ליחידה זו: **13 שעות.**
**בתחילת היחידה** נעבור יחד עם התלמידים על נספח ג' (במידת הצורך).

**רקע היסטורי עמוד 48**
מידע על תאלס, פילוסוף ומתמטיקאי יווני ששאב ידע רב ממתמטיקאים במצרים.
הוא הוכיח כי זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות, וכן את משפט תאלס העוסק בדמיון משולשים.
תאלס הוא הראשון שגילה כיצד ניתן למדוד את גובה הפירמידות בעזרת הצללים שהטילו.

**משימת פתיחה עמוד 49**
במשימת הפתיחה התלמידים מתבקשים "לנחש" איזה מפרש הוא הדומה ביותר למפרש שבתמונה.
ניתן להגיע לכיתה עם "מפרשים" גזורים במידות שונות, על מנת להקל על תלמידים מתקשים.
ניתן להגיע לכיתה עם תמונה של גג, חלון, גביע גלידה (כולם בצורת משולש), משולשים בממדים שונים, ולבקש מהתלמידים להתאים משולש מנייר, למשולש שבתמונה.

## צורות דומות

בפרק זה נתמקד בהבנה אינטואיטיבית של דמיון בין צורות שונות.

**הסבר ודוגמה פתורה עמודים 50, 51**
**<u>הגדרה</u>**: צורות דומות הן צורות, שבהן צורה אחת היא הגדלה או הקטנה של הצורה השנייה.
במצולעים דומים, הזוויות במצולע אחד שוות בהתאמה לזוויות במצולע האחר, וקיים יחס קבוע בין כל זוג של צלעות מתאימות בשני המצולעים.
מספר השעות המוקדש ליחידה זו: **שעה אחת.**

**דוגמה פתורה עמוד 51**

הגדלה של מעטפה לשלט חוצות. גורם ההגדלה: פי 5.

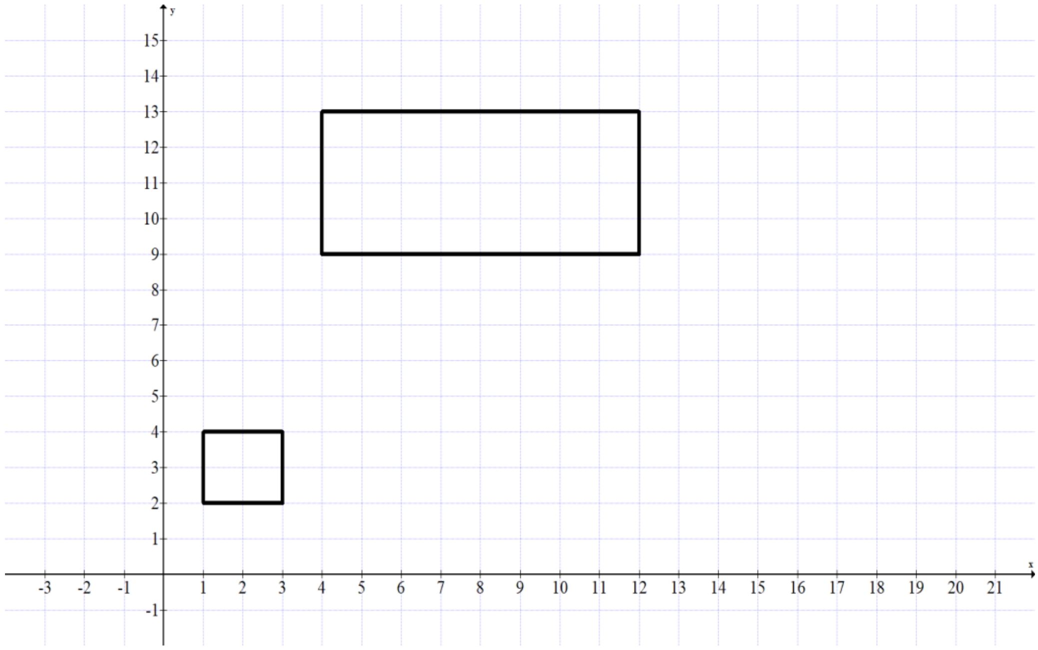
הדגישו את ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה בכיתה.

**אפשרות נוספת להסבר בכיתה**.

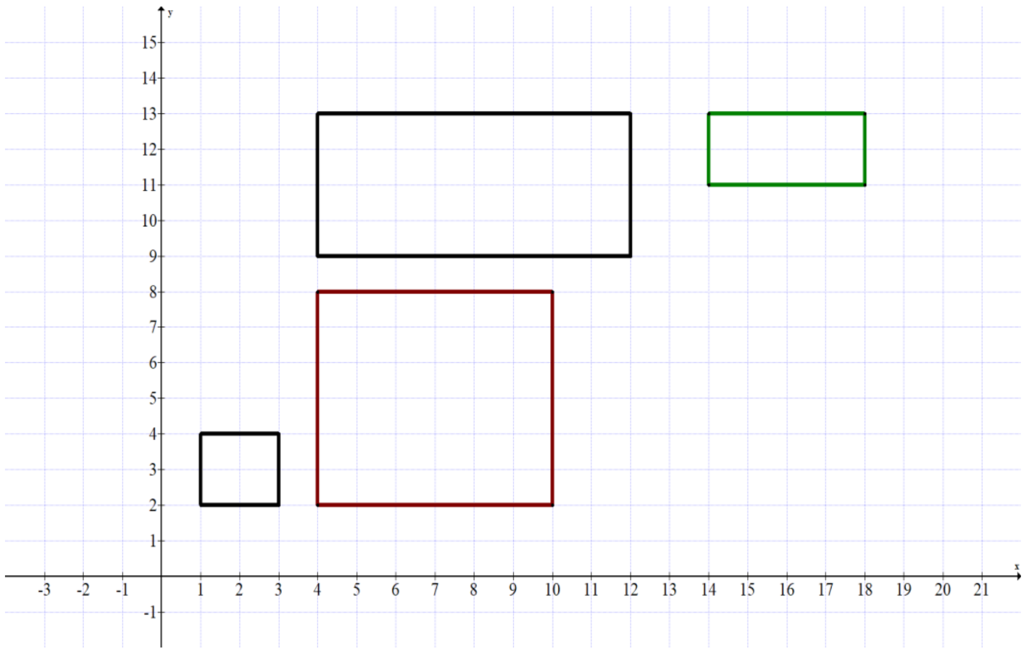
במערכת הצירים שלפניכם נתונים ריבוע ומלבן.

סרטטו במערכת הצירים ריבוע נוסף הדומה לריבוע הנתון, והוא גדול ממנו פי 3.

סרטטו במערכת הצירים מלבן נוסף, הדומה למלבן הנתון, והוא קטן ממנו פי 2.



נוסיף מערכת עם תשובות אפשריות:



**תרגיל 1 עמוד 52**

גורם ההגדלה הוא פי 2.

**תרגיל 2 עמוד 52**
גורם ההקטנה פי 10, משמע 0.1.

**תרגיל 3 עמוד 52**
גורם ההקטנה הוא 3, משמע $\frac{1}{3}$.

**תרגיל 4 עמוד 52**
גורם ההקטנה הוא פי 100, משמע 0.01, או $\frac{1}{100}$.

**תרגיל 5 עמוד 53**
גורם ההגדלה: פי 2.5.

**תרגיל 6 עמוד 53**
גורם ההקטנה הוא פי 20 (20 = 1.3 : 26), משמע 0.05, או $\frac{1}{20}$.

**תרגיל 7 עמוד 53**
סעיף א': יש הקטנה של הצורה המקורית.
סעיף ב': כאשר נתונים שני ריבועים, הם תמיד יהיו דומים. כל הזוויות שוות (בהתאמה...) ויחס הצלעות תמיד יהיה קבוע (או גדול פי, או קטן פי). גורם ההקטנה: פי 400 (לא לשכוח להפוך מ' לס"מ) היחס 400 : 1.

**תרגיל 8 עמוד 53**
סעיף א': יש הגדלה של הצורה המקורית.
סעיף ב': שני המלבנים דומים כי הם שווים בכל זוויותיהם, הצלעות הוגדלו בהתאמה (קיים יחס קבוע בין הצלע הארוכה שבמסך, לזו שבשלט החוצות, ובין הצלע הקצרה שבמסך, לזו שבשלט החוצות).
היחס הוא: 3.2 : 1, משמע 16 : 5.

# משולשים דומים

בפרק זה נתמקד בקביעה האם שני משולשים דומים, על-פי ההגדרה ולפי משפט דמיון משולשים.
נושא זה נלמד בחטיבת הביניים, נחזור על הנלמד ונתמקד במצבים הקשורים לחיי היומיום.
בפרק זה ייעשה שימוש במידע הנמצא בנספחים א', ב', ו – ג'.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד הגדרת משולשים דומים.
√ התלמיד ילמד משפט דמיון משולשים.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

## א. הגדרת משולשים דומים

בסעיף זה יוצגו שני משולשים, ויהיה צורך לקבוע האם הם משולשים דומים.

**הסבר ודוגמה פתורה עמודים 54 - 56**
הגדרה: משולשים דומים – שני משולשים, שבהם לכל זווית במשולש האחד יש זווית השווה לה במשולש האחר, וקיים יחס קבוע בין אורכי שלושת זוגות הצלעות המתאימות (הצלעות המתאימות מול הזוויות השוות).
הגדרה קצרה: שני משולשים ששלוש זוויותיהם שוות בהתאמה, וקיים יחס קבוע בין אורכי הצלעות המתאימות הם משולשים דומים.
ניתן להשתמש ביישומון גיאוגברה שבו מוצגים שני משולשים דומים. גררו את הקדקוד/הקדקודים באחד המשולשים, ותוכלו לראות כיצד שינוי אורכי הצלעות אינו משנה את היחס בין הצלעות של המשולשים הדומים. ניתן גם לשנות את יחס הדמיון על ידי הזזת הנקודה ב"ScaleFactor".
ניתן להקדיש כ – 10 דקות בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

**דוגמה פתורה – שימוש בסכום זוויות במשולש, עמודים 54 - 56**

נתונים שני משולשים ישרי-זווית, יש למצוא את הזווית החסרה במשולש אחד, לבדוק אם קיים יחס קבוע בין אורכי הצלעות המתאימות, ולרשום את הדמיון בהתאמה.

הקפידו לעבור על ההערות שבסוף הדוגמה יחד עם התלמידים.

**תרגיל 9 עמוד 57**

רישום דמיון בין שני משולשים, הקפדה על סדר אותיות נכון.

**תרגיל 10 עמוד 57**

סעיף א': באמצעות סכום זוויות במשולש, $\measuredangle EKM = 45^0$.

סעיף ב': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, והיחס בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות הוא 2 : 1.

סעיף ג': $\Delta TPQ \sim \Delta EMK$.

סעיף ד': $\frac{PT}{ME} = \frac{TQ}{EK} = \frac{PQ}{MK} = \frac{1}{2}$.

**תרגיל 11 עמוד 57**

סעיף א': $\measuredangle C = 47^0$, $\measuredangle R = 29^0$.

סעיף ב': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות, היחס הוא 3 : 2 או 2 : 3.

סעיף ג': $\Delta ABC \sim \Delta RQT$.

סעיף ד': $\frac{AB}{RQ} = \frac{BC}{QT} = \frac{AC}{RT} = \frac{2}{3}$ או 2 : 3.

**תרגיל 12 עמוד 58**

בדיון בכיתה נראה את הסימן המתמטי לישרים מאונכים: $AB \perp BC$ והמשמעות, נוצרת זווית בת $90^0$.

נזכיר כי סכום זוויות במשולש הוא $180^0$

סעיף א': משולש ABC, $\measuredangle E = 90^0$, $\measuredangle A = 37^0$, $\measuredangle E = 53^0$,

משולש DMT, $\measuredangle M = 90^0$, $\measuredangle D = 37^0$, $\measuredangle T = 53^0$.

סעיף ב': MD = 2, AC = 10 (נחשב באמצעות משפט פיתגורס).

סעיף ג': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, והיחס בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות הוא 4 : 1 או 1 : 4.

**תרגיל 13 עמוד 58**

סעיף א', במאפה הקטן, כל זווית בת $60^0$, וכל צלע אורכה 4.5 ס"מ, במאפה הגדול, כל זווית בת $60^0$, וכל צלע אורכה 13.5 ס"מ.

סעיף ב': כל משולש שווה צלעות יהיה דומה למשולש שווה צלעות אחר (בדיוק כמו ריבוע) המשולשים דומים כי קיים יחס קבוע בין אורכי הצלעות המתאימות. במקרה שלנו: הוא 3 : 1 או 1 : 3.

**תרגיל 14 עמוד 58**

סעיף א': בכל משולש גודל הזוויות: $90^0$, $51.34^0$, $36.66^0$.

סעיף ב': משולש גדול, 12 מ', 9.6 מ', 15.37 מ', משולש קטן, 2.15 מ', 1.72 מ', 2.75 מ'.

סעיף ג': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות והוא 5.58 : 1 או 279 : 50.

**תרגיל 15 עמוד 59**

סעיף א': בכל משולש גודל הזוויות: $62.5^0$, $62.5^0$, $55^0$ (במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות).

סעיף ב': משולש קטן, 36, 36, 39 מ', 130, 130, 120 מ'.

סעיף ג': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות והוא 10 : 3, או 3 : 10.

**תרגיל 16 עמוד 59**

סעיף א': בשני המשולשים גודל הזוויות: $45^0$, $45^0$, $90^0$.

סעיף ב': משולש קטן: 60, 60, 84.85 ס"מ, משולש גדול 80, 80, 113.14 ס"מ.

סעיף ג': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות (יחס הדמיון: 4 : 3, או 3 : 4).

**תרגיל 17 עמוד 59**

נגיע לכיתה עם מספר משולשים שצורתם משולש ישר-זווית.

מרבית המשולשים הנמכרים בשוק, הם משולשים שוני-צלעות (נחפש גם משולשים שווי-שוקיים).

בדיון בכיתה נדגיש: אם יש משולש שונה-צלעות (כל זוויותיו שונות), ומשולש שווה-שוקיים (זוויות הבסיס שוות), הם לעולם לא יהיו משולשים דומים.

**למתקדמים**: האם משולש שווה-צלעות יכול להיות דומה לאחד המשולשים שבתמונה?

סעיף א': המשולשים אינם דומים, משום שאינם שווים בשלוש זוויותיהם.

סעיף ב': גם לאחר הוספת הנתון, המשולשים אינם דומים, משולש אחד הוא משולש שווה-שוקיים, והמשולש האחר הוא משולש שונה-צלעות.

**דוגמה פתורה – שימוש בזוויות קודקודיות, ובזוויות בין ישרים מקבילים, עמוד 60**

נתונים שני ישרים מקבילים, וביניהם שני ישרים נחתכים היוצרים זוויות קדקודיות, וזוויות מתחלפות שוות בין הישרים המקבילים.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 18 עמוד 61**

שני הישרים הנחתכים, יוצרים שני משולשים ישרי-זווית.

סעיף א': (1) באמצעות משפט פיתגורס נחשב: BM = 5 ס"מ, MC = 4.5 ס"מ.

(2) $\measuredangle M_1 = \measuredangle M_2$ כי הן זוויות קדקודיות שוות.

(3) $\measuredangle B = \measuredangle D$ כי הן משלימות ל – $180^0$, שתי זוויות במשולש אחד, השוות לשתי זוויות במשולש האחר.

סעיף ב': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות. $\Delta ABM \sim \Delta CDM$, $\frac{AB}{CD} = \frac{BM}{DM} = \frac{AM}{CM} = \frac{2}{3}$ או 2 : 3.

**תרגיל 19 עמוד 61**

בתרגיל זה אנו עוסקים בזוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.

סעיף א': $\measuredangle B = \measuredangle D_1$ , $\measuredangle C = \measuredangle E_1$ כי הן זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.

סעיף ב': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם ($\measuredangle A$ היא זווית משותפת), וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות.

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ או 1: 3.

**תרגיל 20 עמוד 61**

סעיף א': BC || DE, ולכן $\measuredangle C = \measuredangle D$, $\measuredangle B = \measuredangle E$ כי הן זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.

סעיף ב': $\measuredangle CAB = \measuredangle DAE$ כי הן זוויות קדקודיות שוות, ולכן המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות.

$\Delta DAE \sim \Delta CAB$, $\frac{AD}{CA} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB} = \frac{1}{2}$ או 1 : 2.

**דוגמה פתורה – שאלה אוריינית, עמודים 61, 62**

יחידות אחסון הבנויות ממשולשים ישרי-זווית השווים בזוויותיהם.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 21 עמוד 62**

תרגיל דומה לתרגיל 19.

שימו לב! חלק מיחידות המידה הן ב - מ', וחלק ב - ס"מ.
סעיף א': $DE \parallel BC$, ולכן $\sphericalangle B = \sphericalangle D_1$, $\sphericalangle C = \sphericalangle E_1$ כי הן זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
סעיף ב': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם ($\sphericalangle A$ היא זווית משותפת), וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות.
$\Delta ADE \sim \Delta ABC$, $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$ או 3 : 5.

**תרגיל 22 עמוד 63**
סעיף א': $DE \parallel BC$, ולכן $\sphericalangle B = \sphericalangle DAE$, $\sphericalangle C = \sphericalangle ADE$ כי הן זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
סעיף ב': $80^2 + 150^2 = BC^2$, $BC = 170$, $AE^2 + 75^2 = 85^2$, $AE = 40$.
סעיף ג': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם ($\sphericalangle A$ היא זווית משותפת), וקיים יחס קבוע בין אורכי כל שתי צלעות מתאימות.
$\Delta ADE \sim \Delta ACB$, $\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ או 1 : 2.

**תזכורת עמוד 63**
הגדרת משולשים חופפים, ורישום קודקודים בהתאמה.

**תרגיל 23 עמוד 63**
סעיף א': $DE \parallel BC$, ולכן $\sphericalangle B = \sphericalangle E$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D$ כי הן זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle EAD$ זוויות קדקודיות שוות.
סעיף ב': משולשים שווי צלעות יהיו תמיד משולשים דומים, משום שהם שווים בשלוש זוויותיהם, ויחס הצלעות נשאר קבוע.

**תרגיל 24 עמוד 63**
סעיף א': $\sphericalangle C = \sphericalangle CMD = 70^0$, (זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים), ולכן $\sphericalangle D = 40^0$ (סכום זוויות במשולש).
$\sphericalangle CMD = \sphericalangle AMB = 70^0$ זוויות קדקודיות שוות, $\sphericalangle A = \sphericalangle AMB = 70^0$, זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים, ולכן $\sphericalangle B = 40^0$ (סכום זוויות במשולש).
סעיף ב': אם המשולשים חופפים אזי קיים יחס דמיון של 1 : 1 (כל הצלעות שוות בהתאמה).

**תרגיל 25 עמוד 64**
תרגיל בדרגת קושי גבוהה, בכיתות מתקשות ניתן לדלג עליו.
בכיתה נסרטט על הלוח את שני המשולשים ישרי-הזווית עם סימון הקדקודים שלהם.
סעיף א': נחשב את אורך הכבל: $1^2 + 1.7^2 = AC^2$, $AC = 1.97$, $3^2 + 5.1^2 = CE^2$, $CE = 5.92$,
אורך הכבל 7.89 מ'.
סעיף ב': $\sphericalangle ABC = \sphericalangle CDE = 90^0$ (נתון), $DE \parallel BC$, ולכן $\sphericalangle ACB = \sphericalangle CED$ כי הן זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, מכאן ש - $\sphericalangle A = \sphericalangle DCE$ (משלימות ל $180^0$), יחס אורכי הצלעות המתאימות הוא קבוע, ולכן המשולשים דומים.
סעיף ג': $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, $\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{1}{3}$, או 1 : 3.

## ב. משפט דמיון משולשים

בסעיף זה נלמד לזהות שני משולשים דומים על-פי משפט הדמיון: זווית, זווית.

**הסבר ודגמה פתורה עמוד 64**
בסעיף הקודם למדנו לזהות משולשים דמיון באמצעות שוויון בין שלוש הזוויות.
הגדרה: שני משולשים דומים, אם שלוש זוויותיהם שוות בהתאמה, וקיים יחס קבוע בין אורכי הצלעות המתאימות
בסעיף זה נלמד משפט דמיון:
**שני משולשים דומים, אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי זוויות במשולש שני.**

ניתן להשתמש ביישומון גיאוגברה בו תוכלו לראות כיצד שני משולשים השווים בשתיים מזוויותיהם הם משולשים דומים, ומתקיים יחס קבוע בין כל זוג צלעות מתאימות. ניתן לשנות את מיקום הקדקודים של המשולשים ואת גודלי הזוויות. https://www.geogebra.org/m/Ksvpuvds

ניעזר בכיתה ביישומון על מנת להמחיש את הנלמד (10 דקות).
בכיתות בהן לא ניתן להשתמש ביישומון ניתן להגיע לכיתה אם משולשים השווים בזוויותיהם, אך שונים בגודל הצלעות, ולהמחיש את הנלמד.
הדגישו את ההערות שבסוף ההסבר.

**דוגמה פתורה – שימוש במשפט דמיון זווית, זווית, עמודים 65, 66**
דוגמה המסבירה כיצד אנחנו רושמים הוכחה/הסבר ששני משולשים חופפים על-פי הנתונים, ועל-פי משפט דמיון זווית, זווית.
הדגישו בכיתה את ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 26 עמוד 66**
יש לבדוק האם המשולשים דומים, לשם כך עלינו לחשב את הזווית השלישית בכל משולש.

**תרגיל 27 עמוד 66**
סעיף א': בזוג I הזוויות החסרות הן $30^0$ ו – $38^0$, בזוג II הזוויות החסרות הן $80^0$ ו – $60^0$, בזוג III הזוויות החסרות הן $70^0$ ו – $20^0$.
סעיף ב': כל זוגות המשולשים דומים, משום שבכל זוג יש שתי זוויות שוות.
סעיף ג': זוג I, $\Delta TRN \sim \Delta ACB$, $\frac{5}{6} = \frac{TN}{AB} = \frac{RN}{BC} = \frac{TR}{AC}$ או 5 : 6.
זוג II, $\Delta AED \sim \Delta KTP$, $\frac{3}{5} = \frac{AD}{KP} = \frac{ED}{TP} = \frac{AE}{KT}$ או 3 : 5.
זוג III, $\Delta ABC \sim \Delta OEM$, $\frac{3}{4} = \frac{AC}{OM} = \frac{BC}{EM} = \frac{AB}{OE}$ או 3 : 4.

**תרגיל 28 עמוד 67**
בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים לסמן זוויות שוות בצבע (כל זווית צבע שונה), או למספר את הזוויות.
בסרטוט שבספר צבענו כל משולש בצבע אחר ואז "מגלים" התלמידים כי ∢B נמצאת בשני המשולשים.
ניתן לשאול: מה מיוחד בסרטוט? האם יש לנו מידע לגבי זוויות (קדקודיות, מתחלפות...).
האם DE מקביל ל - AF? הרי יש זווית בת $90^0$ מעלות בשני המשולשים? התשובה: לא.
סעיף א': ∢BED = ∢C = $90^0$, ∢B = ∢B, ולכן ∢BDE = ∢BAC (סכום זוויות במשולש).
סעיף ב': $\Delta BED \sim \Delta BCA$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית (הוכחנו בסעיף א').
סעיף ג': $\frac{BD}{BA} = \frac{ED}{CA} = \frac{BE}{BC}$.

**תרגיל 29 עמוד 67**
סעיף א': DE || BC, ולכן ∢ADE = ∢ACB, ∢DEA = ∢CBA, זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
מכאן ש: $\Delta ADE \sim \Delta ACB$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': $\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB} = \frac{AD}{AC}$.

**תרגיל 30 עמוד 67**
סעיף א': בכיתות מתקשות בקשו מהתלמידים לאתר זוויות שוות (מעבר לנתון, זוויות קדקודיות).
∢AED = ∢CEB, ∢B = ∢D, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
ניתן להוסיף כי גם ∢A = ∢A. $\Delta AED \sim \Delta CEB$

**טעות אפשרית**: התלמידים עלולים לחשוב כי הישרים AD ו - BC הם ישרים מקבילים.

סעיף ב': $\frac{AD}{CB} = \frac{ED}{EB} = \frac{A}{CE}$.

**תרגיל 31 עמוד 67**

סעיף א': DE || AB, ולכן ∢A = ∢E,  ∢B = ∢D, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית. $\Delta ACB \sim \Delta ECD$

סעיף ב': $\frac{AB}{ED} = \frac{CB}{CD} = \frac{AC}{EC}$.

**תרגיל 32 עמוד 68**

סעיף א': המשולשים שווים בשלוש זוויותיהם (נשלים זוויות: $30^0$, $60^0$, $90^0$), ולכן הם משולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית $\Delta ACB \sim \Delta PDE$.

סעיף ב': $\frac{AB}{PE} = \frac{CB}{DE} = \frac{AC}{PD}$.

**תרגיל 33 עמוד 68**

סעיף א': בין האדם ובין המדרכה יש זווית בת $90^0$, הזווית שנוצרת בעזרת קרני השמש שווה בשני המשולשים, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית. $\Delta ACB \sim \Delta DTK$.

סעיף ב': $\frac{AB}{DK} = \frac{CB}{TK} = \frac{AC}{DT}$.

**תרגיל 34 עמוד 68**

סעיף א': DE || AB, ולכן ∢A = ∢D,  ∢B = ∢E, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית. $\Delta ACB \sim \Delta DEC$.

סעיף ב': $\frac{AB}{DC} = \frac{CB}{EC} = \frac{AC}{DE}$.

**תרגיל 35 עמוד 68**

בכיתות מתקשות נשאל: כמה משולשים יש בסרטוט? יכול להיות שחלק מהתלמידים "יראו" טרפזים ולא משולשים (ניתן להוסיף אותיות לכל משולש).

כל ארבעת המשולשים שבסרטוט דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית, כי בכל משולש יש זווית השווה לזווית במשולש אחר (אפילו שתי זוויות), זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים (ניתן גם להגיד כי יש זווית משותפת).

**תרגיל 36 עמוד 69**

סעיף א': DE || AB, ולכן ∢A = ∢E,  ∢B = ∢D, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית (ניתן גם להוסיף זוויות קדקודיות שוות). $\Delta ACB \sim \Delta ECD$.

סעיף ב': $\frac{AB}{ED} = \frac{CB}{CD} = \frac{AC}{EC}$.

סעיף ג': AB גדול פי 2 מ – DE, ולכן יחס הדמיון הוא 2 : 1, או 1 : 2.

**תרגיל 37 עמוד 69**

שאלה מאתגרת. נשאל: כמה משולשים יש בסרטוט? תשובה: 3 משולשים. כל המשולשים שבסרטוט שווים בשלוש זוויותיהם, ולכן הם משולשים דומים על-פי משפט דמיון: זווית, זווית.

**בכיתות מתקדמות** ניתן להשתמש ב- $\alpha$ ו – $\beta$,  או ב – $\alpha$ ו - $\alpha - 90$.

**בכיתות מתקשות** ניתן לתת גדלים מספריים כדי להראות כי בכל משולש שבסרטוט אותן זוויות.

∢A = $\alpha$, ∢ABC = ∢ADB = $90^0$, ולכן המשולשים $\Delta ACB \sim \Delta ABD$ דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': $\frac{5}{4} = \frac{210}{168} = \frac{AB}{AD} = \frac{CB}{BD} = \frac{AC}{AB}$, או 5 : 4.

**תרגיל 38 עמוד 69**

סעיף א': DE || BC, ולכן ∢BCA = ∢E,  ∢ABC = ∢D, זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית (ניתן גם להוסיף זווית משותפת). $\Delta ACB \sim \Delta AED$.

סעיף ב': $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{AB}{AD} = \frac{CB}{ED} = \frac{AC}{AE}$ או 1 : 2.

**תרגיל 39 עמוד 69**
סעיף א': נתון $\measuredangle A = 90^0$, $\measuredangle B = \measuredangle C$, ולכן $\measuredangle B = \measuredangle C = 45^0$ (סכום זוויות במשולש).
$DE \parallel BC$, ולכן $\measuredangle B = \measuredangle ADE = 45^0$, $\measuredangle C = \measuredangle AED = 45^0$, זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
סעיף ב': $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ג': 45 = 15 – 60, 45 ס"מ = EC.
סעיף ד': 60 ס"מ = AC, 15 ס"מ = CE, משמע 45 ס"מ = AE.
$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ או 3 : 4.

## קטעים, זוויות, היקפים ושטחים במשולשים דומים

בפרק זה אנו מתמקדים במציאת גדלים שונים במשולשים דומים.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד למצוא אורי קטעים וגדלי זוויות במשולשים דומים.
√ התלמיד ילמד היקפים ושטחים במשולשים דומים.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **8 שעות.**

## א. מציאת אורכי קטעים וגדלי זוויות במשולשים דומים

בסעיף זה יופיעו שני משולשים דומים עם נתונים חלקיים, בעזרתם נחשב את הצלעות החסרות ו/או את הזוויות החסרות.
נושא זה נלמד בחטיבת הביניים, ובפרק זה נחזור ונעמיק בו בהקשר של מצבים מחיי היומיום.
ביחידה זו ייעשה שימוש נספחים א', ב' ו – ג', שנמצאים בסוף הספר.

**דוגמה פתורה – מציאת גודל חסר, עמודים 70, 71**
בדוגמה נתונים שני משולשים, יש להוכיח את הדמיון, וחישוב אורך קטע נוסף.

**תרגיל 40 עמוד 71**
סעיף א': נשלים תחילה את הזווית החסרה בכל משולש $\measuredangle B = 30^0$, $\measuredangle D = 70^0$.
סעיף ב': $\Delta ABC \sim \Delta DGE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית (כל הזוויות שוות בהתאמה בשני המשולשים).
סעיף ג': $\frac{AB}{DG} = \frac{BC}{GE} = \frac{AC}{DE}$.
סעיף ד': $\frac{BC}{EG} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, לחילופין ניתן להציב: $\frac{EG}{BC} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.
סעיף ה': $DE = 3$, $\frac{AB}{DE} = \frac{2}{x} = \frac{2}{3}$.

**תרגיל 41 עמוד 71**
כאשר שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש אחר, גם הזווית השלישית שווה (סכום זוויות במשולש).
סעיף א': $\Delta EMT \sim \Delta BCA$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': $\frac{EM}{BC} = \frac{MT}{CA} = \frac{ET}{BA}$.
סעיף ג': $\frac{MT}{CA} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$ או 1 : 2.
סעיף ד': את הצלע AB ניתן לחשב באמצעות משפט פיתגורס: $AB^2 = 8^2 + 5^2$, $AB = 9.43$.
או באמצעות היחס: $\frac{ET}{BA} = \frac{4.7}{x} = \frac{1}{2}$, $x = 9.4$. ההבדל בין שתי התשובות הוא מידת הדיוק שאנו מחליטים כאשר אנו עוסקים באומדן (מספר הספרות אחרי הנקודה העשרונית בתרגיל חילוק, או שורש).

**תרגיל 42 עמוד 72**
כאשר אנו מתבוננים בסרטוט אנו מבחינים בשני ישרים מקבילים ($AB \parallel CD$), ובזוג זוויות קדקודיות שוות.

סעיף א': נתון $\measuredangle C = \measuredangle B = 90^0$. ניתן לבחור זווית נוספת על מנת להוכיח כי המשולשים דומים.
$\measuredangle BEA = \measuredangle CED$ זוויות קדקודיות שוות, או לומר כי $\measuredangle A = \measuredangle D$ זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.
$\Delta ABE \sim \Delta DCE$ לפי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': $\frac{AB}{DC} = \frac{BE}{CE} = \frac{AE}{DE}$.
סעיף ג': $\frac{AB}{DC} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$, או $\frac{DC}{AB} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$.
סעיף ד': $CE = 40$ , $\frac{BE}{CE} = \frac{3}{2} = \frac{60}{x}$, ולכן BC = 100 ס"מ.

**תרגיל 43 עמוד 72**

TB = TE, משמע נתון משולש שווה-שוקיים, שאחת מזוויות הבסיס $70^0$, ומשולש שווה-שוקיים נוסף.
סעיף א': $\measuredangle E = \measuredangle TBE = 70^0$ זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים, $\measuredangle T = 40^0$ (סכום זוויות במשולש).
$\measuredangle ABC = \measuredangle EBT = 70^0$ זוויות קדקודיות שוות, $\measuredangle A = \measuredangle ABC = 70^0$ זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים, $\measuredangle C = 40^0$ (סכום זוויות במשולש).
סעיף ב': $\Delta CAB \sim \Delta TEB$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ג': $\frac{CA}{TE} = \frac{AB}{EB} = \frac{CB}{TB}$.
סעיף ד': $\frac{AB}{EB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, או לחילופין: 1 : 2.
סעיף ה': BT = ET = 11.7, BC = AC = 5.85.

**תרגיל 44 עמוד 72**

נתון משולש שווה-שוקיים ABC, משמע $\measuredangle B = \measuredangle C$ במשולש שווה-שוקיים, זוויות הבסיס שוות.
סעיף א': $\measuredangle A = \measuredangle A$ זווית משותפת, $\measuredangle B = \measuredangle ADE$, $\measuredangle C = \measuredangle AED$ זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים.
סעיף ב': $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ג': $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$.
סעיף ד': AC = AB = 15 שוקיים שוות במשולש שווה-שוקיים, יחס הדמיון: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. $DE = 12$ , $\frac{DE}{18} = \frac{2}{3}$.

**תרגיל 45 עמוד 73**

ניתן להגיע לכיתה עם משולשים ישרי-זווית מנייר בגדלים שונים, אך שווי-זוויות כמו בסרטוט, ולתת לתלמידים לחוש את המושג: שוויון בזוויות המשולש, אך לא שוויון בצלעות.
ניתן לשאול: מהי המשמעות של השוויון: $\measuredangle A_1 = \measuredangle A_2$? התשובה: נתון AD (או AC)חוצה את זווית $\measuredangle BAE$.
סעיף א': נתונים שני זוגות של זוויות שוות בהתאמה בשני משולשים שונים, ולכן מתקיים $\Delta ABC \sim \Delta AED$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD}$.
סעיף ג': יחס הדמיון הוא: $\frac{BC}{DE} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, ולכן $AD = 40$, $\frac{AC}{AD} = \frac{30}{AD} = \frac{3}{4}$.
סעיף ד': CD = AD – AC = 40 – 30 = 10.

**תרגיל 46 עמוד 73**

סעיף א': $\measuredangle D_1 = \measuredangle B$ נתון, $\measuredangle A = \measuredangle A$ זווית משותפת, ולכן $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': $\frac{AD}{AB} = \frac{3.5}{10.5} = \frac{1}{3}$.
סעיף ג': $AC = 18$, $\frac{AE}{AC} = \frac{6}{AC} = \frac{1}{3}$.

**דוגמה פתורה – שאלה אוריינית, מציאת גודל חסר, עמודים 73, 74**

דוגמה מחיי היומיום להוכחת דמיון משולשים, ומציאת גדלים חסרים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 47 עמוד 74**

סעיף א': ∢B = ∢D = $90^0$ נתון, ∢A = ∢E נתון, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': $\frac{AC}{EC} = \frac{BC}{DC} = \frac{AB}{ED}$.

סעיף ג': $AB = 70$, $\frac{42}{EC} = \frac{30}{50} = \frac{BC}{CD}$.

**תרגיל 48 עמוד 74**

סעיף א': ∢B = ∢D = $90^0$ נתון, ∢A = ∢T נתון, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta TDK$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': $\frac{AC}{TK} = \frac{BC}{DK} = \frac{AB}{TD}$.

סעיף ג': יחס הדמיון הוא: $\frac{5}{2} = \frac{550}{220} = \frac{BC}{DK}$, נרשום: $AB = 450$, $\frac{5}{2} = \frac{AB}{180} = \frac{AB}{TD}$.

**תרגיל 49 עמוד 75**

∢A = ∢D = $40^0$, AC = AB, DT = DE נתון, ולכן ∢E = ∢T = ∢B = ∢A = $70^0$ זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים, וסכום זוויות במשולש הוא $180^0$.

סעיף א': על הכתוב לעיל $\Delta ABC \sim \Delta DET$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': נתון כי יחס הדמיון הוא 1 : 2, נרשום: 80 ס"מ = $DE = 0.8$, $\frac{1.6}{DE} = \frac{2}{1} = \frac{AB}{DE}$.

**תרגיל 50 עמוד 75**

סעיף א': ∢B = ∢D = $90^0$ נתון, ∢A = ∢A זווית משותפת, ולכן $\Delta AED \sim \Delta ACB$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית, $\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{CB} = \frac{AE}{AC}$.

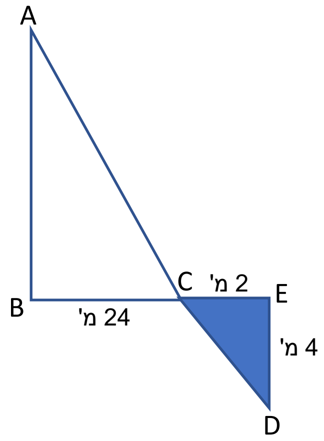
סעיף ב': יחס הדמיון $\frac{2}{5} = \frac{10}{25} = \frac{DE}{BC}$ או 2 : 5.

סעיף ג': נציב: $AB = 42.5$, $\frac{17}{AB} = \frac{2}{5} = \frac{AD}{AB}$.

**תרגיל 51 עמוד 76**

לצורך הבהרת התרגיל נסרטט שני משולשים, ונוסיף אותיות:

(הסרטוט אינו מדויק והוא לצורך המחשה בלבד).




סעיף א': ∢B = ∢E = $90^0$ נתון,

∢ACB = ∢DCE זוויות קדקודיות שוות, ולכן

$\Delta ABC \sim \Delta DEC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

**בכיתות מתקדמות** נוסיף: AB || DE (אם הזוויות המתחלפות שוות, אזי הישרים מקבילים, ולכן גם ∢A = ∢D.

סעיף ב': $AB = 48$, $\frac{AB}{4} = \frac{24}{2} = \frac{AB}{DE}$.

**תרגיל 52 עמוד 76**

סעיפים א', ב': ∢B = ∢D = $90^0$, ולכן AB || DE (אם הזוויות המתאימות שוות, אזי הישרים מקבילים).

∢DEA = ∢BAC (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים), ולכן $\Delta EDA \sim ABC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ג': יחס הדמיון: $\frac{1}{4} = \frac{7.5}{30} = \frac{AD}{BC}$ $10$ $AB =$, $\frac{2.5}{AB} = \frac{1}{4} = \frac{DE}{AB}$.

סעיף ד': נחשב את אורך הקטעים AE ו – AC באמצעות משפט פיתגורס.

$2.5^2 + 7.5^2 = AE^2$, AE = 7.91, $10^2 + 30^2 = AC^2$, AC = 31.62, CE = 39.53מ'.

**תרגיל 53 עמוד 77**

בספר יש מידע על הפירמידה הגדולה במצרים.

הפירמידות ומבנים עתיקים אחרים, שנותרו במצרים מעידים על הידע הנרחב של המצרים בתחום הגיאומטריה והחישובים המתמטיים שנדרשו להם על מנת לבנות מבנים אלו.

הקושי בשאלה הוא לתרגם את המידע לסרטוט ברור, ולשם כך יש לנו בספר את המידע הנדרש.

סעיף א': $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DEC = 90^0$, נתון, $\sphericalangle C = \sphericalangle C$ זווית משותפת, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{1}{27} = \frac{20}{540} = \frac{CE}{CB}$, נחשב את גובה הפירמידה: $AB = 135$, $\frac{DE}{AB} = \frac{1}{27} = \frac{5}{AB}$.

התייר צדק בחישוביו.

סעיף ג': נחשב: $\frac{4 \cdot 100}{139} = 2.88\%$.

בפתיחה ליחידה הזכרנו כי תאלס הוא הראשון שגילה כיצד נוכל למדוד גובה של פירמידה בעזרת השימוש בצל שלה.

**תרגיל 54 עמוד 78**

סעיף א': (1) $\sphericalangle DAB = \sphericalangle ECB = 90^0$, נתון, $\sphericalangle DBA = \sphericalangle EBC$ נתון, ולכן $\Delta ABD \sim \Delta\ CBE$ על פי משפט דמיון זווית, זווית.

(2) נחשב את יחס הדמיון: $\frac{1}{140} = \frac{2}{280} = \frac{AB}{BC}$.

סעיף ב': $CE = 210$, $\frac{1.5}{CE} = \frac{1}{140} = \frac{AD}{CE}$.

סעיף ג': המרחק 210 מ', המהירות 7 מטרים בשנייה, הזמן: 30 = 7 : 210, 30 שניות.

**תרגיל 55 עמוד 79**

סעיף א': אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה, ולכן $\sphericalangle BEC = \sphericalangle CED = 90^0$, $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BCE$ נתון, ומכאן $\Delta BEC \sim \Delta CED$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': בדלתון האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני, ולכן AE = EC = 40.

יחס הדמיון: $\frac{1}{2} = \frac{40}{80} = \frac{EC}{DE}$ או 1 : 2.

סעיף ג': נחשב את אורך BE: $BE = 20$, $\frac{BE}{40} = \frac{1}{2} = \frac{BE}{CE}$, אורך BD הוא 100 ס"מ.

סעיף ד': שטח העפיפון: $4000 = \frac{100 \cdot 80}{2}$, שטח העפיפון 4000 סמ"ר שהם 0.4 מ"ר.

**תרגיל 56 עמוד 79**

סעיף א': גבהי הטרפז שווים זה לזה, במילים אחרות: המרחקים בין שני ישרים מקבילים תמיד שווים.

סעיף ב': $\sphericalangle DMA = \sphericalangle BTC = 90^0$ נתון, $\sphericalangle C = \sphericalangle DAM$ נתון, ולכן $\Delta BTC \sim \Delta DMA$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ג': יחס הדמיון: $\frac{2}{3} = \frac{BT}{DM}$.

סעיף ד': $TC = 1\frac{1}{3}$, $\frac{TC}{2} = \frac{2}{3} = \frac{TC}{MA}$.

**תרגיל 57 עמוד 80**

סעיף א': $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ במקבילית הזוויות הנגדיות שוות, $\sphericalangle APB = \sphericalangle AMD = 90^0$ נתון, ולכן $\Delta APB \sim \Delta AMD$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': יחס הדמיון: $\frac{2}{3} = \frac{400}{600} = \frac{AP}{AM}$ או 2 : 3.

סעיף ג': נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $750^2 = 600^2 + DM^2$, 450 מ' = DM.

סעיף ד': נחשב: $BP = 300$, $\frac{PB}{450} = \frac{2}{3} = \frac{PB}{MD}$. 300 מ' = BP.

**תרגיל 58 עמוד 80**

סעיף א': אלכסוני המעוין חוצים זה את זה, ולכן TC = AT = 60, TD = BT = 45.

נחשב באמצעות משפט פיתגורס את צלע המעוין: $45^2 + 60^2 = BC^2$, BC = 75.

סעיף ב': $\sphericalangle E = \sphericalangle BTC = 90^0$ נתון, $\sphericalangle ACE = \sphericalangle BCT$ אלכסון המעוין חוצה את זווית המעוין, ולכן $\Delta AEC \sim \Delta BTC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ג': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{8}{5} = \frac{120}{75} = \frac{AC}{BC}$, או $\frac{5}{8}$.

סעיף ד': $AE = 72$, $\frac{AE}{45} = \frac{8}{5} = \frac{AE}{BT}$.

**דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – מציאת שני גדלים חסרים, עמודים 81, 82**
מציאת גדלים בתוך שאלה מחיי היומיום.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 59 עמוד 82**
סעיף א': $∢CBA = ∢EDA = 90^0$ נתון, $∢A = ∢A$ זווית משותפת, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': יחס הדמיון הוא $\frac{1}{3} = \frac{1.7}{5.1} = \frac{DE}{BC}$ (או 1 : 3). נחשב: $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3} = \frac{x}{x+8}$, $x = 4$.

**תרגיל 60 עמוד 83**
סעיף א': $∢CED = ∢BAC = 90^0$, ולכן AB || CE (אם הזוויות המתאימות שוות, אזי הישרים מקבילים).
$∢CDE = ∢BCA$ זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן $\Delta CED \sim \Delta BAC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': נחשב תחילה את יחס הדמיון: $\frac{1}{35} = \frac{1.5}{52.5} = \frac{AC}{DE}$. $\frac{BC}{CD} = \frac{1}{35} = \frac{x}{90-x}$, $x = 2.5$.
סעיף ג': $CD = 87.5$, נחשב באמצעות משפט פיתגורס את AB: $AB^2 + 1.5^2 = 2.5^2$, $AB = 2$.

**תרגיל 61 עמוד 83**
סעיף א': $∢TBA = ∢MCA = 90^0$ נתון, $∢MAC = ∢TAB$ נתון, ולכן $\Delta MAC \sim \Delta TAB$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{1}{180} = \frac{1.80}{324} = \frac{MC}{NB}$. $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{180} = \frac{x}{724-x}$, $AC = 4$. המרחק 4 מ'.
סעיף ג': $BT = 324$ מ', $AB = 720$ מ', נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $720^2 + 324^2 = AN^2$,
$AT = 789.54$.

**תרגיל 62 עמוד 84**
סעיף א': $∢CDE = ∢ABE = 90^0$ נתון, $∢E = ∢E$ זווית משותפת, ולכן $\Delta CDE \sim \Delta ABE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{2}{5} = \frac{90}{225} = \frac{CD}{AB}$, $\frac{DE}{BE} = \frac{2}{5} = \frac{x}{3.24+x}$, $x = 2.16$, $BE = 5.4$ מ'.
סעיף ג': נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $2.24^2 + 5.4^2 = AE^2$, $AE = 5.85$ מ'.

**תרגיל 63 עמוד 84**
במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, ולכן $FT = DF = 20.7$, $GC = BG = 27.6$.
סעיף א': נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $27.6^2 + 36.8^2 = AB^2$, $AB = 46$.
סעיף ב': $∢DAF = ∢DAF$ זווית משותפת, $∢AFD = ∢AGB = 90^0$, ולכן $\Delta ADF \sim \Delta ABG$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ג': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{3}{4} = \frac{20.7}{27.6} = \frac{DF}{BG}$.
סעיף ד': $\frac{AF}{AG} = \frac{3}{4} = \frac{x}{36.8-x}$, $AF = 27.6$.
סעיף ה': נחשב את אורך FG, $36.8 - 27.6 = 9.2$, מסקנה: אי אפשר להניח את דגם המטוס.

## ב. היקפים ושטחים במשולשים דומים

בסעיף זה נרחיב בנושא משולשים דומים, ונתמקד בהיקפים ובשטחים שלהם.

**דוגמה פתורה עמודים 85, 86**
דוגמה מחיי היומיום המצריכה שימוש בהיקפים ושטחים של משולשים דומים.
**בכיתות מתקדמות** הראו את השימוש בסימון זוויות במשולש ישר-זווית: $90^0$, $\alpha$, $90 - \alpha$.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 64 עמוד 86**

כאשר נתון AB || DE יש לנו שני זוגות של זוויות מתחלפות שוות.

סעיף א': ∢A = ∢E, ∢B = ∢D זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית. לחילופין ניתן לרשום ∢ACB = ∢ECD זוויות קדקודיות שוות.

סעיף ב': יחס הדמיון: $\frac{DC}{BC} = \frac{12.6}{4.2} = \frac{3}{1}$.

סעיף ג': $AC = 2.8$, $\frac{EC}{AC} = \frac{3}{1} = \frac{8.4}{AC}$, $DE = 15$, $\frac{DE}{BA} = \frac{3}{1} = \frac{DE}{5}$.

סעיף ד': $P_{\Delta ABC} = 5 + 4.2 + 2.8 = 12$, $P_{\Delta DCE} = 8.4 + 12.6 + 15 = 36$.

**בכיתות מתקדמות** ניתן לערוך דיון: האם יחס ההיקף של משולשים דומים הוא כיחס הדמיון?

אם כן, ברגע שמצאנו היקף של משולש אחד ניתן לכפול/לחלק לפי יחס הדמיון, ולקבל את היקף המשולש האחר.

**תרגיל 65 עמוד 86**

סעיף א': AB || CD, ולכן ∢EBA = ∢ECD, ∢EAB = ∢EDC זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן $\Delta CDE \sim \Delta BAE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית (ניתן לרשום גם ∢E זווית משותפת).

סעיף ב': יחס הדמיון: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{ED}{EA}$.

סעיף ג': שני שמשולשים הדומים הם משולשים ישרי זווית, שלהם שלשה פיתגורית: 3, 4, 5 ו – 6, 8, 10.

ניתן לחשב את הצלעות החסרות באמצעות משפט פיתגורס (בכיתות בהן "שכחו" את השלשה הפיתגורית, או בכיתות מתקשות), את שאר הצלעות על-פי יחס הדמיון.

4 ס"מ = CE, 10 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BE.

סעיף ד': $P_{\Delta EDC} = 5 + 4 + 3 = 12$, $P_{\Delta ABE} = 6 + 8 + 10 = 24$.

**תרגיל 66 עמוד 87**

סעיף א': $90^0$ = ∢CBA = ∢ABF נתון, ∢BAC = ∢F, ולכן $\Delta AFB \sim \Delta CAB$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': $\frac{AB}{CB} = \frac{FB}{AB} = \frac{AF}{CA}$.

סעיף ג': נחשב את יחס הדמיון: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{FB}{AB}$, $10.67$, $BC = 10\frac{2}{3}$, $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} = \frac{8}{BC}$.

סעיף ד': $66.68 = \frac{(10.67+6)\cdot 8}{2} = S_{\Delta AFC}$, שטח המשולש 66.68 סמ"ר.

**תרגיל 67 עמוד 87**

אם זווית הראש שווה בשני משולשים שווי-שוקיים, אזי גם זוויות הבסיס שוות בשני המשולשים.

סעיף א': $\Delta ABC \sim \Delta DET$, ניתן לרשום גם: $\Delta ABC \sim \Delta DTE$.

סעיף ב': קטן ב – 30% משמע, 70% מהכמות המקורית: $63.7 = \frac{70\cdot 91}{100} = DE$.

סעיף ג': $49 = \frac{70\cdot 70}{100} = TE$.

סעיף ד': המשמעות לחשב את ההיקף של שני המשולשים: 428.4 = 63.7 · 2 + 49 + 91 · 2 + 70.

**תרגיל 68 עמוד 87**

סעיף א': AB || DE, ולכן ∢A = ∢D, ∢B = ∢E זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן $\Delta ACB \sim \Delta DCE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': נתון כי אורך הקטע AB גדול פי 2 מאורך הקטע DE, משמע יחס הדמיון הוא 1 : 2, או 2 : 1.

נגדיר: CE = x, BC = 126 – x. על-פי יחס הדמיון ניתן לרשום: 2x = 126 – x, x = 42.

לחילופין ניתן לרשום CE = x, BC = 2x, x + 2x = 126.

סעיף ג': CE + 5 = DE, DE = 47. על-פי יחס הדמיון AB גדול פי 2 מ – DE, AB = 94.

סעיף ד': אורך כל חבל תלייה הוא כאורך AB, משמע אורך 8 חבלי כביסה הוא 752 ס"מ.

**תרגיל 69 עמוד 88**

סעיף א': $90^0$ = ∢BTC = ∢AED נתון, ∢TBC = ∢D נתון, ולכן $\Delta BTC \sim \Delta DEA$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

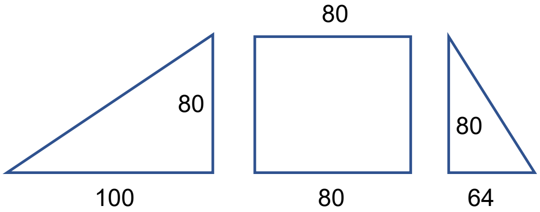
סעיף ב': TC = x, ‏80 ס"מ = TE, ולכן DE = 244 – 80 – x = 164 – x.

סעיף ג': על-פי הדמיון: $TC = 100$ או 64 , $\frac{BT}{DE}=\frac{80}{164-x}=\frac{TC}{AE}=\frac{x}{80}$.

פתרון המשוואה הריבועית נותן לנו שני פתרונות אפשריים.

אם נסתמך על הסרטוט נקבל כי TC = 64 (הוא קצר יותר מ – DE).

סעיף ד': נסרטט במחברת (או על הלוח) את הטרפז ונרשום עליו גדלים:




נחשב את אורך היתר בכל אחד מהמשולשים ישרי-הזווית.

$64^2 + 80^2 = c^2$, ‏c = 102.45, ‏$80^2 + 100^2 = c^2$, ‏c = 128.06.

היקף החלון: 554.51 ס"מ = 244 + 80 + 102.45 + 128.06.

שטח החלון: $12960$ סמ"ר $= \frac{(244+80)\cdot 80}{2} = S_{\text{טרפז}}$.

**תרגיל 70 עמוד 88**

סעיף א': $\sphericalangle ATD = \sphericalangle ABC = 90^0$ נתון וגם אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAT$ האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זווית הראש בדלתון, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta ATD$.

סעיף ב': AT = x, ‏AC = x – 1.75, ‏AC = 2x – 1.75.

סעיף ג': **בכיתות מתקשות** נרשום את יחס הצלעות, ונציב היכן שניתן:

$\frac{AB}{AT}=\frac{BC}{TD}=\frac{AC}{AD}=\frac{5}{x}=\frac{BC}{TD}=\frac{2x-1.75}{5}$, נפתור משוואה ריבועית: $2x^2 – 1.75x – 25 = 0$.

קיבלנו שני פתרונות: $4 = \frac{1.75+14.25}{4}$ ו - $\frac{1.75-14.25}{4} = -3.125$ פתרון שנפסל.

AC = 2x – 1.75 = 6.25, את אורך BC נחשב בעזרת משפט פיתגורס: $BC^2 + 5^2 = 6.25^2$, ‏BC = 3.75.

סעיף ד': היקף הדלתון: 17.5 ס"מ = P = 2 · 3.75 + 10.

כדי לחשב את שטח הדלתון יש לחשב את אורך BD. ‏$DT = 3$, $\frac{5}{4}=\frac{3.75}{DT}=\frac{BC}{DT}$, ‏6 ס"מ = BD.

שטח הדלתון: $18.75 = \frac{6\cdot 6.25}{2} = S_{\text{דלתון}}$.

**תרגיל 71 עמוד 88**

סעיף א': במקבילית הצלעות הנגדיות מקבילות, ולכן $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BCA$ זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.

סעיף ב': נסמן: $\sphericalangle BCT = \alpha$, ‏BT = BC, ולכן $\sphericalangle BTC = \sphericalangle BCT = \alpha$ זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים וגם סימון. CD = AC נתון, ולכן $\sphericalangle CDA = \sphericalangle CAD = \alpha$ זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים + סימון.

מסקנה: $\Delta BCT \sim \Delta CAD$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ג': נסמן TC = x, ולכן AT = CT = x האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה, BT = x + 5, ולכן DT = BT = x + 5 (נתון + תכונת אלכסונים במקבילית). $\frac{x+5}{2x}=\frac{BT}{CD}=\frac{CT}{AD}=\frac{BC}{CA}$.

סעיף ד': נחשב תחילה את ערכו של x: $\frac{2}{3}=\frac{x+5}{2x}$, x = 15. ‏AD = BC = 20, ‏CD = AB = 30, ולכן היקף המתחם הציבורי הוא 100 מ"ר.

**תרגיל 72 עמוד 89**

סעיף א': על-פי משפט פיתגורס: $TE^2 + 1.2^2 = 2^2$, ‏TE = 1.6.

סעיף ב': (1) הצלע הארוכה ביותר של משטח העץ גדולה פי 2 מאורך הצלע הארוכה של משטח הזכוכית.

(2) אורך הצלע הקצרה של משטח הזכוכית קטנה פי 2 מאורך הצלע הקצרה של משטח העץ, ולכן אורכה 0.6 מ' (ניתן להשתמש גם ביחס הצלעות $\frac{1.2}{AB}=\frac{2}{1}=\frac{DE}{AB}$).

(3) אורך הצלע הבינונית של משטח הזכוכית קטנה פי 2 מאורך הצלע הבינונית של משטח העץ, ולכן אורכה 0.8 מ' (ניתן להשתמש גם ביחס הצלעות $\frac{TE}{CB}=\frac{2}{1}=\frac{1.6}{AB}$).

סעיף ג': (1) היקף משטח הזכוכית הוא 2.4 מ'. (2) המחיר 72 שקלים.

**תרגיל 73 עמוד 90**

סעיף א': במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, ולכן BK = AK = 14.

(1) $14^2 + CK^2 = 50^2$, CK = 48, AC = 48 ס"מ.

(2) שטח הדגל: $S_{\Delta ABC} = \frac{28\cdot 48}{2} = 672$ סמ"ר.

סעיף ב': נרשום את יחס הצלעות: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{ET} = \frac{AC}{DE} = \frac{5}{2} = \frac{28}{DE}$, DE = 11.2 ס"מ.

סעיף ג': נחשב את אורך השוק של הדגל הקטן: $\frac{AC}{DT} = \frac{5}{2} = \frac{50}{DT}$, DT = 20. היקף הדגל הקטן 51.2 ס"מ.

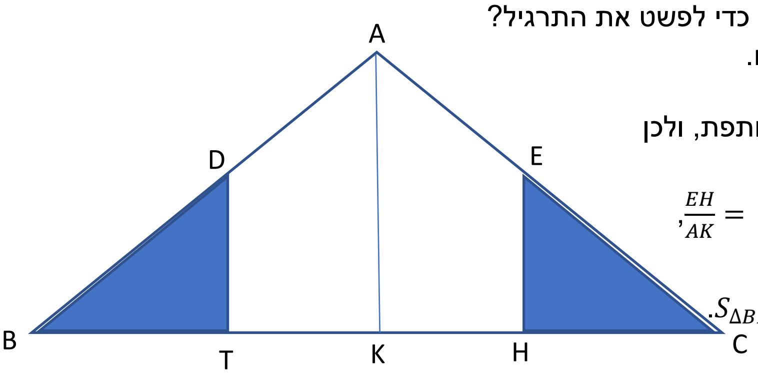
סעיף ד': אורך הבסיס של הדגל הגדול הוא 28 ס"מ, אורך הבסיס של הדגל הקטן הוא 11.2 ס"מ.

נסמן x = מספר הדגלים הקטנים, 3x = מספר הדגלים הגדולים (בכל "קבוצה" יש 3 דגלים גדולים ודגל אחד קטן). נרשום משוואה: $28 \cdot 3x + 11.2x = 2380$, x = 25, 25 "קבוצות", ולכן 75 דגלים גדולים.

**תרגיל 74 עמוד 90**

בדיון בכיתה נשאל את התלמידים: מה כדאי לעשות כדי לפשט את התרגיל?

כדי לענות על שאלה זו נוסיף אותיות לסרטוט הקיים.




נתון $\sphericalangle EHC = \sphericalangle AKC = 90^0$, $\sphericalangle C = \sphericalangle C$ זווית משותפת, ולכן $\Delta EHC \sim \Delta AKC$ לפי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף א': נרשום יחס צלעות: $\frac{EH}{AK} = \frac{HC}{KC} = \frac{EC}{AC} = \frac{30}{55} = \frac{24}{AK}$,

AK = 44 ס"מ.

סעיף ב': שטח המשולש: $S_{\Delta BDT} = \frac{30\cdot 24}{2} = 360$ סמ"ר.

שטח כל משולש קטן הוא 360 סמ"ר,

ולכן שטח משטח העץ הוא 720 סמ"ר.

סעיף ג': שטח המשולש הגדול הוא $S_{\Delta BDT} = \frac{110\cdot 44}{2} = 2420$ סמ"ר

שטח הזכוכית: 2420 – 720 = 1700 סמ"ר.

סעיף ד': נחשב תחילה את אורך EC:

$30^2 + 24^2 = EC^2$, CE = 38.42, נחשב את אורך AC: $AC = 69.92$, $\frac{CE}{AC} = \frac{6}{11} = \frac{38.42}{AC}$.

אורך AE הוא 31.5 ס"מ. שטח משטח הזכוכית: $2 \cdot 31.5 + 2 \cdot 24 + 50 = 161$ ס"מ.

ההבדל בין התוצאה לבין התשובה בספר נובעת מאומדן.

**תזכורת עמוד 91**

יחס היקפי משולשים דומים, **שווה** ליחס הדמיון.

**תרגיל 75 עמוד 91**

סעיף א': נשלים זוויות, ונראה כי שני המשולשים שווים בשלוש זוויותיהם, ולכן הם משולשים דומים.

$\Delta ABC \sim \Delta EMT$ על-פח משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': יחס הדמיון: $\frac{AC}{ET} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

סעיף ג': יחס ההיקף הוא כיחס הדמיון: 2 : 5.

ניתן לחשב את אורך הצלע החסרה באמצעות משפט פיתגורס, והראות כי יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון.

**תרגיל 76 עמוד 91**

סעיף א': $\sphericalangle AET = \sphericalangle ADC = 90^0$ נתון, $\sphericalangle CAD = \sphericalangle TAE$ זווית משותפת, ולכן $\Delta ACD \sim \Delta ATE$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': יחס הדמיון הוא 2 : 1, ולכן גם יחס ההיקפים הוא 2 : 1.
סעיף ג': היקף המשולש ATE גדול פי 2 מהיקף משולש ACD, ולכן היקפו 314.16 ס"מ.

### תרגיל 77 עמוד 92

**בכיתות מתקשות** נצבע את התוכן בכל מפרש בצבע אחד, ואת המנור בצבע אחר לשם הדגשה והבנת המושגים.

סעיף א': נרשום יחס: $\frac{8}{x} = \frac{4}{3}$, x = 6.
סעיף ב': נרשום יחס: $\frac{y}{3} = \frac{4}{3}$, y = 4.
סעיף ג': שטח המפרש הראשי הוא 16 סמ"ר, ושטח המפרש המשני הוא 9 סמ"ר.
סעיף ד': נחשב את העלות: 7,500 שקלים (7500 = 300 · (9 + 16)).
סעיף ה': יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון 3 : 4.

### תרגיל 78 עמוד 92

סעיף א': במשולש שווה-צלעות כל הזוויות הן בנות $60^0$, ולכן כל המשולשים שווי הצלעות דומים זה לזה.
סעיף ב': אורך המסגרת הכסופה הוא 6.3 ס"מ.
סעיף ג': (1) אורך הצלע של המשולש הקטן הוא 1.4 ס"מ, $\frac{2.1}{x} = \frac{3}{2}$.
(2) היקף המשולש הקטן הוא 4.2 ס"מ, אורך המסגרת הכסופה הוא 10.5 ס"מ.
ניתן להשתמש ביחס בין ההיקפים. אם היקף המשולש הגדול הוא 6.3 ואז היקף המשולש הקטן: $\frac{6.3}{a} = \frac{3}{2}$.
סעיף ד': יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון 2 : 3.
סעיף ה': (1) נחשב את הגובה באמצעות משפט פיתגורס: $h^2 + 0.7^2 = 1.4^2$, h = 1.21 לא לשכוח להשתמש במחצית הבסיס (גובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס במשולש שווה-שוקיים/ שווה-צלעות).
(2) שטח המשולש: $S_{\text{משולש}} = \frac{1.4 \cdot 1.21}{2} = 0.847$ סמ"ר, שטח המשולש 0.85 סמ"ר.

### הסבר ודוגמה פתורה עמוד 93

הסבר מהו יחס השטחים בין שני משולשים דומים: ""ריבוע יחס הדמיון".
דוגמה לשימוש ביחס השטחים של משולשים דומים.

ניתן להשתמש ביישומון גיאוגברה בו אנו משנים את יחס הדמיון, ורואים כיצד משתנה יחס השטחים.

https://www.geogebra.org/m/V8JXNq63 נקדיש בכיתה 10 דקות, או בבית לפי שיקול דעת המורה.

### תרגיל 79 עמוד 94

סעיף א': $\Delta AMT \sim \Delta BCE$.
סעיף ב': יחס הדמיון הוא: $\frac{1}{2} = \frac{2.5}{5} = \frac{MT}{CE}$ או 1 : 2.
סעיף ג': יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון 2 : 1.
סעיף ד': יחס השטחים הוא: $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{S_{\Delta AMT}}{S_{\Delta BCE}}$.

### תרגיל 80 עמוד 94

ננתח את הנתונים. נסמן BD = x, ולכן AD = 2BD = 2x, ומכאן AB = 3x.
סעיף א': המשולשים דומים כי $\measuredangle DBE = \measuredangle ABC = 90^0$ נתון, $\measuredangle E = \measuredangle C$ נתון.
סעיף ב': יחס הדמיון הוא: $\frac{1}{3} = \frac{x}{3x} = \frac{DB}{AB}$ או 1 : 3.
סעיף ג': יחס ההיקפים הוא כיחס הדמיון 3 : 1.

סעיף ד': יחס השטחים הוא $\frac{1}{9}$.

**<u>טעות אפשרית</u>**: בשני התרגילים הקודמים במונה של יחס השטחים תמיד הייתה הספרה 1.

תלמידים מתקשים יחשבו שזה תמיד כך. **הדגישו**: אם יחס הדמיון הוא 2 : 3 למשל, אזי יחס השטחים הוא $\frac{4}{9}$.

**תרגיל 81 עמוד 94**

סעיף א': $\sphericalangle B = \sphericalangle AME = 90^0$ נתון, $\sphericalangle A = \sphericalangle A$ זווית משותפת, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית.

סעיף ב': AC = 15 ס"מ. יחס הדמיון: $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{AE}{AC}$ או 1 : 3.

סעיף ג': היחס בין ההיקפים הוא כיחס הדמיון 1 : 3.

סעיף ד': יחס השטחים הוא 1 : 9.

**תרגיל 82 עמוד 95**

סעיף א': המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם.

סעיף ב': יחס הדמיון הוא 1 : 4, או 4 : 1.

סעיף ג': אורך המסגרת הוא כיחס הדמיון 1 : 4, או 4 : 1.

סעיף ד': יחס השטחים הוא 1 : 16, ולכן עלות הבד לבניית העפיפון של גפן היא 1.120 שקלים.

**תרגיל 83 עמוד 95**

סעיף א': האמצעות משפט פיתגורס נחשב: $30^2 + AK^2 = 78^2$, AK = 72 ס"מ.

סעיף ב': שטח המראה: $S_{\Delta ABC} = \frac{60 \cdot 72}{2} = 2160$ סמ"ר.

סעיף ג': אם יחס הדמיון הוא 2, משמע כל צלע במשולש הגדול גדולה פי 2 מכל צלע במשולש הקטן, או כל צלע במשולש הקטן היא מחצית מאורך כל צלע במשולש הגדול, ולכן EG = 30 ס"מ.

סעיף ד': יחס השטחים הוא 4 : 1, שטח המשולש הגדול הוא 2160 סמ"ר, ולכן שטח המשולש הקטן הוא 540 סמ"ר.

דרך נוספת: אורך הגובה לבסיס במשולש הגדול הוא 72 ס"מ, ולכן אורך הגובה לבסיס במשולש הקטן הוא 36 ס"מ. שטח המשולש הקטן: $S_{\Delta DEG} = \frac{30 \cdot 36}{2} = 540$.

סעיף ה': היקף המשולש הגדול הוא 216 ס"מ, היקף המשולש הקטן הוא 108, סך-הכול 324 ס"מ. אורך שרשרת הנורות הוא 350 ס"מ (המרנו מידות), ולכן שרשרת הנורות תספיק.

**הידעתם עמוד 96**

פירוש המילה "צימר" ומשמעות המושג B & B.

**תרגיל 84 עמוד 96**

סעיף א': יחס הדמיון הוא 1 : 2.

סעיף ב': יחס ההיקף הוא כיחס הדמיון 2 : 1.

סעיף ג': יחס השטחים הוא 1 : 4.

סעיף ד': אם שטח החזית העליונה הוא 5.88 מ"ר, אזי שטח החזית כולה הוא 23.52 מ"ר (כפלנו ב – 4), ושטח החזית של הקומה התחתונה הוא 17.64 מ"ר.

**תרגיל 85 עמוד 96**

ניתן להגיע לכיתה עם חלקי מפות בהן יש מקבץ רחובות כמו בשאלה שבספר.

ניתן לסובב את התמונה שבספר, כך שהרחובות המקבילים יהיו במקביל לרצפה (עוזר לתלמידים מתקשים).

בדיון נשאל: כמה זוגות של זוויות שוות יש לנו? התשובה: 3 זוגות.

סעיף א': המשולשים דומים כי יש לנו שני זוגות של זוויות מתחלפות שוות (ניתן להשתמש גם בזוויות קדקודיות שוות).

סעיף ב': יחס הדמיון הוא 1 : 3, ולכן יחס השטחים הוא 1 : 9. שטח המושל הקטן הוא 0.7 קמ"ר, ולכן שטח אזור התעשייה הוא 6.3 קמ"ר.

**לתלמידים מתקדמים**: ניתן לדבר על יחס גבהים במשולשים דומים (לא בתוכנית הלימודים של 3 יחידות).

**תרגיל 86 עמוד 97**
סעיף א': שטח האריח בחדר א' גדול פי 4 משטח האריח בחדר ב'.
סעיף ב': 1,600 אריחים.

**תרגיל 87 עמוד 97**
סעיף א': אורך הצלע הקצרה של העוגה הגדולה הוא 15 ס"מ.
סעיף ב': שטח כל משולש הוא 112.5 סמ"ר. שתי דרכים אפשריות: האחת לחשב שטח משולש אחד: $15 \cdot 15 : 2$ או לחשב את שטח המלבן ולחלק ב- 4.
סעיף ג': יחס הצלעות הוא 2 : 3, ולכן יחס השטחים הוא 4 : 9, נציב: $\frac{112.5}{S} = \frac{9}{4}$, S = 50 סמ"ר.
דרך נוספת, לחשב את אורך צלע המשולש הקטן באמצעות היחס, ולחשב שטח משולש $\frac{15}{DT} = \frac{3}{2}$, DT = 10.
סעיף ד': אורך הצלע הקצרה של העוגה הקטנה הוא 10 ס"מ, ואורכה 20 ס"מ, ולכן הקופסה היחידה המתאימה היא (1).

**תרגיל 88 עמוד 98**
סעיף א': יחס הדמיון הוא $\frac{5}{3} = \frac{20}{12} = \frac{EG}{AC}$.
סעיף ב': (1) שטח המשולש הקטן הוא 48 = $\frac{12 \cdot 8}{2}$ = $S_{\Delta ABC}$, 48 סמ"ר.
(2) שטח המשולש הגדול: $\frac{S_{GET}}{48} = \frac{25}{9}$, שטח המשולש הגדול הוא 133.33 סמ"ר.
דרך נוספת: הגובה לבסיס של המשולש הגדול הוא 13.33 $= h$, $\frac{5}{3} = \frac{h}{8}$.
סעיף ג': שטח חוליה אחת הוא 181.33 סמ"ר, שטח 5 חוליות הוא 906.65 סמ"ר.

**תרגיל 89 עמוד 98**
סעיף א': בכיתות מתקדמות ניתן לדבר על שלשה פיתגורית: 3, 4, 5. בכיתות מתקשות: $3^2 + h^2 = 5^2$.
**טעות אפשרית**: לא משתמשים במחצית הבסיס, אלא באורך כולו. אורך הגובה לבסיס הוא 4 ס"מ.
סעיף ב': ההיקף של כל עוגייה קטנה הוא 16 ס"מ, ושטחה 12 סמ"ר.
סעיף ג': יחס הדמיון: $\frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{DF}{AC}$.
סעיף ד': אורך הצלע של העוגייה הגדולה הוא 7.5 ס"מ, ההיקף 24 ס"מ, אורך הגובה לבסיס של העוגייה הגדולה הוא 6 ס"מ, השטח 27 סמ"ר. ניתן להשתמש להיקף גם כך: $\frac{2}{3} = \frac{16}{x} = \frac{P_{\text{קטנה}}}{P_{\text{גדולה}}}$
**בכיתות מתקדמות** ניתן לרשום פרופורציה לשטח העוגייה באמצעות יחס הדמיון: $\frac{9}{4} = \frac{S}{12}$, S = 27 סמ"ר.
סעיף ה': מחצית משטח הבצק, משמע 546 סמ"ר, נחלק ב – 39 (שטח עוגייה אחת קטנה, ועוגייה אחת גדולה), ונקבל 14. המשמעות 14 עוגיות מכל סוג.

**תרגיל 90 עמוד 99**
סעיף א': $\sphericalangle CBA = \sphericalangle GED = 90^0$, $\sphericalangle C = \sphericalangle G$, ולכן המשולשים דומים על-פי משפט דמיון זווית, זווית.
סעיף ב': נרשום: $\frac{GE}{16} = \frac{3}{4} = \frac{GE}{BC}$, GE = 12 מ'.
סעיף ג': תלמיד שרואה שלשה פיתגורית יכול לרשום DE = 9 מ'.
בכיתות אחרות נרשום: $DE^2 + 12^2 = 15^2$, DE = 9 מ'.
סעיף ד': אורך AB הוא 12 מ', שטח המפרש הגדול הוא 96 מ"ר, שטח המפרש הקטן הוא 54 סמ"ר.
שטח שני המפרשים הוא 150 מ"ר.
סעיף ה': הנחה של 30% משמע 70% מהמחיר המקורי דהיינו 294 שקלים ל – מ"ר.
היצרן שילם 44,100 שקלים.

**תרגיל 91 עמוד 100**
סעיף א': נחשב את אורך השוק: $10.5^2 + 28^2 = c^2$, c = 29.9, משולש גדול: 29.9, 29.9, 21 מ"מ.

נחשב את אורך הצלעות של המשולש הקטן: $\frac{3}{2} = \frac{21}{a}$, a = 14, $\frac{3}{2} = \frac{29.9}{b}$, b = 19.93.
אורך צלעות המשולש הקטן: 19.93, 19.93, 14 מ"מ.
סעיף ב': היקף המשולש הגדול גדול פי 1.5 מהיקף האבן המשובצת (כמו יחס הדמיון).
סעיף ג': שטח המשולש הגדול גדול פי 2.25 משטח האבן המשובצת (2.25 = 4 : 9).

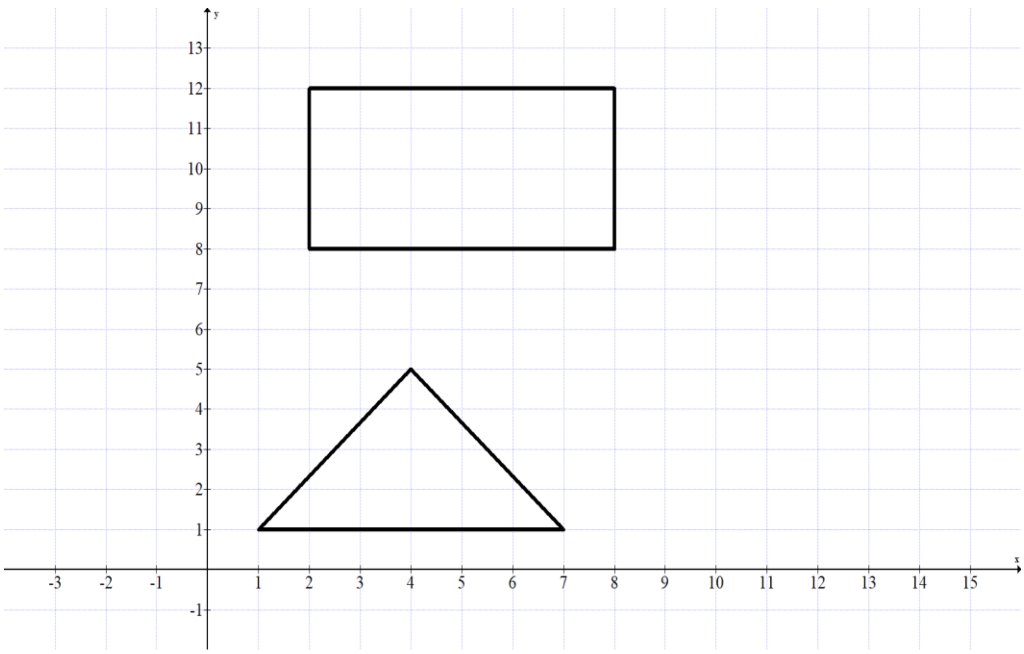
**תרגיל 92 עמוד 100**

סעיף א': המשולשים דומים, כי יש לנו שני זוגות של זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים (המוטות מקבילים למסגרת), או זווית משותפת.
סעיף ב': היחס בין המשולש הגדול הוא 4 : 8 = 1 : 2, ולכן היקף המשולש הבינוני הוא 15 מ'
היחס בין המשולש הגדול למשולש הקטן הוא 2 : 8 = 1 : 4, ולכן היקף המשולש הקטן הוא 7.5 מ'.
(ניתן לחשב את היחס בין המשולש הבינוני, למשולש הקטן).
סעיף ג': יחס הדמיון הוא 4 : 1.
סעיף ד': יחס השטחים הוא 16 : 1.
סעיף ה': נחשב תחילה את שטח היריעה כולה 64 מ"ר, נחסר את השטח של המשולש הקטן, ונקבל 60 מ"ר.
יחס הדמיון הוא 4 : 1, ולכן יחס השטחים הוא 16 : 1).

**מאגר משימות מספר 2**

**רמת בסיס**

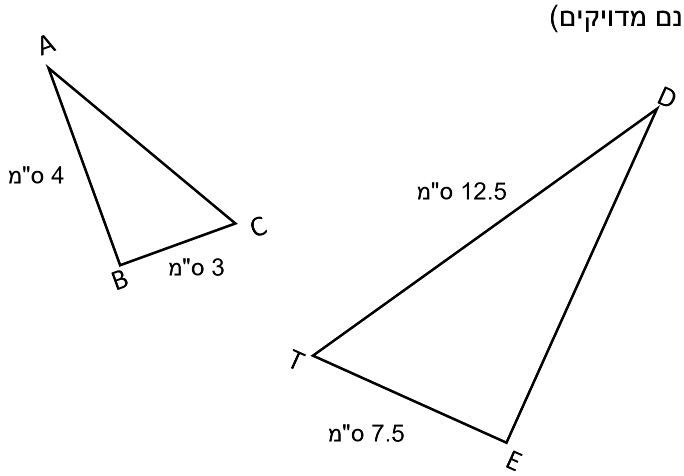
1) במערכת הצירים שלפניכם נתון משולש שווה-שוקיים, ומלבן.
א. באותה מערכת צירים סרטטו מלבן הקטן מהמלבן המקורי פי 2.
ב. באותה מערכת צירים סרטטו משולש שווה-שוקיים הגדול פי 2 מהמשולש המקורי.



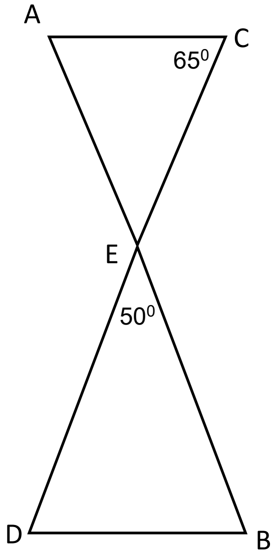
2) תמונה שאורך צלעה הארוכה 10 ס"מ
צולמה לשלט חוצות.
אורך הצלע הארוכה בשלט החוצות הוא 120 ס"מ.
רשמו את היחס בין גודל התמונה בשלט החוצות
לגודל התמונה במציאות.

3) בכל סעיף נתונים שני משולשים, וגודל שתיים מזוויותיהם.
א. סרטטו סקיצה של כל משולש, והשלימו את גודל הזווית השלישית.
ב. הראו כי המשולשים דומים, ורשמו את הדמיון בהתאמה.
(1) משולש ABC, $\measuredangle A = 60^0$, $\measuredangle C = 40^0$, משולש ETD, $\measuredangle E = 40^0$, $\measuredangle D = 80^0$.
(2) משולש ABC, $\measuredangle A = 40^0$, $\measuredangle B = 120^0$, משולש MHR, $\measuredangle M = 40^0$, $\measuredangle H = 20^0$.
(3) משולש ABC, $\measuredangle C = 90^0$, $\measuredangle A = 35^0$, משולש TPE, $\measuredangle P = 90^0$, $\measuredangle E = 55^0$.

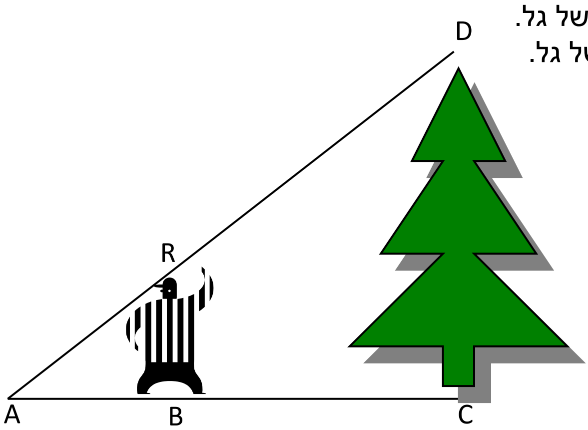
4) נתונים שני משולשים: ABC ו - DET (הסרטוטים אינם מדויקים)
נתון: AB מאונך ל – BC, $ED \perp ET$,
$\measuredangle C = 34^0$, $\measuredangle C = 56^0$.
א. הוסיפו את גודל הזוויות בכל משולש.
ב. האם המשולשים דומים?
אם כן רשמו את הדמיון בהתאמה.
ג. חשבו את ההיקף ואת השטח של שכל משולש.



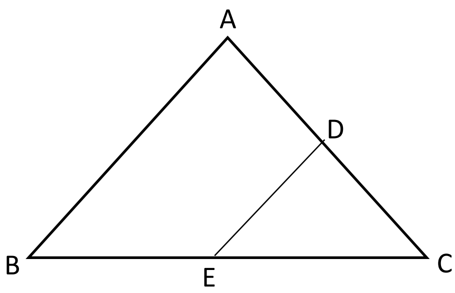
5) שני ישרים AB ו – CD נחתכים בנקודה E.
משולש AEC הוא משולש שווה-שוקיים,
זווית הראש היא זווית $\sphericalangle AEC$ ,
נתון: BE = DE.
א. השלימו זוויות בסרטוט.
ב. האם המשולשים דומים? נמקו.
אם המשולשים דומים רשמו את הדמיון בהתאמה.
ג. אם המשולשים דומים, רשמו את יחס הצלעות.



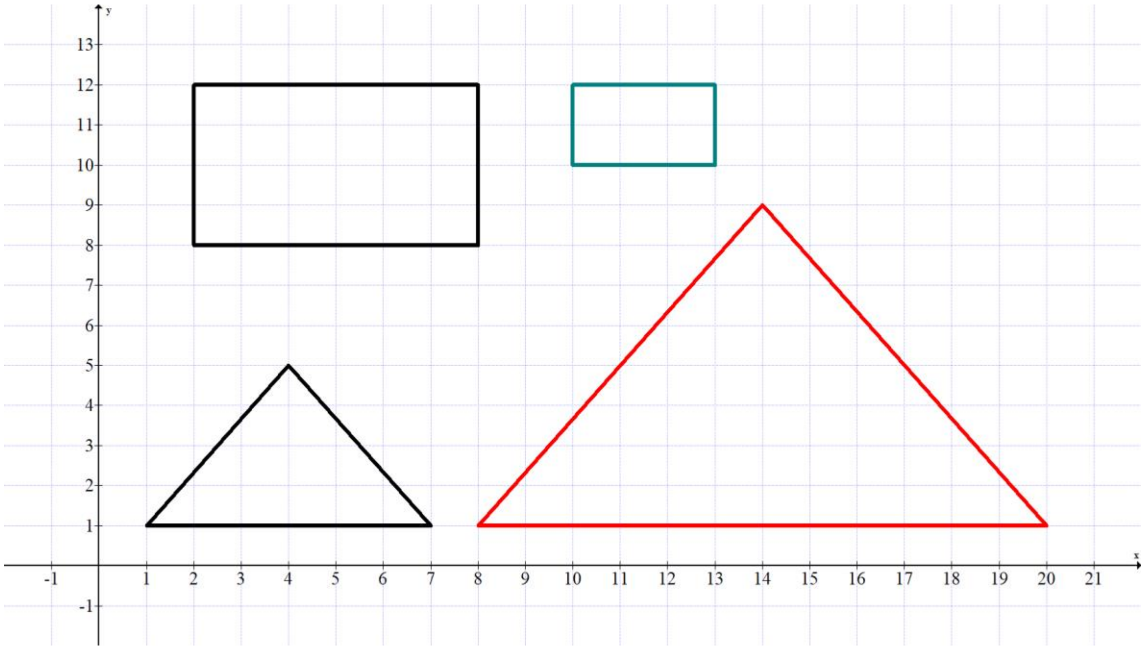

6) כדי למדוד את גובהו של עץ מדד אוהד את אורך צילו של גל.
2 מ' = AB הוא אורך הצל של גל. 1.5מ' הוא גובהו של גל.
6 מ' = AC – אורך הצל של העץ.
א. הראו כי משולש ADC דומה למשולש ARB.
ב. חשבו את גובהו של העץ (CD).




7) במשולש ABC סרטטו ישר DE המקביל לצלע AB.
א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta DEC$.
ב. רשמו את היחס בין הצלעות המתאימות.



תשובות: 1) למשל:



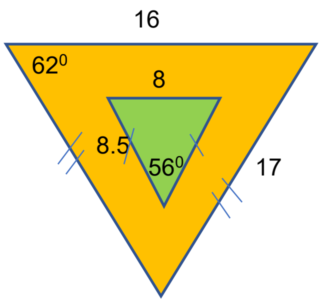

2) היחס 1 : 12,
3) (1) $\Delta ABC \sim \Delta TDE$, (2) $\Delta ABC \sim \Delta MRH$, (3) $\Delta ABC \sim \Delta TEP$, 4) זוויות המשולש ABC ומשולש DET: $90^0$, $34^0$, $56^0$, ב. המשולשים דומים: $\Delta ABC \sim \Delta DET$, ג. נחשב את הצלע החסרה בכל משולש באמצעות משפט פיתגורס: 5 ס"מ = AC, 10 ס"מ = DE, משולש ABC: 12 ס"מ = P, 6 סמ"ר = S, משולש DET: 30 ס"מ = P, 37.5 סמ"ר = S, 5) $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 65^0$, זוויות בסיס שוות במשולש שווה-שוקיים, $\angle AEC = \angle BED = 50^0$ סכום זוויות במשולש , ב. המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, ג. $\Delta AEC \sim \Delta BED$, ג. $\frac{AE}{BE} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$, 6) $\angle ABR = \angle ACD = 90^0$, $\angle A = \angle A$ זווית משותפת, ולכן $\Delta ABR \sim \Delta DEC$ לפי משפט דמיון זווית, זווית, יחס הדמיון הוא 3 :1, ולכן גובה העץ 4.5 מ', 7) א. $\angle C = \angle C$ זווית משותפת, $\angle ABC = \angle DEC$ זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים, $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית. ב. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC}$,

**הרחבה**

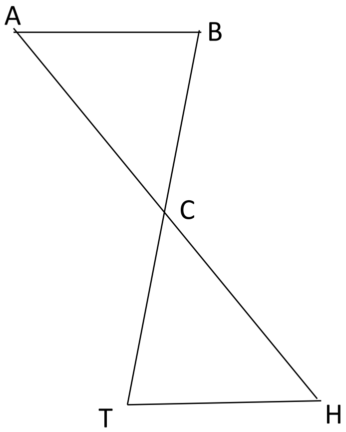
1) א. במערכת הצירים שלפניכם סרטטו שתי מקביליות דומות שיחס הצלעות שלהן הוא 2 : 1.
ב. באותה מערכת צירים סרטטו שני מחומשים דומים (מצולעים בני 5 צלעות).

2) אורך צלע התמונה של ספר הילדים שהופיע בחלון הראווה בחנות ספרים הוא 120 ס"מ.
התמונה צולמה ביחס של 3 : 8.
מה אורך צלע הספר במציאות?

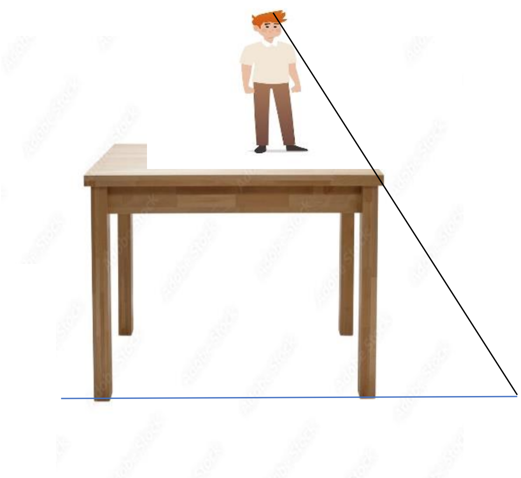
3) תלמידים הכינו שרשראות לקישוט המורכבות
משני משולשים שווי-שוקיים.
אורכי הצלעות נתונים בס"מ.
א. השלימו גודל זוויות וגודל צלעות בסרטוט.
ב. האם המשולשים דומים? נמקו.

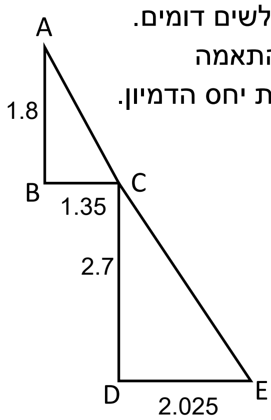



4) בסרטוט שלפניכם שני ישרים AH ו – BT
הנחתכים בנקודה C.
AB || TH, הגדלים הנתונים בסרטוט הם בס"מ.
א. הסבירו מדוע ∢A = ∢H, ∢B = ∢T, ∢ACB = ∢HCT.
ב. קבעו אם המשולשים דומים נמקו.
ג. אם המשולשים דומים, רשמו את הדמיון בהתאמה.
ד. אם המשולשים דומים רשמו את יחס הדמיון.

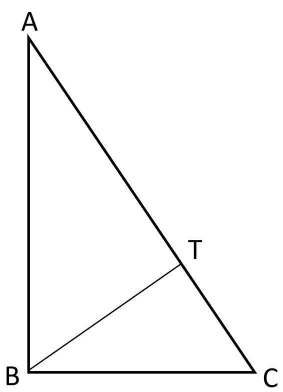



5) אדם שגובהו 1.80 מ' עומד על שולחן ומותח חבל,
כך שנוצרים שני משולשים ישרי-זווית.
פני השולחן מקבילים לקרקע.
נסרטט את שני המשולשים, ונוסיף גדלים (במ'):
א. חשבו את אורך הכבל.
ב. הסבירו מדוע המשולשים דומים.
ג. רשמו את הדמיון בהתאמה
את יחס הצלעות, ואת יחס הדמיון.

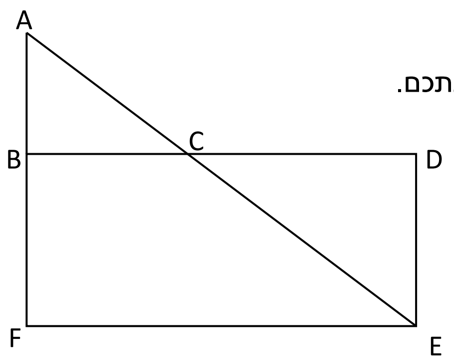





6) בסרטוט שלפניכם נתון: AB ⊥ BC,
BT מאונך ל – AC, AC = 30 ס"מ,
BC = 18 ס"מ (הסרטוט אינו מדויק).
א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta BTC$.
ב. רשמו את היחס בין הצלעות המתאימות.
ג. חשבו את היקף ושטח משולש ABC.
ד*. חשבו את היקף ושטח משולש BTC.

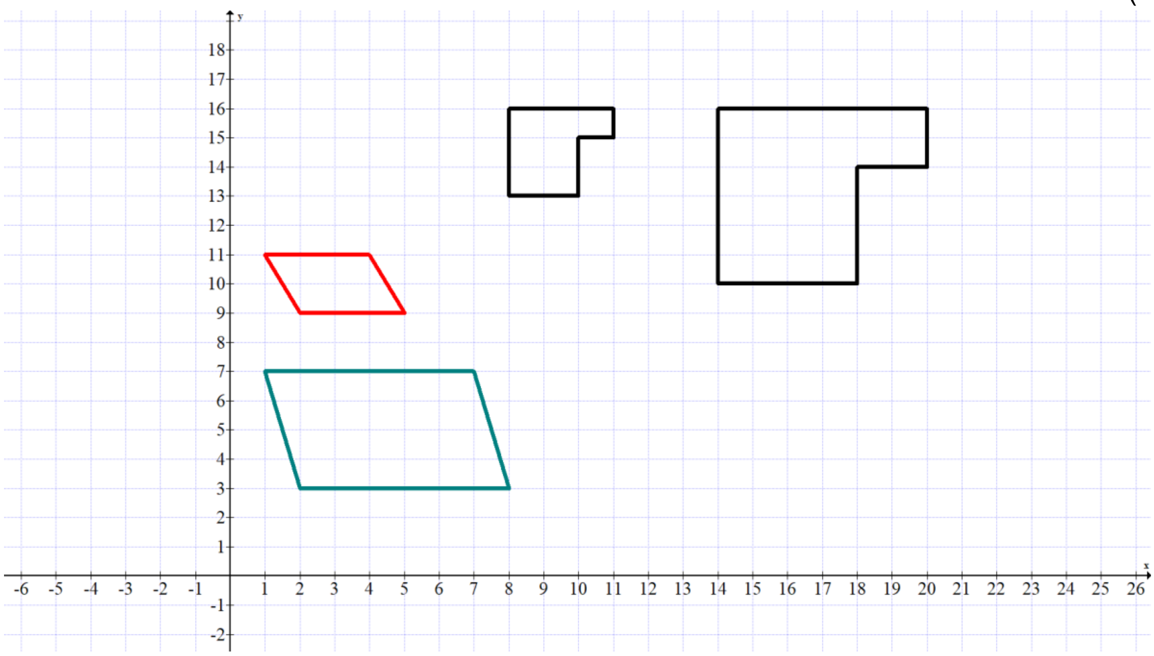


*7) נתון BDEF מלבן.AB המשך BF
AE קו ישר. 3 ס"מ = AB, 4 ס"מ = BC, 6 ס"מ = BF.
א. מצאו שלושה משולשים דומים בסרטוט נמקו תשובתכם.
ב. רשמו את הדמיון בהתאמה (התאימו כל משולש
למשולש ABC – משמע רשמו שני זוגות של דמיון).
ג. מצאו את יחס הדמיון בין כל זוג משולשים.
ד. מצאו את היקף משולש ABC.
ה. מצאו את שטח משולש CDE

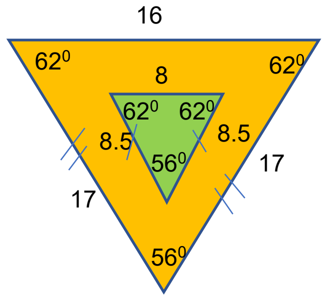



תשובות:

1) למשל




2) 45 ס"מ. 3)




ב. המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם.

4) ∢H = ∢A, ∢T = ∢B, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ∢HCT = ∢ACB זוויות קדקודיות שוות, ב. המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם, ג. $\Delta ACB \sim \Delta HCT$, ד. 1 : 2 או 2 : 1.
5) א. 5.625 מ', ב. המשולשים דומים כי הם שווים בשלוש זוויותיהם (שני זוגות של זוויות מתאימות שוות),
ג. $\Delta ABC \sim \Delta CDE$, $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{CD}$, $\frac{2}{3} = \frac{1.8}{2.7}$, או 2 : 3, 6) א. ∢C = ∢C זווית משותפת,
∢ABC = ∢BTC = $90^0$ נתון ישרים מאונכים, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta BTC$ על-פי משפט דמיון זווית, זווית,
ב. $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{TC} = \frac{AB}{BT}$, ג. הצלע החסרה במשולש ABC היא AB = 24 ס"מ (משפט פיתגורס), P = 72 ס"מ,
S = 216 סמ"ר, ד. יחס הדמיון הוא 3 : 5, או 5 : 3, נחשב את צלעות המשולש BTC באמצעות יחס הדמיון:

10.8 ס"מ = TC, 14.4 ס"מ = BT, 43.2 ס"מ = P, 77.76 סמ"ר = S.

7) א. $90^0$ = ∡C = ∡C נתון, ∡C = ∡C זווית משותפת, ולכן $\Delta ABC \sim \Delta AFE$ לפי משפט דמיון זווית, זווית,

יחס הדמיון: $\frac{AB}{AF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, ולכן 12 ס"מ = FE.

$90^0$ = ∡EDC = ∡ABC נתון, ∡ECD = ∡ACB זוויות קדקודיות שוות, או ∡DEC = ∡BAC זוויות

מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, ולכן $\Delta BAC \sim \Delta DEC$ על פי משפט דמיון זווית, זווית.

6 ס"מ = DE = BF צלעות נגדיות במקבילית שוות, ולכן יחס הדמיון: $\frac{AB}{DE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8 ס"מ = CD (ניתן לחשב גם באמצעות חיסור קטעים: CD = BC – BD,

את הצלעות החסרות בכל משולש ניתן לחשב באמצעות משפט פיתגורס.

12 ס"מ = $P_{ABC}$, 24 סמ"ר = $S_{CDE}$.

**הערכה חלופית**

צאו למגרש המשחקים, או למרכז העיר/היישוב בו אתם גרים.

צלמו מתקן/חפץ/אובייקט המורכב משני משולשים דומים.

צלמו את האובייקט שבחרתם, חברו לו שאלה עם סעיפים מתאימים

(הוסיפו גדלים כרצונכם) והציגו בפני הכיתה.

**הערכה חלופית**

סרטטו במערכת צירים שני משולשים דומים.

חברו שאלות עם סעיפים מתאימים, והציגו בפני הכיתה.

# יחידה שלישית: שימוש בטריגונומטריה בהקשר אורייני

**<u>תכנים הנלמדים ביחידה זו:</u>**

הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות: סינוס, קוסינוס וטנגנס

זווית גובה וזווית עומק.

תכנים נלווים ליחידה זו:

דמיון משולשים

סכום זוויות במשולש $180^0$

תכונות משולשים מיוחדים: משולש שווה-שוקיים משולש שווה-צלעות ומשולש ישר-זווית

תכונות מרובעים: מקביליות (כולל מקביליות מיוחדות), דלתון, טרפז (כולל טרפזים מיוחדים)

משפט פיתגורס

המרת יחידות

**<u>מטרות כלליות:</u>**

1. התלמיד יכיר את הקשר הבסיסי בין הפונקציות הטריגונומטריות לבין דמיון משולשים.
2. התלמיד יכיר את אופן השימוש בפונקציות הטריגונומטריות (סינוס, קוסינוס, טנגנס) לפתרון בעיות גיאומטריות בחיי היו יום ואת יתרונות השימוש בהם.

**<u>מטרות אופרטיביות:</u>**

1. התלמיד יידע לקבוע עבור משולשים ישרי-זווית דומים השווים באחת מן הזוויות החדות שלהם, כי היחס בין הניצב מול זווית זו לבין היתר הוא קבוע – ויידע לשייך יחס זה לסינוס הזווית.
2. התלמיד יידע לקבוע, עבור שני משולשים ישרי-זווית דומים השווים באחת מן הזוויות החדות שלהם, כי היחס בין הניצב שליד זווית זו, לבין היתר הוא קבוע – ויידע לשייך יחס זה לקוסינוס הזווית החדה.
3. התלמיד יידע לקבוע, עבור שני משולשים ישרי-זווית דומים השווים באחת מן הזוויות החדות שלהם, כי היחס בין הניצב מול זווית זו לבין הניצב שליד זווית זו הוא קבוע – ויידע לשייך יחס זה לטנגנס הזווית החדה.
4. בהינתן זווית חדה, התלמיד יידע לחשב את הערך של סינוס/קוסינוס/טנגנס הזווית, תוך שימוש במחשבון.
5. בהינתן ערך סינוס/קוסינוס/טנגנס של זווית, התלמיד יידע לחשב את ערך הזווית החדה תוך שימוש במחשבון.
6. בהקשר אורייני, בהינתן משולש ישר-זווית או צורה גיאומטרית המתפרקת למשולשים ישרי-זווית, ונתונים חלקיים של צלעות ו/או זוויות המשולש, התלמיד יידע לחשב את שאר הצלעות ו/או הזוויות במשולש זה ו/או את היקף/שטח המשולש (בהתאם לנדרש במצב האורייני), תוך זיהוי הפונקציה הטריגונומטרית הדרושה ושימוש בה ו/או תוך שימוש במשפט פיתגורס.

הנתונים החלקיים במשולש ישר-הזווית יכולים להיות:
שתי צלעות (שני ניצבים או ניצב ויתר).
זווית חדה אחת והניצב מול הזווית.
זווית חדה אחת והניצב שליד הזווית
זווית חדה אחת ואורך היתר.

7. בהקשר אורייני, בהינתן זווית הגובה או זווית העומק ונתונים דרושים נוספים, התלמיד יידע למצוא את הנתונים החסרים, תוך שימוש בפונקציות טריגונומטריות.

8. בהקשר אורייני, בהינתן נתונים על הצלעות, התלמיד יידע למצוא את זווית הגובה או את זווית העומק, תוך שימוש בפונקציות הטריגונומטריות המתאימות.

# יחידה שלישית

# טריגונומטריה

מטרת יחידה זו היא להציג את נושא הגיאומטריה במשולש ישר-זווית, והראות את השימוש בטריגונומטריה בהקשר אורייני.
ביחידה זו ייעשה שימוש בנושאים הבאים:
דמיון משולשים.
משפט פיתגורס.
תכונות זוויות וסכום הזוויות במשולש הוא $180^0$.
תכונות משולשים: משולש שווה-שוקיים, משולש שווה-צלעות, ומשולש ישר-זווית (ראו נספח א').
תכונות מרובעים: מקביליות (כולל מקביליות מיוחדות), דלתון, טרפז (כולל טרפזים מיוחדים) (ראו נספח א').
המרת יחידות (ראו נספח ב').

**רקע היסטורי עמוד 111**
רקע היסטורי של ענף הטריגונומטריה שפותח ביוון העתיקה.

**משימת פתיחה עמוד 112**
משימת פתיחה העוסקת במגדל פיזה הנוטה על צידו.
אורך הצל (ניצב) ואורך המגדל (היתר) יאפשרו לנו לדעת את גודל הזווית שמול הניצב, וכך נוכל לדעת אם המגדל שומר על זווית הנטייה או ממשיך לנטות.
שימוש בטריגונומטריה בחיי היומיום.

## פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית

פרק זה מהווה פתיחה לנושא הטריגונומטריה, ובו נחשוף את הפונקציות הטריגונומטריות סינוס, קוסינוס, וטנגנס כיחס בין צלעות מתאימות במשולש ישר-זווית.
התלמיד ילמד את פונקציית הטנגנס במשולש ישר-זווית.
התלמיד ילמד את פונקציית הסינוס במשולש ישר-זווית.
התלמיד ילמד את פונקציית הקוסינוס במשולש ישר-זווית.
התלמיד יעסוק בתרגול משולב.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **5 שעות.**

**מידע חשוב**
**כאשר אנו מחשבים גודל של זווית חדה במשולש ישר-זווית באמצעות פונקציה טריגונומטרית (סינוס, קוסינוס או טנגנס) ואנו מתבקשים לחשב את גודל הזווית החדה השנייה, נשתמש תמיד בסכום זוויות במשולש, ולא בפונקציה טריגונומטרית, כי ייתכן שלא נקבל סכום זוויות במשולש $180^0$ בשל העיגול אחרי הנקודה העשרונית.**
**כאשר אנו מתבקשים לחשב גודל של זווית חדה במשולש ישר-זווית באמצעות פונקציה טריגונומטרית, נשאיר את השבר שהתקבל כשבר פשוט (או מנה של שני מספרים), ואחר-כך נשתמש במקש shift, אחרת נקבל תשובה הקרובה לתשובה שבספר, ונחשוב כי טעינו.**
**כאשר אנו משתמשים בפונקציה טריגונומטרית לחישוב אורך של צלע, ותלמיד אחר משתמש במשפט פיתגורס, ייתכן שנקבל שתי תשובות קרובות אך לא זהות.**

## א. פונקציית הטנגנס במשולש ישר-זווית

בסעיף זה נגדיר את היחס בין אורכי ניצבי משולש ישר-זווית עבור כל זווית חדה שלו.

**תזכורת והסבר עמוד 113 - 115**

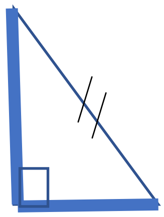
משולש ישר-זווית, ניצבים ויתר, משפט פיתגורס, חשיבות רבה למיקום הניצב והזווית החדה שלו.
כדאי לתלות בכיתה פלקט של משולש ישר-זווית עם כל הסימונים המוזכרים כאן.
כיצד היחס בין אורכי הצלעות בשני משולשים דומים, ניתן להגיע ליחס בין אורכי הניצבים במשולש אחד.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

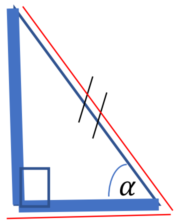
**דוגמה פתורה עמוד 116**

טנגנס הזווית הוא היחס בין אורך הניצב שמול הזווית, לבין אורך הניצב שליד הזווית.
נלמד כיצד משתמשים במחשבון לחישוב אורכי צלעות (או זוויות) תוך שימוש בפונקציית הטנגנס.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

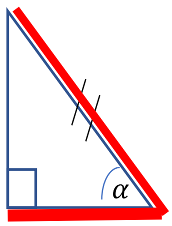
תלמידים רבים מתקשים באיתור הצלע הנדרשת (היתר, הצלע שליד הזווית, הצלע שמול הזווית).
ננסה לעזור בסוגייה זו.
נבקש מהתלמידים להדגיש בכל משולש ישר-זווית את הניצבים (שהם שוקי הזוויתהישרה).
הצלע שנשארה ללא סימון היא היתר ואותו נסמן בשני קווים



שוקי כל אחת מהזוויות החדות במשולש ישר-זווית הם אחד הניצבים והיתר.
כאשר התלמידים מזהים את היתר, הם יכולים להבין כי השוק השנייה של הזווית החדה, היא השוק שליד הזווית, והשוק הנותרת היא הצלע שמול הזווית.




דרך נוספת להסביר:
נסמן את שוקי הזווית החדה בצבע שונה מצבע המשולש. הניצב שנותר ללא צבע, הוא הניצב שמול הזווית הנתונה.




**תרגיל 1 עמוד 116**

מציאת אורך ניצב במשולש ישר-זווית, תוך שימוש בפונקציית הטנגנס.

**תרגיל 2 עמוד 117**
מציאת אורך ניצב במשולש ישר-זווית, תוך שימוש בפונקציית הטנגנס כאשר אנו מדגימים את חשיבות הפונקציה גם בחיי היומיום.

**דוגמה פתורה – מציאת גודל הזווית החדה, עמוד 117**
פעולה הפוכה, נתונים אורכי הניצבים במשולש ישר-זווית ואנו נדרשים למצוא את גודל הזווית שמול אחד הניצבים.

**תרגיל 3 עמוד 118**
מציאת זווית במשולשים ישרי-זווית כאשר נתונים אורכי הניצבים באמצעות פונקציית טנגנס.

**תרגיל 4 עמוד 118**
מציאת גודל זווית במשולשים ישרי-זווית במצבים מחיי היומיום.

## ב. פונקציית הסינוס במשולש ישר-זווית

בסעיף זה נגדיר את היחס שבין אורך ניצב לבין היתר כסינוס הזווית שמול הניצב הנתון.

**הסבר פונקציית הסינוס עמודים 118, 119**
הסבר כיצד היחס בין אורך ניצב שמול הזווית החדה לבין אורך היתר הצלעות בשני משולשים דומים, ניתן להגיע ליחס בין אורך הניצב במשולש אחד ליתר באותו משולש.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**הגדרה עמוד 119**
סינוס זווית חדה במשולש ישר-זווית הוא היחס שבין אורך הניצב שמול הזווית לבין היתר.

**דוגמה פתורה - מציאת אורך צלע, עמוד 120**
נתון משולש ישר-זווית, אורך אחד הניצבים, וגודל הזווית מולו, מציאת אורך היתר.
**דיון**: תלמיד יכול לטעון: נמצא את אורך הניצב השני באמצעות פונקציית הטנגנס (שנלמדה קודם), ואז נמצא את אורך היתר באמצעות משפט פיתגורס.
נדגיש: זה נכון, אך אנו רוצים ללמוד פונקציות טריגונומטריות נוספות שיעזרו לנו לחשב את הנדרש.

**תרגיל 5 עמוד 120**
מציאת אורך ניצב או יתר במשולשים ישרי-זווית, באמצעות פונקציית הסינוס.

**תרגיל 6 עמוד 120**
מציאת אורכי ניצב או יתר במשולשים ישרי-זווית במצבים מחיי היומיום.

**דוגמה פתורה – מציאת גודל זווית חדה, עמוד 121**
פעולה הפוכה, נתונים אורך ניצב ואורך היתר במשולש ישר-זווית ואנו נדרשים למצוא את גודל הזווית שמול הניצב.

**תרגיל 7 עמוד 121**
מציאת גודל זווית במשולש ישר-זווית כאשר נתונים אורך אחד הניצבים, ואורך היתר.

**תרגיל 8 עמוד 121**
מציאת גודל זווית במשולשים ישרי-זווית במצבים מחיי היומיום.

## ג. פונקציית הקוסינוס במשולש ישר-זווית

בסעיף זה נגדיר את היחס בין אורך הניצב שליד הזווית החדה במשולש ישר-זווית, לבין אורך היתר במשולש.

**הסבר פונקציית הסינוס עמודים 122, 123**
הסבר כיצד היחס בין אורך ניצב לבין אורך היתר הצלעות בשני משולשים דומים, ניתן להגיע ליחס בין אורך

הניצב שליד הזווית החדה במשולש אחד ליתר באותו משולש.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**הגדרה עמוד 123**
קוסינוס זווית חדה במשולש ישר-זווית הוא היחס שבין אורך הניצב שליד הזווית לבין היתר.

**דוגמה פתורה - מציאת אורך צלע, עמוד 123**
נתון משולש ישר-זווית, אורך אחד הניצבים, וגודל הזווית שלידו, מציאת אורך היתר.
**דיון**: יכול תלמיד לטעון: נמצא את אורך הניצב השני באמצעות פונקציית הטנגנס או הסינוס (שנלמדו קודם), ואז נמצא את אורך היתר באמצעות משפט פיתגורס.
נדגיש: זה נכון, אך אנו רוצים ללמוד פונקציות טריגונומטריות נוספות שיעזרו לנו לחשב את הנדרש.

**תרגיל 9 עמוד 124**
מציאת אורך ניצב או אורך יתר במשולש ישר-זווית, תוך שימוש בפונקציית הקוסינוס.

**תרגיל 10 עמוד 124**
מציאת אורכי ניצב או יתר במשולשים ישרי-זווית במצבים מחיי היומיום.

**דוגמה פתורה – מציאת גודל זווית חדה, עמוד 124**
פעולה הפוכה, נתונים אורך ניצב ואורך היתר במשולש ישר-זווית ואנו נדרשים למצוא את גודל הזווית שליד הניצב.

**תרגיל 11 עמוד 125**
מציאת גודל זווית במשולש ישר-זווית כאשר נתונים אורך הניצב שליד הזווית, ואורך היתר.

**תרגיל 12 עמוד 125**
מציאת גודל זווית במשולשים ישרי-זווית במצבים מחיי היומיום.

## ד. תרגול משולב
בסעיף זה יוצגו תרגילים שבהם יש שילוב של שלוש הפונקציות הטריגונומטריות שנלמדו, התלמיד יחליט באיזו פונקציה להשתמש, ומה משמעותה.

**הערה:** כדאי לתלות בכיתה פלקט שבו מפורטות כל הפונקציות הטריגונומטריות שנלמדו בצירוף משולש ישר-זווית שבו מסומנת הזווית $\alpha$ וכן הניצבים a, b, והיתר c.

**דוגמה פתורה - משמעות הפונקציות הטריגונומטריות, עמוד 126**
השלמת ערכים או גדלים, סיכום החומר שנלמד עד כה.

**תרגיל 13 עמוד 127**
בדומה לדוגמה הפתורה, השלמת ערכים.

**תרגיל 14 עמוד 127**
בדומה לדוגמה הפתורה, השלמת גדלים.

**תרגיל 15 עמוד 127**
נתונים ערכים של סינוס, קוסינוס, או טנגנס של זווית, התלמידים נדרשים לחשב את גודל הזווית.

**תרגול נוסף (לא נמצא בספר)**
בתוכנת ה"אקסל", רשמו בשלוש עמודות את האורכים של משולש ישר-זווית: 3 ס"מ, 4 ס"מ, 5 ס"מ.
בעמודה נוספת הגדילו בכל פעם את הצלעות של המשולש פי מספר מסוים וחישבו את אורכי הצלעות הנוצרות, באמצעות האקסל.
התחילו בשורה שבה מופיעים אורכי הצלעות 3 ס"מ, 4 ס"מ, 5 ס"מ (הגדלה פי 1).
בכל שורה, הוסיפו כל פעם 0.25 (מ-1 ל-1.25, ולאחר מכן ל-1.5 וכך הלאה עד שתגיעו להגדלה פי 3).
מול כל משולש, חשבו את היחסים הבאים (הטורים משמאל):

- היחס בין אורך הניצב מול הזווית לבין אורך היתר.
- היחס בין אורך הניצב ליד הזווית לבין אורך היתר.
- היחס בין אורך הניצב מול הזווית לבין אורך הניצב ליד הזווית.

מהי מסקנתכם מהחישובים המוצגים בכל טור שבו מחושב יחס?

| הגדלת הצלעות המקוריות פי | | אורך ניצב מול הזווית | אורך ניצב ליד הזווית | אורך היתר | היחס: ניצב מול הזווית חלקי היתר | ניצב ליד הזווית חלקי היתר | הזווית חלקי ניצב ליד הזווית |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 3 | 4 | 5 | 0.6 | 0.8 | 0.75 |
| 1.25 | | 3.75 | 5 | 6.25 | 0.6 | 0.8 | 0.75 |
| 1.5 | | 4.5 | 6 | 7.5 | 0.6 | 0.8 | 0.75 |
| 1.75 | | 5.25 | 7 | 8.75 | 0.6 | 0.8 | 0.75 |
| 2 | | | | | | | |
| 2.25 | | | | | | | |
| 2.5 | | | | | | | |
| 2.75 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |

כל אחד מהמשולשים הוא משולש ישר-זווית (ניתן לבדוק באמצעות משפט פיתגורס). בכל אחד מהמשולשים הזוויות שוות בהתאמה (ניתן לבדוק באמצעות סינוס, קוסינוס או טנגנס). המשולשים דומים, ולכן גם היחס בין אורכי הצלעות המתאימות שווה.

**תרגיל 16 עמוד 128**

תרגול משולב, נתונים גודל זווית חדה, וגודל אחת הצלעות במשולש ישר-זווית, התלמידים נדרשים לחשב אורך צלע נוספת במשולש, עליהם להתאים את הפונקציה בהם משתמשים בהתאם לנתונים.

**תרגיל 17 עמוד 128**

נתונים אורך שתי צלעות במשולש ישר-זווית, התלמידים נדרשים לחשב גודל זווית חדה. התלמידים נדרשים להשתמש בפונקציה הטריגונומטרית המתאימה על-פי הנתונים.

**תרגיל 18 עמוד 129**

חישוב גודל במשולש אחד באמצעות טנגנס הזווית (12.14), מעתיקים את התשובה למשולש הבא, (משמאל לימין) בו נשתמש בפונקציית הסינוס....עד שנגיע למשולש האחרון, אחר-כך נחשב את המסלול התחתון.

**דוגמה פתורה – תרגול משולב בפונקציות הטריגונומטריות, עמודים 129 - 131**

נתונים אורך ניצב, ואורך היתר במשולש ישר-זווית, התלמידים נדרשים למצוא את גודל הזוויות החדות של המשולש, את היקף המשולש ואת שטחו.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

ניתן להשתמש ביישומון גיאוגברה, שבו ניתן לראות את הקשר בין גודל הזווית החדה במשולש ישר-זווית, לבין היחסים בין הצלעות.

שינוי הזווית על-ידי הזזה של הנקודה הירוקה, תשנה את היחסים בין הצלעות, ואת ערכי הפונקציות הטריגונומטריות.

שינוי גדלי הצלעות באופן פרופורציוני על-ידי הזזת הנקודה האדומה, לא תשנה את היחסים בין הצלעות ואת ערכי הפונקציות הטריגונומטריות. ניתן להקדיש כ – 10 דקות בכיתה, או בבית לפי החלטת המורה.

https://www.geogebra.org/m/cn4u4efx

**תרגיל 19 עמוד 131**

סעיף א': באמצעות פונקציית סינוס נמצא את אורך AC: $\sin 40 = \frac{AC}{18}$, AC = 11.57.

סעיף ב': באמצעות פונקציית קוסינוס נמצא את אורך BC: $\cos 40 = \frac{BC}{18}$, BC = 13.79,

או באמצעות משפט פיתגורס

סעיף ג': ההיקף: P = 11.57 + 13.79 + 18 = 43.36.

**תרגיל 20 עמוד 131**

סעיף א': את אורך היתר נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 40 = \frac{35}{AB}$, AB = 45.69.

סעיף ב': את אורך הניצב AC נחשב באמצעות פונקציית טנגנס $\tan 40 = \frac{AC}{35}$, AC = 29.37.

**שימו לב!** ניתן לחשב את אורך AC באמצעות משפט פיתגורס, ניתן לחשב גם באמצעות פונקציית סינוס (מצאנו את אורך היתר). **נדגיש**, כדאי להשתמש בגדלים המקוריים, משום שבטריגונומטריה אנחנו מעגלים את התוצאה לשתי ספרות אחרי הנקודה, דבר שיכול לגרום לסטייה מהתוצאה, ותלמיד עלול לחשוב כי טעה בחישוביו.

סעיף ג': שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{35 \cdot 29.37}{2} =$ 513.98סמ"ר.

**תרגיל 21 עמוד 131**

סעיף א': נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 65 = \frac{AC}{12}$, AC = 25.73 ס"מ.

סעיף ב': נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 65 = \frac{12}{AB}$, AB = 28.39 ס"מ.

סעיף ג': היקף המשולש: P = 28.39 + 25.73 + 12 = 66.12 ס"מ.

סעיף ד': שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{12 \cdot 25.73}{2} =$ 154.38סמ"ר.

**תרגיל 22 עמוד 132**

סעיף א': נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{3}{4} = 0.75$, $\alpha = 36.87^0$.

נשתמש בסכום זוויות במשולש ונמצא את גודל הזווית החדה השנייה: $53.13^0$.

ניתן לחשב את גודל הזווית השנייה באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{4}{3}$, אך הדבר לא כדאי, ייתכן שנקבל תשובה בה סכום הזוויות במשולש לא יהיה $180^0$, משום העיגול אחרי הנקודה העשרונית שבחישובים.

סעיף ב': באמצעות משפט פיתגורס נחשב את אורך היתר: 5 ס"מ.

סעיף ג': היקף המשולש: 12 ס"מ.

**תרגיל 23 עמוד 132**

סעיף א': בעזרת פונקציית סינוס נחשב את גודל $\sphericalangle C$: $\sin\alpha = \frac{4}{9}$, $\alpha = 26.39^0$.

באותה מידה יכולנו לחשב באמצעות פונקציית קוסינוס.

באמצעות סכום זוויות במשולש נחשב את $\sphericalangle A$: $180 - 90 - 26.39 = 63.61^0$.

סעיף ב': את אורך הניצב BC ניתן לחשב באמצעות משפט פיתגורס: $a^2 + 4^2 = 9^2$, a = 8.06.

סעיף ג': שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{4 \cdot 8.06}{2} =$ 16.12סמ"ר.

# פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית – בחיי היומיום

בפרק זה יוצגו מצבים מחיי היומיום, בהם נתונים משולש ישר-זווית ונתונים כלשהם. יהיה צורך למצוא נתונים נוספים, כולל היקף ושטח של משולשים.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

**דוגמה פתורה עמודים 133, 134**

חישוב מסלול של מטוס ממריא.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

ניתן להשתמש ביישומון גיאוגברה, שבו מופיעים 6 מצבים מחיי היומיום בהם יש שימוש בפונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית.

שאלה (1) – אורך הניצב החסר, שאלה (2) - אורך היתר, שאלה (3) - גובה העץ לפני שנשבר, שאלה (4) – עומק הבאר (אורך הקטע AB), שאלות 5, 6 – אורך הקט AB.

[https://www.geogebra.org/m/a3pfs3tg](https://www.geogebra.org/m/a3pfs3tg) ניתן להקדיש כ – 10 דקות בכיתה או בבית לפי החלטת המורה.

**תרגיל 24 עמוד 134**

6 איורים מחיי היומיום. התלמידים נדרשים לחשב אורכי צלעות על-פי נתונים של צלע ואחת הזוויות החדות במשולשים ישרי-זווית.

**תרגיל 25 עמוד 135**

פעולה הפוכה. נתונים 4 מצבים מחיי היומיום בהם נתונים אורכים של שתי צלעות במשולשים ישר-זווית. התלמידים נדרשים לחשב את גודל אחת הזוויות החדות.

**תרגיל 26 עמוד 135**

נחשב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 50 = \frac{h}{64}$, ‏49.03 מ' = h.

ניתן לבקש מהתלמידים להגיע לכיתה עם עפיפונים, ולנסות לראות את התרגיל במציאות.

במקרה כזה, ניתן לבקש לחשב את גודל הזווית, משום שניתן לדעת את גודל החוט הקשור לעפיפון, ואת המרחק מהלבנה עד האנך שיוצר העפיפון עם הקרקע.

**תרגיל 27 עמוד 135**

CD הוא אורך הניצב שליד הזווית, ויש לחשב את הניצב שמול הזווית, משמע נשתמש בפונקציית טנגנס.

$\tan 55 = \frac{71}{BC}$, ‏49.71 ס"מ = BC, נוסיף את "החלק העודף" ונקבל 68.71 ס"מ.

**תרגיל 28 עמוד 136**

אורך הכבל הוא היתר במשולש ישר-זווית, כאשר נתונה זווית והניצב מולה.

נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 20.75 = \frac{600}{AC}$, ‏1693.52 מ' = AC.

**תרגיל 29 עמוד 136**

BC הוא הניצב שמול הזווית החדה במשולש ישר-זווית, AC הוא אורך היתר באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתונה זווית חדה והניצב שלידה.

סעיף א': כדי לחשב את אורך BC נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 40 = \frac{BC}{7}$, ‏5.87 מ' = BC.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AC נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 40 = \frac{7}{AC}$, ‏9.14 מ' = AC.

ניתן לחשב את אורך AC באמצעות משפט פיתגורס, אך כבר אמרנו בעבר, כדאי להשתמש בנתונים המקוריים, ולא להשתמש בנתונים שעברו עיגול אחרי הנקודה העשרונית.

**תרגיל 30 עמוד 136**

AB הוא הניצב שמול הזווית החדה הנתונה במשולש ישר-זווית, BC הוא הניצב שליד הזווית החדה הנתונה באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתון לנו גם אורך היתר.

סעיף א': כדי לחשב את אורך AB נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 50 = \frac{AB}{17}$, AB = 13.02 מ'.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך BC נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 50 = \frac{BC}{17}$, BC = 10.93 מ'.

**תרגיל 31 עמוד 136**

BC הוא הניצב שמול הזווית החדה הנתונה במשולש ישר-זווית, AB הוא היתר באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתון לנו גם אורך הניצב שליד הזווית הנתונה.

סעיף א': כדי לחשב את אורך BC נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 25 = \frac{BC}{5050}$, BC = 2354.85 מ'.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AB נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 25 = \frac{5050}{AB}$, AB = 5572.06 מ'.

**תרגיל 32 עמוד 137**

BC הוא הניצב שמול הזווית החדה הנתונה במשולש ישר-זווית, AC הוא הניצב שליד הזווית החדה הנתונה באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתון לנו גם אורך היתר.

סעיף א': כדי לחשב את אורך BC נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 60 = \frac{BC}{2.5}$, BC = 2.17 מ'.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AC נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 60 = \frac{AC}{2.5}$, 1.25 מ'.

**תרגיל 33 עמוד 137**

AB הוא הניצב שליד הזווית החדה הנתונה במשולש ישר-זווית, AC הוא היתר באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתון לנו גם אורך הניצב שמול הזווית הנתונה.

סעיף א': כדי לחשב את אורך AC נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 7 = \frac{1.7}{AC}$, AC = 13.95 ק"מ.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AB נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 7 = \frac{1.7}{AB}$, AB = 13.85 ק"מ.

**תרגיל 34 עמוד 137**

BC הוא הניצב שמול הזווית החדה הנתונה במשולש ישר-זווית, AC הוא היתר באותו משולש ישר-זווית, כאשר נתון לנו גם אורך הניצב שליד הזווית.

כדי לחשב את גובה העץ עלינו לחשב את אורך BC (חלק העץ שנותר עומד) יחד עם אורך AC (חלק העץ שקרס).

כדי לחשב את אורך BC נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 30 = \frac{BC}{8}$, 4.62 מ'.

כדי לחשב את אורך AC נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 30 = \frac{8}{AC}$, AC = 9.24 מ', יחד 13.86 מ'.

**תרגיל 35 עמוד 137**

בדיון בכיתה ניתן להביא צילום של נדנדה כאשר היא מאוזנת, ולהסביר: הנדנדה מורכבת משני מוטות (כמו BC) וביניהם יש חלק ה"יושב" על העמוד המרכזי.

כאשר צד אחד של הנדנה מגיע לקרקע (כמו בספר) נוצר משולש ישר-זווית.

נתונים אורכי שני ניצבים במשולש ישר-זווית.

סעיף א': כדי לחשב את גודל הזווית נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{40}{120}$, $\alpha = 18.43^0$.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך BC נשתמש במשפט פיתגורס: $40^2 + 120^2 = BC^2$, BC = 126.49 ס"מ.

אורך משטח הנדנדה: 257.98 ס"מ = 2 · 126.49 + 5.

**תרגיל 36 עמוד 138**

נתונים שני אורכי הניצבים במשולש ישר-זווית.

סעיף א': כדי לחשב את גודל הזווית נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{2.1}{1.6}$, $\alpha = 52.7^0$, $90^0$, $37.3^0$.

יכולנו גם להשתמש בפונקציית טנגנס כך: $\tan\beta = \frac{1.6}{2.1}$, $\beta = 37.3^0$.

סעיף ב': שטח הקיר: $S_{קיר} = \frac{1.6 \cdot 2.1}{2} =$ 1.68 מ"ר.

סעיף ג': לצורך חישוב היתר נשתמש במשפט פיתגורס: $2.1^2 + 1.6^2 = c^2$, c = 2.64 מ'.

**תרגיל 37 עמוד 138**

על-פי הסרטוט אנו יכולים לדעת כי גודל כל זווית בסיס $68^0$ (זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים).
אורך שוק המשולש 0.86 מ'.

סעיף א': כדי לחשב את גובה המשולש נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 68 = \frac{AB}{0.86}$, 0.8 מ' = AB.

סעיף ב': נחשב גודל AC באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 68 = \frac{AC}{0.86}$, AC = 0.32.

אורך כל המוטות (סכום ההיקפים): 3.96 מ' = (0.8 + 0.32 + 0.86) · 2.

**תרגיל 38 עמוד 138**

סעיף א': כדי לחשב את אורך הניצבים נשתמש בפונקציות סינוס וקוסינוס.

$\sin 36 = \frac{AB}{7.5}$ , 4.41 מ' = AB, $\cos 36 = \frac{BC}{7.5}$ , 6.07 מ' = BC.

סעיף ב': שטח שני הבדים: 26.77מ"ר = $\frac{2 \cdot 4.41 \cdot 6.07}{2} = S$.

**תרגיל 39 עמוד 138**

סעיף א': לחישוב אורך AB נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 35 = \frac{180}{AB}$, 257.07 מ' = AB.

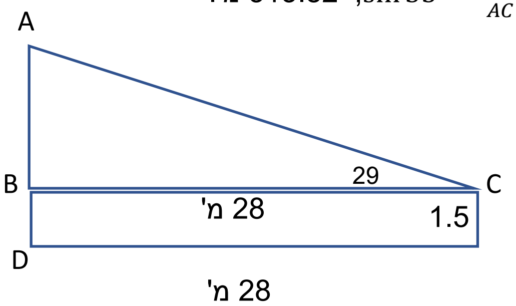
סעיף ב': לביא יכול לרכוש כל אחד משני המכשירים המודדים למרחק רב יותר (המכשיר הראשון פועל רק למרחק של עד 200 מ').

סעיף ג': נחשב את המרחק AC באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 35 = \frac{180}{AC}$, 313.82 מ'.

רק המכשיר השלישי יכול לפעול בין הנקודות A ו – C.

**תרגיל 40 עמוד 139**

בכיתות מתקשות נסרטט משולש ונוסיף אותיות לקדקודים:




נחשב תחילה את אורך AB באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 29 = \frac{AB}{28}$, 15.52 מ'.

נוסיף את גובה החצובה 1.5, ונקבל 17.02 מ' גובה העץ.

**תרגיל 41 עמוד 139**

סעיף א': בעזרת פונקציית טנגנס נחשב את גובה העפיפון מעל ידיו של אלעד: $\tan 9 = \frac{a}{3.2}$, 0.5 מ' = a.

נוסיף את גובהו של אלעד ונקבל 1.91 מ'.

סעיף ב': נחשב את אורך החוט באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 9 = \frac{3.2}{c}$, 3.24 מ' = c.

**תרגיל 42 עמוד 139**

כדי להמחיש את נתוני השאלה נביא לכיתה כבאית צעצוע עם סולם, ו"בניין" (אפשר מקוביות לגו, ולהדגים לתלמידים את המציאות.

בדיון נסביר כי לגובה הסולם יש להוסיף את גובה הכבאית עד רגלי הסולם (בנתוני השאלה 3 מ').

סעיף א': נחשב תחילה את גובה הבניין מגג הכבאית עד הגובה המקסימלי אליו מגיע הסולם באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 72 = \frac{h}{20}$, 19.02 מ' = h. נוסיף את גובה הכבאית ונקבל 22.02 מ'.

סעיף ב': תחילה עלינו להבין כי אם האדם היה בגובה 12 מ', אזי עלינו לחסר 3 מ' (גובה הכבאית).

כדאי לחשב את גודל הזווית באמצעות פונקציית סינוס: $\sin \alpha = \frac{9}{15}$, $\alpha = 36.87^0$.

**תרגיל 43 עמוד 140**

סעיף א': לצורך חישוב הזווית נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos \alpha = \frac{6}{6.75} = 0.89$, $\alpha = 27.27^0$.

סעיף ב': נחשב את אורך העמוד האלכסוני פי גודל הזווית החדשה: $\sin 65 = \frac{6}{AC}$ , 6.62 מ' = AC.

**הידעתם עמוד 140**

מידע על המושג "טפסת".

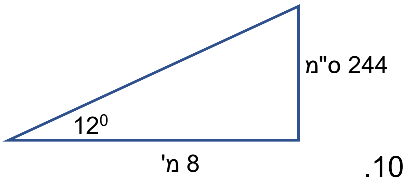
**תרגיל 44 עמוד 140**

סעיף א': למציאת אורך המוט נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 50 = \frac{4}{c}$, 6.22 מ' = c.

סעיף ב': הזווית תהיה גדולה יותר, ניתן לחשב ולקבל: $55.15^0$.

**תרגיל 45 עמוד 141**

בכיתות מתקשות נסרטט משולש ישר-זווית:




סעיף א': נחשב את אורך היתר: $\tan 12 = \frac{a}{13}$.

אורך היתר 2.76 מ'. לא יובקע שער.

סעיף ב': נחשב: $\tan\alpha = \frac{2.44}{13}$, $\alpha = 10.63^0$. זווית הקטנה מ – $10.63^0$.

סעיף ג': ככל ששיעור הטנגנס קטן יותר, כך הזווית קטנה.

ניתן להראות גם באמצעות חישוב: $\tan\alpha = \frac{2.44}{17} = 0.14$, $\alpha = 8.17^0$.

**תרגיל 46 עמוד 141**

סעיף א': נחשב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 38 = \frac{4.1}{AC}$, 6.66 מ' = AC.

סעיף ב': נחשב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin\alpha = \frac{2.3}{6.66}$, $\alpha = 20.2^0$.

סעיף ג': את אורך MT נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $MT^2 + 2.3^2 = 6.66^2$, 6.25 מ' = MT.

**תרגיל 47 עמוד 142**

סעיף א': אורך היתר הוא 20.7 מ' ($0.9 \cdot 23 = 20.7$ – יש רק 23 מרווחים בין 24 המנורות).

נחשב את אורך הניצב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 30 = \frac{a}{20.7}$, 10.35 מ' = a.

סעיף ב': נחשב תחילה את אורך היתר של תחנה זו באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 30 = \frac{18}{c}$, 36 מ' = c.

נחלק את אורך היתר ב – 0.9, ונקבל 40 מרווחים, לכך יש להוסיף את נורת הקצה, ולכן יש 41 נורות.

סעיף ג': מהירות התנועה בתחנה הראשונה: $\frac{20.7}{0.96} = 21.56$, 21.56 שניות,

מהירות התנועה בתחנה השנייה: $\frac{36}{0.96} = 37.5$, 37.5 שניות.

**תרגיל 48 עמוד 143**

סעיף א': (1) אורך AB הוא 3.5 מ', אורך BC הוא 2.9 מ'.

(2) גודל הזווית: $\tan\alpha = \frac{2.9}{3.5} = 0.83$, $\alpha = 39.64^0$.

סעיף ב': נחשב את אורך BC כאשר גודל הזווית שמול הניצב הוא $37^0$: $\tan 37 = \frac{a}{3.5}$, AC = 2.63, משמע פני התלמידים לא יהיו מוצלים.

ניתן לנמק גם כך: הזווית הנתונה קטנה מן הזווית המקורית, ולכן פני התלמידים לא יהיו מוצלים.

סעיף ג': נחשב את גודל הזווית: $\tan\alpha = \frac{4}{3.5} = 1.14$, $\alpha = 48.81^0$.

# זווית גובה וזווית עומק

בפרק זה יוצגו מצבים מחיי היומיום הקשורים לזווית עומק או לזווית גובה.

נלמד לחשב גדלים שונים.

**הנושאים שיילמדו בפרק זה**

התלמיד ילמד את המושג זווית גובה.

התלמיד ילמד את המושג זווית עומק.

התלמיד יעסוק בתרגול משולב – זווית ראייה.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

## א. זווית גובה

בסעיף זה נגדיר את המושג "זווית גובה", ונציג מצבים מחיי היומיום הקשורים לזווית זו.

**הגדרה עמוד 144**

זווית גובה היא הזווית המחברת את עיניו של המביט עם נקודה גבוהה ממנו לבין ישר אופקי.

**דוגמה פתורה עמודים 144, 145**

חישוב גובהו של מגדל אייפל, תוך שימוש במושג "זווית ראייה".
חישוב זווית ראייה כאשר נתון המרחק בין האדם הרואה, וגובה המגדל.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 49 עמוד 145**

שלוש תמונות בהן יש זווית ראייה, חישוב אורך צלע.

**תרגיל 50 עמוד 145**

את גובהו של האדם נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 16 = \frac{h}{6.35}$, h = 1.82 מ'.

**תרגיל 51 עמוד 146**

את המרחק BC נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 23 = \frac{BC}{27}$, BC = 24.85 מ'.

**תרגיל 52 עמוד 146**

את זווית הגובה נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos\alpha = \frac{45}{52} = 0.87$, $\alpha = 30.07^0$.

**תרגיל 53 עמוד 146**

סעיף א': את גודל הזווית נחשב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin\alpha = \frac{1.1}{1.9}$, $\alpha = 35.38^0$.
סעיף ב': את המרחק האופקי נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $BC^2 + 1.1^2 = 1.9^2$, BC = 1.55 מ'.

**תרגיל 54 עמוד 146**

סעיף א': את גובה הפירמידה נחשב באמצעות פונקציית סינוס: $\sin 49 = \frac{h}{182.9}$, h = 138.04 מ'.
סעיף ב': נחשב את המרחק האווירי עבור זווית אחרת: $\sin 30 = \frac{138.04}{a}$, a = 276.08 מ'.

**תרגיל 55 עמוד 147**

סעיף א': נחשב את המרחק האווירי באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 45 = \frac{20}{AB}$, AB = 28.28 מ'.
סעיף ב': נחשב תחילה את המרחק AC באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 45 = \frac{AC}{20}$, AC = 20 מ'.
דיון: קיבלנו שוויון, AC = BD, מדוע? משולש ABC הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
ניתן לקבל גם תשובה זו.
גובה התורן הוא 21.8 מ'.

**תרגיל 56 עמוד 147**

סעיף א': גובהו של העפיפון: $\sin 60 = \frac{a}{40}$, a = 34.64 מ'. נוסיף את גובהה של נועה, משמע 36.14 מ'.
סעיף ב': נחשב את גודל הזווית כאשר גובהו של העפיפון 23.5 מ': $\sin\alpha = \frac{23.5}{40}$, $\alpha = 35.98^0$.

**תרגיל 57 עמוד 147**

סעיף א': נחשב את אורך החלק הנוסף של הבניין הגבוה באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 30 = \frac{a}{40}$,
a = 23.09 מ'.
סעיף ב': גובה הבניין CD הוא 53.09 מ'.
סעיף ג': נחשב את גודל הזווית באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{53.09}{40} = 1.33$, $\alpha = 53^0$.

**תרגיל 58 עמוד 148**

סעיף א': לאחר 2 דקות המרחק האווירי יהיה 12 ק"מ. נחשב את גובה הטיסה באמצעות פונקציית סינוס:

$\sin 20 = \frac{h}{12}$ , 4.1 ק"מ = h.

סעיף ב': לאחר 4 דקות המרחק האווירי הוא 24 ק"מ, המרחק ביחס לקרקע: $\cos 20 = \frac{h}{24}$ , 22.55 ק"מ = h.

סעיף ג': (1) נחשב: $\sin 20 = \frac{10.26}{c}$, 30 ק"מ = c.

(2) נחשב את הזמן: 5 = 6 : 30, הזמן: 5 דקות.

**תרגיל 59 עמוד 148**

סעיף א': בסרטוט שני משולשים ישרי-זווית: $\Delta CBD$, $\Delta CBA$.

סעיף ב': נחשב את אורך BC: $\tan 17 = \frac{BC}{100}$, 30.57 מ' = BC.

סעיף ג': אורך BD הוא 60 מ': $\tan\alpha = \frac{30.57}{60} = 0.51$, $\alpha = 27^0$.

**תרגיל 60 עמוד 148**

סעיף א': בסרטוט שני משולשים ישרי-זווית: $\Delta ACD$, $\Delta BCD$.

סעיף ב': נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 30 = \frac{70}{AC}$, 121.24 מ' = AC.

סעיף ג': נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 60 = \frac{70}{BC}$, 40.41 מ' = BC.

סעיף ד': המרחק AB הוא 80.83 מ' = 40.41 – 121.24.

**תרגיל 61 עמוד 148**

נחשב את המרחק AC: $\tan 30 = \frac{4478}{AC}$, 7756.12 מ' = AC. נחשב את המרחק BC: $\tan 40 = \frac{4478}{BC}$,
5336.67 מ' = BC. המרחק בין A ל – B הוא 2419.45 מ'.

**תרגיל 62 עמוד 149**

סעיף א': נחשב את המרחק AB באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 33 = \frac{95}{AB}$, 146.29 מ' = AB.

סעיף ב': נחשב תחילה את המרחק BD: $\tan 42 = \frac{BD}{146.29}$, 131.72 מ' = BD, גובה המגדלור: 36.72 מ'.

**תרגיל 63 עמוד 149**

סעיף א': נחשב תחילה את אורך AO: $\tan 25 = \frac{18}{AO}$, 38.6 מ' = AO.

נחשב את אורך AC: $\tan 40 = \frac{AC}{38.6}$, 32.39 מ' = AC.

סעיף ב': אורך BC הוא: 14.39 מ'.

**תרגיל 64 עמוד 149**

סעיף א': נחשב את המרחק AD באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 68 = \frac{1900}{AD}$, 767.65מ' = AD.

סעיף ב': המרחק AC הוא: 1567.65מ' = AC.

סעיף ג': נחשב את זווית הגובה באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{1900}{1567.65}$, $\alpha = 50.47^0$.

**תרגיל 65 עמוד 150**

המרחק DE שווה למרחק BC. נחשב את המרחקים AB ו – AC, נחסר ונמצא את המרחק BC.

סעיף א': $\tan 60 = \frac{5000}{AB}$, 2886.75 מ' = AB, $\tan 30 = \frac{5000}{AC}$, 8660.25 מ' = AC.

המרחק BC הוא 5573.5 מ'.

סעיף ב': נחשב את מהירות הטיסה: 192.45 = 30 : 5573.5, מהירות הטיסה 192.45 מ' לשנייה.

## ב. זווית עומק

בסעיף זה נגדיר את המושג "זווית עומק" ונציג את הקשר בין זווית עומק לזווית גובה.
נציג מצבים מחיי היומיום שבהם אנו מדגימים את השימוש במושגים אלו.

**הגדרה עמוד 150**

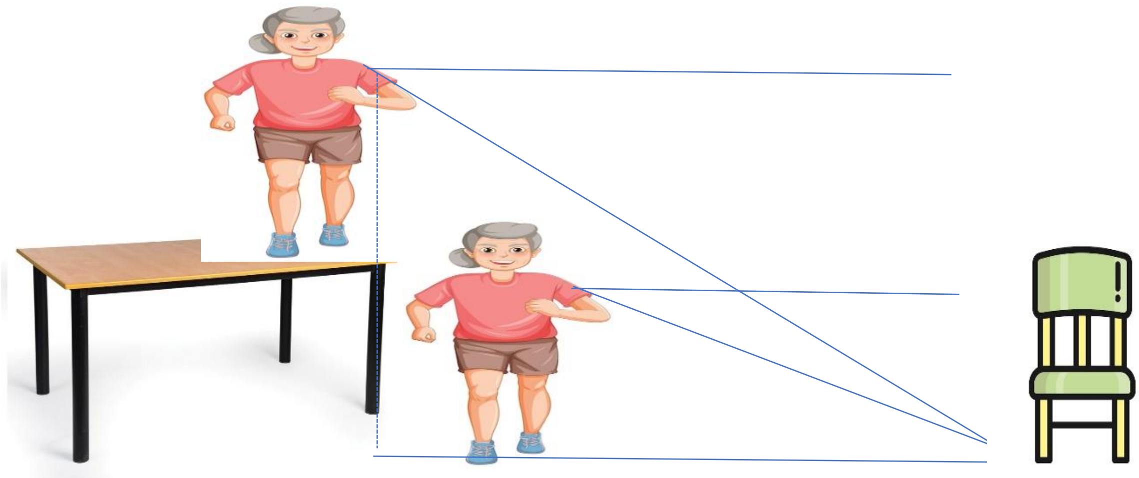
**זווית עומק** היא הזווית בין הישר המחבר את עיניו של המביט עם נקודה נמוכה ממנו לבין ישר אופקי

**תזכורת עמוד 150**

בין שני ישרים מקבילים, וישר שלישי החותך אותם, כל שתי זוויות מתחלפות שוות.

**דוגמה פתורה עמוד 151**

דוגמה לחישובים עם זווית עומק מחיי היומיום.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
ניתן להדגים את המושג "זווית עומק" בכיתה.
נגיע עם שני חבלים באורכים שונים. נבקש מתלמיד אחד לחבר את החבל לרגלי כיסא ולהרים את החבל עד גובה הכתפיים שלו. תלמיד נוסף (באותו גובה) יעמוד על שולחן כאשר הוא צמוד לתלמיד העומד, יחבר חבל אחר לרגלי אותו כיסא וימתח את החבל שלו המורה ידגים את זווית העומק ש שני התלמידים.



**תרגיל 66 עמוד 152**

שלוש תמונות. התלמידים צריכים לזהות האם הזווית המסומנת היא זווית עומק, או זווית גובה, ולציין מהן הזוויות השוות בכל תמונה.

**תרגיל 67 עמוד 152**

שלוש תמונות. התלמיד נדרש להסביר מדוע הזווית היא זווית עומק, ולחשב אורך צלע מסומנת.

**תרגיל 68 עמוד 152**

כדי לחשב את AB, נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 28 = \frac{6}{AB}$, AB = 11.28 מ'.

**תרגיל 69 עמוד 152**

סעיף א': $\measuredangle ACB = 40^0$ כי היא זווית מתחלפת שווה עם זווית $\measuredangle DAC$ בין ישרים מקבילים (BC || AD).
סעיף ב': נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 40 = \frac{2000}{BC}$, BC = 2383.51 מ'.

**תרגיל 70 עמוד 153**

לצורך חישוב המרחק האווירי נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 10.1 = \frac{225}{c}$, c = 1283.03 מ'.

**תרגיל 71 עמוד 153**

סעיף א': לצורך חישוב המרחק האווירי נשתמש בפונקציית קוסינוס: $\cos 20 = \frac{2.8}{AB}$, 2.98 מ' = AB.

סעיף ב': לצורך חישוב המרחק AC נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 20 = \frac{AC}{2.8}$, 1.02מ' = AC.

**תרגיל 72 עמוד 153**

סעיף א': $\sphericalangle BAC = \sphericalangle CAD$, $\tan\alpha = \frac{51}{60}$, $\alpha = 40.36^0$.

סעיף ב': את המרחק האווירי נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $60^2 + 51^2 = AC^2$, 78.74 מ' = AC.

**תרגיל 73 עמוד 153**

סעיף א': נחשב את גודל הזווית באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos\alpha = \frac{4.1}{5.2}$, $\alpha = 37.96^0$.

סעיף ב': את המרחק BC נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $BC^2 + 4.1^2 = 5.2^2$, 3.2 מ' = BC.

סעיף ג': המרחק יגדל ל – 5.1 מ'. נחשב את הזווית: $\tan\alpha = \frac{3.2}{5.1} = 0.62745$, $\alpha = 32.11^0$.

**תרגיל 74 עמוד 154**

סעיף א': נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 40 = \frac{30}{BD}$, 35.75 מ' = BD.

סעיף ב': (1) $\sphericalangle BAC = 32^0$ (חיסרנו מ – $90^0$ את זווית העומק).

(2) $\tan 32 = \frac{BC}{30}$, 18.75 מ' = BC.

סעיף ג': המרחק CD הוא 17 מ'.

**תרגיל 75 עמוד 154**

ניתן להמחיש את נתוני השאלה באמצעות חלקי לגו או כל משחק אחר.
ההמחשה עוזרת להבנת השאלה.
בשאלה יש לנו שני סעיפים העוסקים בזווית עומק. יש זווית עומק לשורש העץ (סעיף א'), ויש זווית עומק לצמרת העץ (סעיף ד'). בדיון בכיתה בכיתות מתקשות ניתן ל"פרק" את הסרטוט ולסרטט כל משולש בנפרד.

סעיף א': הזוויות שוות כי הן זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים (DE || AB).

סעיף ב': אורך הקטע AE הוא 40.12 מ'.

סעיף ג': $\tan 48 = \frac{40.12}{DE}$, 36.12 מ' = DE.

סעיף ד': 22.12 מ' = BC, DE = AB = 36.12, $\tan\alpha = \frac{22.12}{36.12}$, $\alpha = 31.48^0$.

## ג. תרגול משולב – זווית ראייה

בסעיף זה נגדיר את המושג "זווית ראייה", ונציג את הקשר בין זווית ראייה, לזווית גובה, ולזווית עומק.
נציג מצבים מחיי היומיום בו אנו נדרשים להשתמש במושגים אלו.

**הגדרה עמוד 154**

אדם המביט בו זמנית לעבר שתי נקודות A ו – B. הזווית בין הקרניים נקראת **זווית ראייה**.

**דוגמה פתורה עמוד 155**

אדם עומד במרחק מסוים מבניין כלשהו.
הוא רואה את תחתית הבניין, ואת ראש הבניין. נוצרת זווית ראייה בין שתי "הקרניים" של מבטו.
חישובים של צלע ו/או גודל זווית.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 76 עמוד 156**

על-פי הנתונים שבסרטוט ניתן להבין: $AE = BC = 80$, $\sphericalangle ACB = \sphericalangle EAC = 32^0$, $\sphericalangle DAE = 18^0$.

סעיף א': גודל זווית הראייה הוא $50^0$.

סעיף ב': נחשב תחילה את אורך DE: $\tan 18 = \frac{DE}{80}$, ‏26 מ' = DE. נחשב את אורך CE: $\tan 32 = \frac{CE}{80}$,
50 מ' = CE. אורך CD הוא 76 מ'. בתשובה בספר רשום 75.98 עניין של עיגול אחרי הנקודה העשרונית.

**תרגיל 77 עמוד 156**
סעיף א': גודל זווית הראייה הוא $60^0$.
סעיף ב': $\tan 10 = \frac{AB}{19}$, ‏3.35 מ' = AB.
סעיף ג': נחשב את אורך BC: $\tan 50 = \frac{BC}{19}$, ‏22.64 מ' = BC. גובה המגדל 25.99 מ'.

**תרגיל 78 עמוד 156**
סעיף א': גודל זווית הראייה הוא $46^0$.
סעיף ב': $\tan 24 = \frac{BD}{x}$, $BD = x\tan 24 = 0.45x$, $\tan 22 = \frac{CD}{x}$, $CD = x\tan 22 = 0.4x$.
סעיף ג': נרשום משוואה: 0.4x + 0.45x = 1.7, ‏0.85x = 1.7, ‏x = 2.

**תרגיל 79 עמוד 157**
בדיון בכיתה נבהיר: המרחק CD שהוא המרחק של אוהד מהעץ, הוא מרחק שנמדד על הקרקע (מרגלי אוהד לשורש העץ). בשאלה יש לנו זווית גובה (∢ACD) וזווית עומק (∢DCB)
בכיתות מתקשות ניתן "לפרק" את הסרטוט לשני משולשים נפרדים: $\Delta ADC$ ומשולש $\Delta DCB$.
סעיף א': נחשב את החלק העליון של העץ באמצעות זווית הגובה: $\tan 18 = \frac{a}{13}$, ‏4.22 מ' = a.
נחשב את החלק התחתון של העץ באמצעות זווית העומק: $\tan 25 = \frac{b}{13}$, ‏6.06 מ' = b.
גובה העץ: 10.28 מ'.
את סעיף ב' חשוב לפתור בכיתה, כי אנו משתמשים בנעלם, ובמשוואה המחברת שני גדלים שונים.
סעיף ב': נבטא באמצעות x את אורך החלק העליון של העץ: $a = x\tan 20 = 0.36x$, נבטא באמצעות x את החלק התחתון של העץ: $b = x\tan 30 = 0.58x$ (ראו תרגיל 82).
נרשום משוואה: 0.58x + 0.36x = 25, ‏x = 26.56, מרחקו של יוסף מהעץ הוא 26.56 מ'.

**תרגיל 80 עמוד 157**
במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס (אורך מחצית הבסיס הוא 2.65 מ"מ) וגם חוצה זווית הראש.
נחשב את גודל מחצית זווית הראש: $\tan\alpha = \frac{2.65}{25} = 0.106$, $\alpha = 6.05^0$.
סעיף א': (1) גודל זווית הראייה הוא $12.1^0$.
(2) גודל זווית הראייה ∢C הוא $12.1^0$ זוויות קדקודיות שוות.
סעיף ב': גודל האובייקט הוא 1750 מ"מ = 175 ס"מ, מחצית האובייקט: 875 מ"מ.
נחשב את המרחק: $\tan 6.05 = \frac{875}{a}$, ‏8280.76 מ"מ = a, ‏8.28 מ' הוא המרחק בין המצלמה לאובייקט.

## צורות המתפרקות למשולשים ישרי-זווית

בפרק זה יוצגו מצבים מחיי היומיום של צורות גיאומטריות, שאינם משולשים, אך ניתן לפרקם למשולשים ישרי-זווית. נשתמש בתכונות של משולשים ומרובעים על מנת לחשב את הנדרש.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
התלמיד ילמד צורות משולשות.
התלמיד ילמד צורות מרובעות.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **5 שעות.**

## א. צורות משולשות שמתפרקות למשולשים ישרי-זווית

**דוגמה פתורה – משולש שמתפרק למשולשים ישרי-זווית, עמודים 158, 159**

מגלשה עם סולם, הגובה יוצר שני משולשים ישרי-זווית.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 81 עמוד 159**

תרגיל המזכיר את הדוגמה הפתורה.

הגובה AH מחלק את המשולש ABC לשני משולשים ישרי-זווית.

**טעות אפשרית**: HC = BH, הכללה ממשולש שווה-שוקיים בו הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס.

סעיף א': את אורך הקטע BH נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 42 = \frac{BH}{13}$, BH = 11.71 ס"מ.

סעיף ב': נחשב את אורך CH, CH = 18.29 ס"מ, את גודל הזווית ∢CAH נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{18.29}{13} = 1.41$, $\alpha = 54.6^0$.

סעיף ג': את אורך הצלע AC נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 54.6 = \frac{13}{AC}$, AC = 22.44 ס"מ.

הערה: ניתן לחשב את אורך הצלע AC גם באמצעות פונקציית סינוס, או באמצעות משפט פיתגורס.

**תרגיל 82 עמוד 160**

סעיף א': את אורך הצלע AC נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 34 = \frac{15}{AC}$, AC = 18.09 ס"מ.

סעיף ב': את אורך הצלע BC נחשב בשני חלקים: $\tan 34 = \frac{EC}{15}$, EC = 10.12 ס"מ, $\tan 52 = \frac{BE}{15}$, BE = 19.2 ס"מ, BC = 29.32 ס"מ.

סעיף ג': 219.9סמ"ר $= \frac{29.32 \cdot 15}{2} = S_{\Delta ABC}$.

**תרגיל 83 עמוד 160**

**בכיתות מתקשות** נשאל: כמה משולשים בסרטוט? חלק מהתלמידים יאמר: שני משולשים.

ניתן לצבוע כל משולש בצבע אחר לשם הדגשה.

בסרטוט יש שלושה משולשים, אך רק שניים מהם ישרי זווית: $\Delta ETD$ ו – משולש $\Delta ETG$.

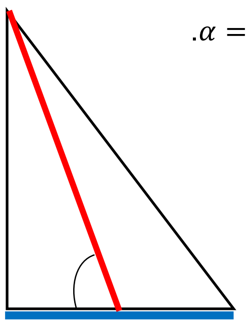
סעיף א': את אורך הניצב TG נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 27 = \frac{TG}{10}$, TG = 5.1 ס"מ.

סעיף ב': ED הוא תיכון לצלע, משמע הוא מחלק את TG לשני חלקים שווים: TD = DG = 2.55 ס"מ.

סעיף ג': המשמעות: לחשב את גודל ∢EDT.

שימו לב: ההדגשה היא למצוא את גודל הזווית **החדה**, משום שבין התיכון לניצב יש גם זווית קהה.

בכיתות מתקשות נצבע את המלל כדי להבין איזו זווית אנו מחפשים: הזווית בין התיכון (נצבע באדום), לבין הניצב אותו הוא חוצה (נצבע בכחול).



את הזווית נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{2.55}{10} = 0.255$, $\alpha = 14.31^0$.

סעיף ד': כדי לחשב את היקף המשולש ETD עלינו לחשב את אורך ED.

נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $2.55^2 + 10^2 = ED^2$, ED = 10.32 ס"מ.

P = 22.87 ס"מ.

**תרגיל 84 עמוד 160**

לפי הסימון אנו רואים כי AF הוא חוצה זווית, משמע: $\sphericalangle CAF = \sphericalangle FAB = 27^0$.

כמו כן נדגיש כי בסרטוט שלושה משולשים, אך רק שניים מהם ישרי-זווית.

סעיף א': את אורך הניצב AB נחשב באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 54 = \frac{AB}{12}$, AB = 7.05 ס"מ.

סעיף ב': את אורך הקטע BF נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan 27 = \frac{BF}{7.05}$, BF = 3.59 ס"מ.

סעיף ג': כדי לחשב את אורך הקטע FC עלינו לחשב תחילה את אורך הקטע BC. $\sin 54 = \frac{BC}{12}$,

9.71 ס"מ = BC, ‏6.12 ס"מ = CF.

סעיף ד': 34.23סמ"ר = $S_{\Delta ABC} = \frac{7.05 \cdot 9.71}{2}$.

**תרגיל 85 עמוד 160**

גם בסרטוט זה שלושה משולשים אך רק שניים מהם ישרי-זווית.

סעיף א': את גודל ∢CAB נחשב באמצעות פונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{23}{18} = 1.28$, $\alpha = 51.95^0$.

אם נחשב באמצעות $\tan\alpha = 1.28$, נקבל $\alpha = 52^0$.

סעיף ב': התיכון מחלק את הצלע לשני חלקים שווים משמע, 9 ס"מ = CD. $\tan(CDB) = \frac{23}{9}$,

∢CDB = $68.63^0$.

סעיף ג': את אורך הצלע BD ניתן לחשב באמצעות פונקציית סינוס, או באמצעות משפט פיתגורס:

$9^2 + 23^2 = BD^2$, 24.7 ס"מ = BD.

סעיף ד': בכיתות מתקשות ניתן לוותר על סעיף זה.

הדרך הקצרה לחישוב שטח משולש ADB היא: $S_{\Delta ADB} = \frac{AD \cdot BC}{2}$, 103.5סמ"ר = $S_{\Delta ADB} = \frac{9 \cdot 23}{2}$.

במשולש קהה-זווית שני גבהים יוצאים מחוץ למשולש.

בכיתות מתקשות ניתן לחשב את שטח המשולש ABC, ולחסר ממנו את שטח המשולש CDB.

**תרגיל 86 עמוד 161**

סעיף א': 8 ס"מ = BE = EC, $\cos\alpha = \frac{8}{11}$, $\alpha = 43.34^0$.

סעיף ב': ∢B = ∢C = $43.34^0$ במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות, ∢BAC = $93.32^0$.

סעיף ג': ניתן לחשב את אורך AE באמצעות פונקציית טנגנס, או באמצעות פונקציית סינוס.

נחשב את אורך AE באמצעות משפט פיתגורס: $8^2 + AE^2 = 11^2$, 7.55 ס"מ = AE.

סעיף ד': 38 ס"מ = 11 + 11 + 16 = P, 60.4סמ"ר = $S_{\Delta ABC} = \frac{16 \cdot 7.55}{2}$.

**תרגיל 87 עמוד 161**

שתי האוניות יחד עם ראש הצוק יוצרות שני משולשים ישרי-זווית: $\Delta DCB$ ומשולש $\Delta DCA$, וכן משולש שונה-צלעות $\Delta ADB$.

סעיף א': ∢DCB = $90^0$ נתון, ∢DBC $45^0$ נתון, ולכן ∢CDB = $45^0$ סכום זוויות במשולש.

מכאן, $\Delta DCB$ הוא משולש שווה-שוקיים (אם במשולש שתי זוויות שוות, אזי המשולש שווה-שוקיים).

**טעות אפשרית בניסוח**: אם זוויות הבסיס שוות, אזי המשולש שווה-שוקיים. כל עוד לא הוכחנו שהמשולש שווה-שוקיים לא ניתן לכנות זווית כלשהי כזווית בסיס.

סעיף ב': נחשב את המרחק AB: ‏200 מ' = BC = CD (נתון והוכח בסעיף א'), $\tan 30 = \frac{200}{AC}$,

346.4 מ' = AC, מכאן 546.4 מ' = AB.

**תרגיל 88 עמוד 161**

סעיף א': במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, ולכן BD = CD. $\tan 63 = \frac{2.1}{BD}$,

1.07 מ' = BD, ‏2.14 מ' = BC.

סעיף ב': ∢BAC = $180^0 - 2 \cdot 63^0 = 54^0$.

**תרגיל 89 עמוד 162**

אורך AB הוא 500 מ', אורך BD הוא 350 מ', ולכן אורך AD הוא 150 מ'.

סעיף א': כדי לחשב את אורך CD נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan 30 = \frac{CD}{350}$, ‏202.07 מ' = CD.

סעיף ב': כדי לחשב את גודל זווית ∢DAC נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{202.07}{150}$, $\alpha = 53.41^0$.

סעיף ג': כדי לחשב את אורך AC ניתן להשתמש במשפט פיתגורס או בפונקציית קוסינוס: $\cos 53.41 = \frac{150}{AC}$,

251.64 מ' = AC.

**תרגיל 90 עמוד 162**

בכיתות מתקשות ניתן להראות כי סרטוט תרגיל זה הוא סיבוב אנכי של תרגיל 93 (בשינוי נתונים).

סעיף א': כדי לחשב את אורך CD נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 59 = \frac{CD}{1320}$, CD = 1131.46 מ'.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AB אנחנו עושים שני חישובים: $\cos 59 = \frac{AD}{1320}$, AD = 679.85 מ',

$\tan 38 = \frac{1131.46}{BD}$ , BD = 1448.2 מ', ולכן AB = 2128.05 מ'.

סעיף ג': כדי לחשב זמן אנו מחלקים את אורך הדרך במהירות: $t = \frac{2128.05}{40} = 53.2$.

הזמן שלוק למסוק להגיע לראש הצוק (נקודה B) הוא 53.2 שניות שהן פחות מדקה.

**תרגיל 91 עמוד 162**

בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים "למצוא" את כל המשולשים ישרי-הזווית שיש בסרטוט: $\Delta BCT$, $\Delta BDT$

במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס), $\Delta ATD$, $\Delta ATE$.

סעיף א': נחשב באמצעות משפט פיתגורס את אורך CT: $CT^2 + 180^2 = 200^2$, CT = 87.18 מ',

CD = 174.36 מ'.

סעיף ב': $\sin\alpha = \frac{180}{200}$, ∢BDT = $64.16^0$.

סעיף ג': TE = 317.18, AT = 330 מ', $\tan\beta = \frac{330}{317.18}$, ∢AET = $46.13^0$.

**דוגמה פתורה – מציאת גדלים באמצעות חיסור קטעים במשולשים ישרי-זווית, עמודים 163, 164**

דוגמה מחיי היומיום, מציאת גודל צלע וזווית.

**תרגיל 92 עמוד 164**

סעיף א': את אורך BC נמצא באמצעות משפט פיתגורס: $320^2 + BC^2 = 585^2$, BC = 489.72 ק"מ.

סעיף ב': את גודל זווית ∢E נמצא באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos\alpha = \frac{320}{585}$, ∢BDC = $56.84^0$.

סעיף ג': ∢ADC = $59.34^0$, $\cos 59.34 = \frac{CD}{AD} = \frac{320}{AD}$, AD = 627.52 ק"מ.

סעיף ד': נחשב תחילה את אורך AC: (ניתן גם לחשב באמצעות משפט פיתגורס) $\tan 59.34 = \frac{AC}{320}$,

AC = 539.8 ק"מ, משמע AB = 50.08 ק"מ.

**תרגיל 93 עמוד 164**

סעיף א': כדי לחשב את אורך CD נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 52 = \frac{CD}{900}$, CD = 709.21 מ'.

סעי, ב': כדי לחשב את גודל ∢CBD נשתמש בפונקציית טנגנס: $\tan\alpha = \frac{709.21}{225}$, ∢CBD = $72.4^0$.

סעיף ג': נחשב את אורך AD: $\cos 52 = \frac{AD}{900}$, AD = 554.1 מ'. AB = 779.1 מ'.

סעיף ד': נחשב את אורך BC: $\cos 72.4 = \frac{225}{BC}$, BC = 744.12, משמע ענת הולכת דרך של 1488.24 מ'.

באמצעות משפט פיתגורס: $709.21^2 + 225^2 = BC^2$, BC = 744.05 מ'.

ענת הולכת דרך של 1488.1 מ'.

**שימו לב**: יש הבדל מינורי בתשובות, ויש לקבל את שתי הדרכים.

**תרגיל 94 עמוד 165**

סעיף א': $\sin 35 = \frac{BC}{40}$, BC = 22.94 מ'.

סעיף ב': $\cos 35 = \frac{AB}{40}$, AB = 32.77 מ'.

סעיף ג': $\tan DAB = \frac{BD}{AB} = \frac{32.94}{32.77}$, ∢DAB = $45.15^0$.

סעיף ד': BG = 16.39 מ' (נתון אמצע קטע), באמצעות משפט פיתגורס:

$22.94^2 + 16.39^2 = AC^2$, AC = 28.19 מ'.

**תרגיל 95 עמוד 165**

סעיף א': $AB^2 = 4^2 + 2.5^2$, $AB = 4.72$ מ'.

סעיף ב': $\sin 40 = \frac{4}{BC}$, $BC = 6.22$ מ'.

סעיף ג': (1) נחשב את אורך CD: $\tan 40 = \frac{4}{CD}$, $CD = 4.77$ מ', $AC = 7.27$ מ'.

(2) $S_{\Delta ABC} = \frac{7.27 \cdot 4}{2} = 14.54$ סמ"ר.

סעיף ד': הסכום הכולל הוא: $42 \cdot 14.54 + 2100 = 2710.68$ שקלים.

**תרגיל 96 עמוד 166**

סעיף א': $\tan 35 = \frac{AB}{120}$, $AB = 84.02$.

סעיף ב': $\tan \alpha = \frac{84.02}{90}$, $\sphericalangle ACB = 43.030$.

סעיף ג': הזמן הוא לחלק את הדרך במהירות: $120 : 5 = 24$ שניות.

סעיף ד': הזמן שלוקח לסירה להגיע למגדלור הוא 30 שניות, שזה אחרי שהאונייה הגיע למגדלור (24 שנ).

**תרגיל 97 עמוד 167**

בדין בכיתה נשאל: איזה משולש הוא משולש BDC? (שווה-שוקיים) מדוע? שני הכבלים הם באותו אורך.
המרחק MP שווה למרחק CD ושניהם אורכם 268 מ'.

ניתן לשאול: האם יש לנו משולשים חופפים? ($\Delta BOC \cong \Delta BOD$) מדוע? הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס במשולש שווה-שוקיים (נזכיר שהוא גם חוצה-זווית הראש – לסעיף ב').

סעיף א': $OC = DO = 134$ במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס.

$\cos \alpha = \frac{134}{180}$, $\sphericalangle BCO = 41.89^0$.

סעיף ב': נחשב תחילה את גודל זווית $\sphericalangle CBO$ באמצעות סכום זוויות במשולש (אחרת נקבל סכום זוויות במשולש שאינו $180^0$ בגלל האומדן), $180^0 - 41.89^0 - 90^0 = 48.11^0$, $\sphericalangle OBC = 48.11^0$,
$\sphericalangle DBC = 96.22^0$.

סעיף ג': נחשב את אורך BO: $BO^2 + 134^2 = 180^2$, $BO = 120.18$ מ', $BG = 145.18$ מ'.

סעיף ד': $AO = 135.18$ מ', $\tan \alpha = \frac{134}{135.18}$, $\sphericalangle ACO = 44.750$.

סעיף ה': המרחק MP הוא 268 מ', הזמן: $t = 191.43$ שניות.

בכיתות מתקדמות ניתן לשאול: מהו הזמן בדקות? לחלק ב – 60, משמע 3.19 דקות.

## ב. דוגמאות מרובעות שמתפרקות למשולשים ישרי-זווית.

**דוגמה פתורה – מרובע שמתפרק למשולשים ישרי-זווית, עמודים 167, 168**

ניתן לשאול בכיתה:

(1) באילו מרובעים יש זווית ישרה? מלבן, ריבוע, ייתכן דלתון שבו זוויות הצד הן זוויות ישרות, טרפז ישר-זווית.

(2) באילו מרובעים האלכסונים מאונכים? ריבוע, מעוין, ייתכן טרפז שאלכסוניו מאונכים.

בדוגמה הפתורה נתון עפיפון בצורת מעוין.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 98 עמוד 168**

במלבן האלכסונים חוצים זה את זה, ושווים זה לזה. במלבן יש ארבעה משולשים ישרי-זווית.

בכיתות מתקשות צבעות את המשולש ישר-הזווית הרלוונטי.

סעיף א': נתון: $AP = 6$ ס"מ, משמע, $BD = AC = 12$ ס"מ.

סעיף ב': המשולש הרלוונטי הוא $\Delta DBC$. $\sin 35 = \frac{BC}{12}$, $BC = 6.88$ ס"מ, $\cos 35 = \frac{CD}{12}$, $CD = 9.83$ ס"מ.

סעיף ג': $P = 2 \cdot (9.83 + 6.88) = 33.42$ ס"מ.

סעיף ד': $S_{ABCD} = 6.88 \cdot 9.83 = 67.63$ סמ"ר.

**תרגיל 99 עמוד 169**

באופן אקראי נחליט: 8 ס"מ = CO = AO, ‏14 ס"מ = AO = BO.

ברגע שנחשב גודל חצי זווית של המעוין, שאר החישובים יתייחסו רק לתוצאה שקיבלנו, אחרת סכום הזוויות במרובע לא יהיה $360^0$.

סעיף א': $\tan\alpha = \frac{8}{14}$, ‏$\sphericalangle ABO = 29.74^0$.

מכאן, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 59.49^0$, ‏$\sphericalangle BCD = \sphericalangle BAD = 120.51^0$.

סעיף ב': את אורך צלע המעוין נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $14^2 + 8^2 = AB^2$, ‏16.12 ס"מ = AB.

סעיף ג': 64.48 ס"מ = P.

סעיף ד': $S_{ABCD} = \frac{28 \cdot 16}{2} =$ 224סמ"ר.

**תרגיל 100 עמוד 169**

סעיף א': לצורך מציאת אורך AD נשתמש בפונקציית סינוס: $\sin 39 = \frac{12}{AD}$, ‏19.07 ס"מ = AD.

סעיף ב': נחשב תחילה את אורך AH: $\tan 39 = \frac{12}{DH}$, ‏14.82 ס"מ = DH, משמע 29.64 ס"מ = CD.

סעיף ג': נחשב: $P = 2 \cdot (29.64 + 19.07) =$ 97.42 ס"מ.

סעיף ד': כדי לחשב את שטח המקבילית נחשב: $S_{ABCD} = 12 \cdot 29.64 =$ 355.68סמ"ר.

טעות אפשרית: יכפילו את הצלע AD בגובה במקום את הצלע CD.

**תרגיל 101 עמוד 169**

סעיף א': כדי לחשב את גובה הטרפז נתבונן במשולש AED (אם תלמיד ירצה לחשב את אורך הגובה CT, במקבילית כל הגבהים לאותה צלע שווים, הוא יגיד שאין מספיק נתונים). $\sin 70 = \frac{DE}{6}$, ‏5.64 ס"מ = DE.

סעיף ב': $\cos 70 = \frac{AE}{6}$, ‏2.05 ס"מ = AE.

סעיף ג': נתון 8 ס"מ = BC, נחשב את גודל זווית $\sphericalangle C$ באמצעות פונקציית סינוס:

$\sin\alpha = \frac{5.64}{8}$, ‏$\sphericalangle CBA = 44.83^0$.

סעיף ד': 5 ס"מ = ET = CD (DCTE הוא מלבן – מרובע ששלוש מזוויותיו ישרות), נחשב את אורך BT:

$5.64^2 + BT^2 = 8^2$, ‏5.67 ס"מ = BT, ולכן 12.72 ס"מ = AB.

ניתן לחשב את אורך BT גם באמצעות פונקציית טנגנס.

סעיף ה': $S_{ADCB} = \frac{5.64 \cdot (5+12.72)}{2} = 49.97$, ‏49.97 סמ"ר = S.

**תרגיל 102 עמוד 170**

לפי הנתון בשאלה איננו יודעים מיהי הצלע הארוכה של השדה ומיהי הצלע הקצרה (לכאורה ניתן לומר: רואים מהסרטוט), עיון בסעיף א' מדגיש: הצלע הארוכה היא הצלע CD (או AB).

סעיף א': $\tan\alpha = \frac{120}{150}$, ‏$\sphericalangle BDC = 36.86^0$.

סעיף ב': את אורך השביל נחשב באמצעות משפט פיתגורס: $150^2 + 120^2 = BD^2$, ‏192.1 מ' = BD.

**תרגיל 103 עמוד 170**

סעיף א': $\sin 28 = \frac{BE}{35}$, ‏16.43 ס"מ = BE.

סעיף ב': שטח המקבילית: 985.8 סמ"ר = $60 \cdot 16.43$.

סעיף ג': (1) $\cos 28 = \frac{AE}{35}$, ‏30.9 ס"מ = AE, משמע 29.1 ס"מ = DE.

(2) $16.43^2 + 29.1^2 = BD^2$, ‏33.42 ס"מ = BD.

**תרגיל 104 עמוד 170**

בכיתות מתקשות נבהיר: יש בסרטוט שלושה משולשים ישרי-זווית, וגם משולש ACE שהוא משולש שאינו משולש ישר-זווית, ולכן אנו לא עוסקים בו.

סעיף א': $\tan 35 = \frac{BC}{22}$, ‏15.4 מ' = BC.

סעיף ב': שטח הגינה 338.8 מ"ר = S.

סעיף ג': כדי לחשב את אורך הגדר של גינת הכלבים עלינו לחשב את אורך CE: $CE^2 = 11^2 + 15.4^2$, 18.93 מ' = CE, משמע 45.33 מ' = P.

סעיף ד': נחשב את גודל ∢BCE: $\tan\alpha = \frac{11}{15.4}$, ∢C = 35.54⁰, ∢C = 55⁰ (סכום זוויות במשולש), משמע ∢ACE = 19.46⁰.

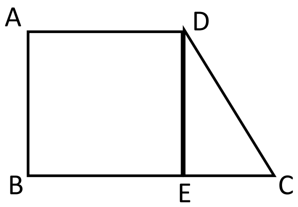
**תרגיל 105 עמוד 171**

סעיף א': נחבר את מרכז השולחן עם נקודה C, משמע נעביר אלכסון AC ונחשב את אורכו:
$AC^2 = 292^2 + 158^2$, 332 ס"מ = AC.
נחשב את המרחק AO (ממרכז השולחן אל נקודה A) בעזרת הזווית הנתונה. אם המרחק הוא 166 ס"מ, משמע יואב צודק. $\frac{146}{AO} = \cos 34$, 176.12 ס"מ = AO, יואב טעה.
או לחילופין נחשב את גודל הזווית כאשר אורכו של AO הוא 166 ס"מ: $\frac{146}{166} = \cos\alpha$, $\alpha = 28.42^0$, דוד צדק
סעיף ב': הזווית לא תשתנה, כי יתקבל משולש דומה למשולש המקורי ביחס 2 : 1 (או 1 : 2).
סעיף ג': המרחק לא שונה, כי אלכסוני המלבן שווים זה לזה, וחוצים זה את זה.
ניתן להראות באמצעות חישוב.

**תרגיל 106 עמוד 171**

סעיף א': $\frac{BC}{7} = \tan 58$, 11.2 מ' = BC.
סעיף ב': תחילה עלינו לחשב את אורך BE: BE2 = 72 + 11.22, 13.21 מ' = BE.
אורך הגדר: 59.41 מ' = 14 + 14 + 11.2 + 7 + 13.21 = P.
סעיף ג': עלות הקמת הגדר: 23,764 שקלים.

**תרגיל 107 עמוד 172**




בכיתות מתקשות נסרטט את הגובה DE היורד מנקודה D נ
לבסיס BC (שאורכו 90 ס"מ) כך שיתקבל משולש ישר-זווית.
(הסרטוט הוא להמחשה בלבד).
סעיף א': $\frac{90}{110} = \sin\alpha$, ∢C = 54.9⁰.
סעיף ב': נחשב את אורך CE: $\frac{CE}{110} = \cos 54.9$, 63.25 ס"מ = CE.
(1) היקף החלון: 383.25 ס"מ = 60 + 60 + 90 + 63.25 + 110 = P.
(2) מחיר המסגרת: 45,990 שקלים.
סעיף ג': 8246.25סמ"ר = $\frac{90\cdot(60+60+63.25)}{2} = S_{ABCD}$.

**תרגיל 108 עמוד 172**

נבקש מהתלמידים לרשום את שמות המצולעים שבסרטוט: טרפז ישר-זווית ABCD, טרפז ישר-זווית ADCM, משולש ישר-זווית CEB ו – משולש ישר-זווית AME.
סעיף א': $\frac{CE}{38} = \sin 52$, 29.94 מ' = CE.
סעיף ב': (1) $AM^2 = 42^2 + 14.97^2$, 44.59 מ' = AM.
(2) את הזווית ניתן לחשב בכמה צורות למשל, $\tan\alpha = \frac{14.97}{42}$, ∢MAE = 19.62⁰.
סעיף ג': על מנת לחשב את היקף ABCD נותר לחשב את אורך BE: $\frac{BE}{38} = \cos 52$, 23.4 מ' = BE.
175.34 מ' = 42 + 42 + 23.4 + 38 + 29.94 = P.

**דוגמה פתורה – טרפז שווה-שוקיים שמתפרק למלבן ולמשולשים ישרי-זווית חופפים, עמוד 174**

דוגמה המשלבת תכונות של טרפז שווה-שוקיים עם מציאת גדלים באמצעות פונקציות טריגונומטריות.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

**תרגיל 109 עמוד 174**

נשלים גדלים:0.9 מ' = 90 ס"מ = TK = BC, המרנו את הס"מ ל – מ', 0.2 מ' = AT = KD.

שני הגבהים יוצרים שני משולשים ישרי-זווית חופפים, ולכן AT = KD.

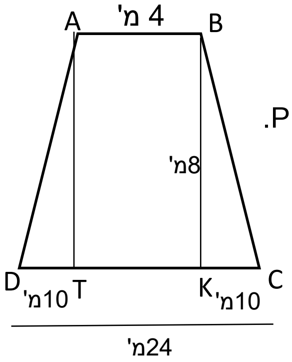
סעיף א': נחשב את גובה הטרפז: $\tan 74 = \frac{BT}{0.2}$, ‏BT = 0.7 מ'. $S_{ABCD} = \frac{0.7\cdot(0.9+1.3)}{2} = 0.77$ מ"ר.

סעיף ב': עלות המשטח העליון של השולחן היא 175.34 שקלים.

**תרגיל 110 עמוד 174**

נסרטט את הטרפז במחברת, ונוסיף את שני הגבהים כמו בתרגיל 113, ונוסיף גדלים (הסרטוט אינו מדויק).

BK = AT = 8 מ' (הגבהים בטרפז שווים).




סעיף א': $\tan\alpha = \frac{8}{10}$, ‏$\measuredangle BCD = 38.66^0$.

סעיף ב': $8^2 + 10^2 = BC^2$, ‏BC = 12.81 מ'.

סעיף ג': נחשב את אורך המעקה: P = 4 + 12.81 + 12.81 = 29.62 מ'.

נחשב את המחיר: $29.62 \cdot 420 =$ 12,440.4 שקלים.

**תרגיל 111 עמוד 175**

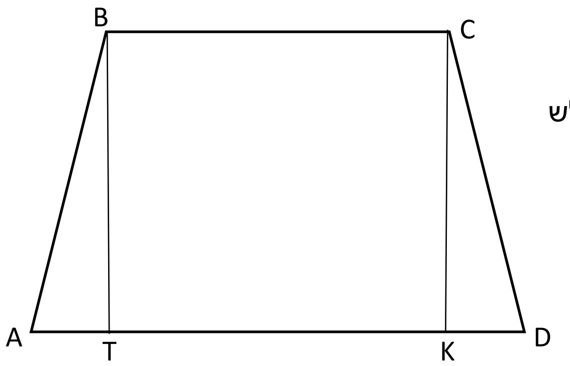
סעיף א': $\sin 44 = \frac{DE}{2.5}$, ‏DE = 1.74 מ'.

סעיף ב': 350 ס"מ = 3.5 מ', $3.5^2 + 1.74^2 = BC^2$, ‏BC = 3.91 מ'.

סעיף ג': $\tan\alpha = \frac{3.5}{1.74}$, ‏$\measuredangle BCT = 63.57^0$.

סעיף ד': נחשב תחילה את אורך AE: $\cos 44 = \frac{AE}{2.5}$, ‏AE = 1.8 מ'. AB = 3.5 + 3 + 1.8 = 8.3 מ'.

**תרגיל 112 עמוד 175**




"נוריד" את שני הגבהים BT ו – CK.

סעיף א': ניתן לחשב את גובה הטרפז בעזרת משולש $\Delta CKD$ או בעזרת משולש $\Delta BTA$.

$\sin 50 = \frac{BT}{2}$, ‏BT = 1.53 מ'.

סעיף ב': כדי לחשב את אורך AD עלינו לחשב את אורך DK ואת אורך AT.

$\cos 50 = \frac{AT}{2}$, ‏AT = 1.29 מ'.

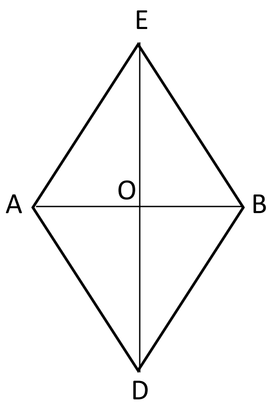
$\tan 42 = \frac{1.53}{KD}$, ‏KD = 1.7 מ'.

אורך AD הוא 5.49 מ'.

סעיף ג': $\sin 42 = \frac{1.53}{CD}$, ‏CD = 2.29 מ'.

ניתן לחשב את אורך CD גם באמצעות משפט פיתגורס, וגם באמצעות פונקציית קוסינוס.

**תרגיל 113 עמוד 176**




נסרטט מעוין ונעביר את אלכסוניו

אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה,

חוצים זה את זה, וחוצים את זוויות המעוין.

סעיף א': נניח $\measuredangle AEO = 28^0$.

$\sin 28 = \frac{AO}{2}$, ‏AO = 0.94 ס"מ, AB = 1.88 ס"מ.

$\cos 28 = \frac{EO}{2}$, ‏EO = 1.77 ס"מ, ED = 3.53 ס"מ.

שטח המעוין: $S_{\text{מעוין}} = \frac{1.88\cdot 3.53}{2} = 3.32$ סמ"ר.

סעיף ב': אם הזווית הקהה היא בת $110^0$, אזי מחצית הזווית

היא בת $55^0$.
נחשב כמו בסעיף א' ונקבל: 3.28 ס"מ ו – 2.29 ס"מ.
סעיף ג': נחשב את שטח המעוין:
$S_{\text{מעוין}} = \frac{3.28 \cdot 2.29}{2} = 3.76$ סמ"ר. התליון השני יקר יותר.

**תרגיל 114 עמוד 176**

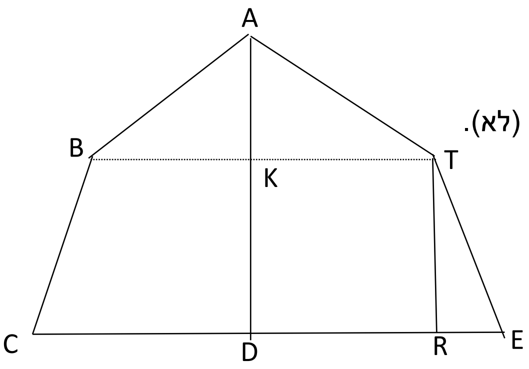
תרגיל דומה לתרגיל 113.
סעיף א': מחצית הזווית החדה היא בת $31^0$.
$\sin 31 = \frac{DE}{30}$ , DE = 15.45, BD = 30.9. $\cos 31 = \frac{AE}{30}$, 25.715 ס"מ = AE, 51.43 ס"מ = AC.
סעיף ב': שטח הבד הוא למעשה שטח המעוין: $S = \frac{51.43 \cdot 30.9}{2} = 794.59$ סמ"ר.
סעיף ג': אם גודל הזווית הקהה הוא בת $118^0$, אזי הזווית החדה היא בת $62^0$, בדיוק כמו העפיפון של שירה, לפיכך כל הגדלים זהים לעפיפון של שירה. שטח הבד של נועה זהה לזה של שירה.
(3) אורך המסגרת הצבעונית הוא 120 ס"מ.

סעיף ד': ניתן לבנות עפיפון בצורת ריבוע שאורך צלעו 30 ס"מ.
אורכי האלכסונים: $\sin 45 = \frac{a}{30}$, 21.21 ס"מ = a, אורך האלכסון 42.42 ס"מ.
אורך האלכסון השני 42.42 ס"מ (בריבוע האלכסונים שווים).
שטח הבד: אם נחשב שטח ריבוע לפי צלעותיו נקבל 900 סמ"ר.
אם נחשב שטח ריבוע על-פי מחצית מכפלת אלכסוניו נקבל: $S = \frac{42.42 \cdot 21.21}{2} = 899.73$ סמ"ר
(בשל "העיגול" אחרי הנקודה העשרונית).

**תרגיל 115 עמוד 177**

סעיף א': $\sphericalangle ATC = 20^0$ כי היא שווה לזווית הנתונה, זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים.
סעיף ב': CT = TM = BC = BM = x נתון + סימון, (187 – x) ס"מ = AC.
סעיף ג': $\tan 20 = \frac{AC}{CT} = \frac{187-x}{x}$.
סעיף ד': 0.36x = 187 – x, 137.1 מ' = x.

**תרגיל 116 עמוד 177**




זווית הצילום מטעה, וישנם תלמידים שיחשבו כי המסגרות הולכות וקטנות (תעתועי ראייה).
בדיון בכיתה נשאל: האם יש לנו משולשים ישרי-זווית בסרטוט? (לא).
מה עלינו לעשות כדי שנוכל לענות על סעיפי השאלה?
עלינו להעביר גבהים.
נסרטט את המסגרת ונוסיף אותיות.
נעביר את הגובה AK שהוא גם תיכון לבסיס.
המשכו מאונך ל – CE וחוצה גם אותו.
נעביר גם את אחד הגבהים (TR) או גם את הגובה של הטרפז היורד מנקודה *B* לבסיס CE.
כדי לחשב את אורך *TE*, עלינו לחשב את אורך RE.
כדי לחשב את אורך RE עלינו לחשב את אורך DR השווה לאורך KT.
$\sin 60 = \frac{KT}{AT} = \frac{KT}{5}$ מ, 4.33 ס"מ = KT, *8.66 מ'* = BT.
משמע 0.92 מ' = RE. $\sphericalangle TER = 70^0$ (בין ישרים מקבילים, זוויות חד צדדיות סכומן $180^0$).
$\cos 70 = \frac{0.92}{TE}$ , 2.69 מ' = TE. היקף המסגרת: 15.38 מ' = 5 + 5 + 2.69 · 2.
סעיף ב': כדי לחשב את שטח הבד עלינו לחשב את גובה המשולש: $\sin 30 = \frac{h}{5}$ , 2.5 מ' = AK,
(בכיתות מתקדמות ניתן לדבר על משולש $30^0$, $60^0$, $90^0$, הניצב מול הזווית בת $30^0$ שווה למחצית היתר).

ואת גובה הטרפז: $\tan 70 = \frac{TR}{0.92}$, TR = 2.53 מ'.

שטח המחומש: $S = \frac{8.66 \cdot 2.5}{2} + \frac{2.53 \cdot (10.5+8.66)}{2} = 35.07$מ"ר.

**תרגיל 117 עמוד 178**

סעיף א': שטח הבד הדרוש לריפוד התחתית הוא מחצית משטח הבד הכולל משמע $54\sqrt{3}$ סמ"ר.

סעיף ב': (1) כל זווית במשולש שווה-צלעות היא בת $60^0$, ולכן ניתן לרשום: $\tan 60 = \frac{h}{0.5x}$, $h = 0.5x\sqrt{3}$.

(2) שטח משולש אחד הוא $\frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{x \cdot 0.5x\sqrt{3}}{2}$, שטח המשושה: $\frac{3x^2\sqrt{3}}{2}$.

סעיף ג': נרשום משוואה: $\frac{3x^2\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}$.

לצורך נוחיות חישוב נחלק תחילה את שני אגפי המשוואה ב - $\sqrt{3}$, $\frac{3x^2}{2} = 54$, $x^2 = 36$, $x = 6$ ס"מ.

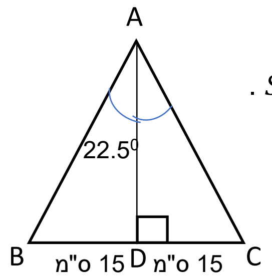
**תרגיל 118 עמוד 178**

סעיף א': 240 ס"מ (30 X 8).

סעיף ב': $45^0$, במעגל $360^0$, מחלקים ב – 8 (כמספר המשולשים).

סעיף ג': כדי למצוא את שטח המתומן, עלינו לחשב את שטח משולש בודד, ולכפול ב – 8.

בכיתות מתקשות נסרטט משולש בודד:




נחשב את אורך הגובה לבסיס AD: $\tan 22.5 = \frac{15}{AD}$

AD = 36.21 ס"מ. $S_{\Delta ABC} = \frac{30 \cdot 36.21}{2} = 543.15$סמ"ר.

שטח המתומן: 4345.2 סמ"ר.

**תרגיל 119 עמוד 179**

בכיתות מתקשות נסרטט את המשולש שווה-השוקיים כאשר הבסיס BC מקביל לקרקע.

סעיף א': נחשב את אורך AB באמצעות פונקציית קוסינוס: $\cos 85 = \frac{5}{AB}$, AB = 57.37 מ'.

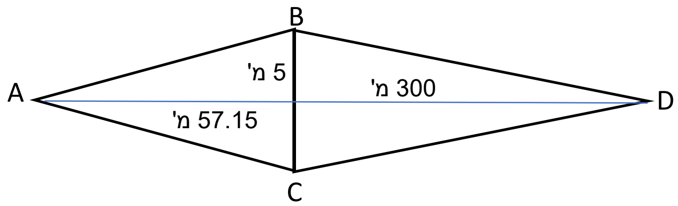
סעיף ב': כדי לחשב את זמן ההגעה של המכונית עלינו לחשב תחילה את המרחק עד למעבר החצייה.

$\tan 85 = \frac{h}{5}$, h = 57.15 מ'. הזמן: 3.81 שניות = 15 : 57.15.

סעיף ג': כעבור 20 שניות המרחק שתעבור המכונית הוא 300 מ'.

בכיתות מתקשות נסרטט (הסרטוט הוא סקיצה בלבד ואינו מדויק):

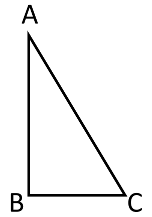
נחשב את הזווית: $\tan\alpha = \frac{300}{5}$, $\alpha = 89.05^0$.



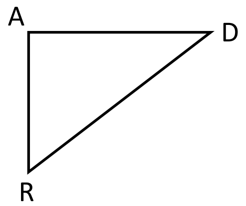
**מאגר משימות מספר 3**

**רמת בסיס**

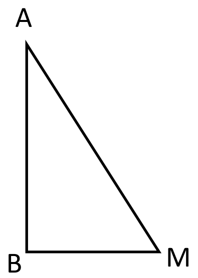
1) נתון משולש ישר-זווית ABC, $\sphericalangle B = 90^0$,
6 ס"מ = BC,  $\sphericalangle ACB = 50^0$.
א. אם נדרש לחשב את אורך AB אשתמש
בפונקציית _________ , חשבו את אורך AB.
ב. אם נדרש לחשב את אורך AC אשתמש
בפונקציית __________ , חשבו את אורך AC.



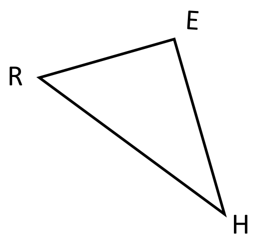

2) נתון משולש ישר-זווית DAR, $\sphericalangle A = 90^0$,
8 ס"מ = RD,  $\sphericalangle ARD = 32^0$.
א. אם נדרש לחשב את אורך AD אשתמש
בפונקציית _________ , חשבו את אורך AD.
ב. אם נדרש לחשב את אורך AR אשתמש
בפונקציית __________ , חשבו את אורך AR.



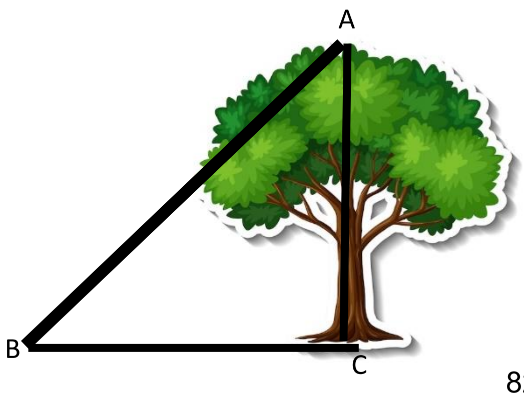

3) נתון משולש ישר-זווית ABC, $\sphericalangle A = 90^0$,
8 ס"מ = BM, 12 ס"מ = AB.
א. אם נדרש לחשב את אורך AM אשתמש
ב - _________ , חשבו את אורך AM.
ב. אם נדרש לחשב את גודל זווית $\sphericalangle AMB$ אשתמש
בפונקציית __________ , חשבו את גודל זווית $\sphericalangle AMB$.
ג. אם נדרש לחשב את גודל זווית $\sphericalangle BAM$ (לאחר סעיף ב')
אשתמש ב - ______________ , חשבו את גודל זווית $\sphericalangle BAM$.

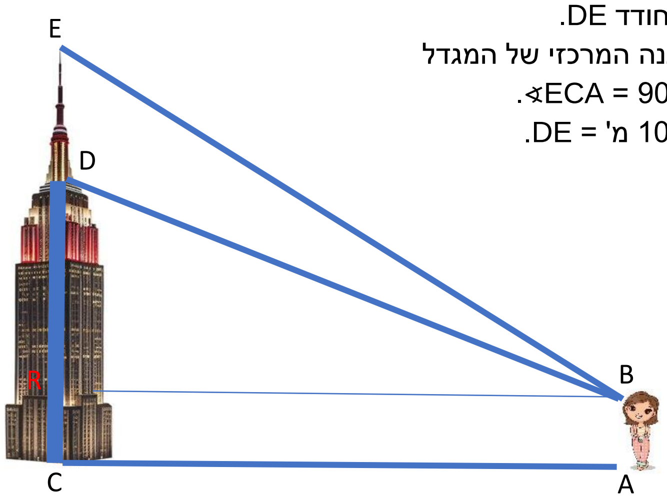



4) נתון משולש ישר-זווית ABC, $\sphericalangle E = 90^0$,
5 ס"מ = RE, 13 ס"מ = RH.
א. אם נדרש לחשב את אורך EH אשתמש
ב - _________ , חשבו את אורך EH.
ב. אם נדרש לחשב את גודל זווית $\sphericalangle ERH$ אשתמש
בפונקציית __________ , חשבו את גודל זווית $\sphericalangle ERH$.
ג. אם נדרש לחשב את גודל זווית $\sphericalangle EHR$ (לאחר סעיף ב')
אשתמש ב - ______________ , חשבו את גודל זווית $\sphericalangle EHR$.

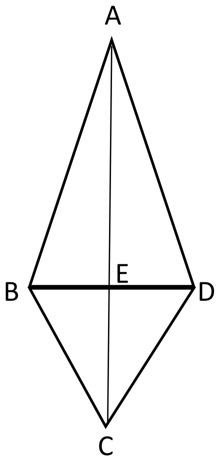



5) יוסי רצה למדוד את גובהו של עץ.
יוסי מתח חבל מצמרת העץ (נקודהA)
לעבר נקודה B. יוסי מדד את הזווית $\sphericalangle EHR$
($48^0$), ואת המרחק BC (12 מ') $\sphericalangle ACB = 90^0$.
חשבו את גובה העץ.





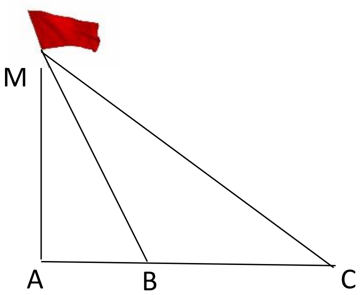

6) מגדל בנוי ממבנה מרכזי CD, וקצה מחודד DE.
ענת עומדת בנקודה A ורואה את המבנה המרכזי של המגדל
בזווית ראייה בת $\measuredangle DBR = 26.57^0$, $\measuredangle ECA = 90^0$.
גובהה של ענת 1.5 מ', BR = 40 מ', DE = 10 מ'.
א. חשבו את המרחק BD.
ב. חשבו את אורך המגדל כולו (CE).
ג. חשבו את גודל זווית $\measuredangle EBR$.
ג. חשבו את אורך BE.




7) יעל בנתה עפיפון בצורת דלתון ABCD.
(AB = AD, BC = DC).
נתון: AE = 2CE, $\measuredangle BDC = 53.13^0$.
(הסרטוט אינו מדויק).
א. מצאו את אורך CE.
ב. מצאו את אורך AE.
ג. מצאו את גודל $\measuredangle CAD$.
ד. חשבו את היקף העפיפון.
ה. חשבו את שטח העפיפון.

תשובות: 1) א. טנגנס 7.15 ס"מ = AB, ב. קוסינוס, 9.33 ס"מ = AC. 2) א. סינוס, 6.13 ס"מ = AD,
ב. קוסינוס, 5.14 ס"מ = AR. 3) א. משפט פיתגורס, 14.42 ס"מ = AM, ב. טנגנס, $\measuredangle AMB = 56.31^0$,
ג. סכום זוויות במשולש $\measuredangle BAM = 33.69^0$. 4) א. משפט פיתגורס, 12 ס"מ = EH, $\measuredangle ERH = 67.38^0$,
ב. סכום זוויות במשולש, $\measuredangle EHR = 22.62^0$. 5) 13.33 מ'. 6) א. 31.11 מ' = BD, ב. 31.5 מ',
ג. $\measuredangle EBR = 36.87^0$, ד. 50 מ'. 7) א. 8 ס"מ, ב. 16 ס"מ, ג. $\measuredangle CAD = 20.56^0$, חישבנו באמצעות
פונקציית טנגנס, ד. באמצעות משפט פיתגורס חישבנו: 10 ס"מ = CD, 17.09 ס"מ = AD, ולכן ההיקף
54.18 ס"מ, ה. 144 סמ"ר, שטח דלתון הוא מחצית מכפלת האלכסונים.

**הרחבה**




1) דגל מתנוסס על ראש תורן (AM) שגובהו 24 מ'.
על מנת להוריד את הדגל העמידו שני סולמות
האחד MB באורך 26 מ' והשני MC באורך 40 מ'.

א. מה המרחק בין שני הסולמות?

ב. מהי הזווית שבין הסולם MC לקרקע? ($\measuredangle MCA$)

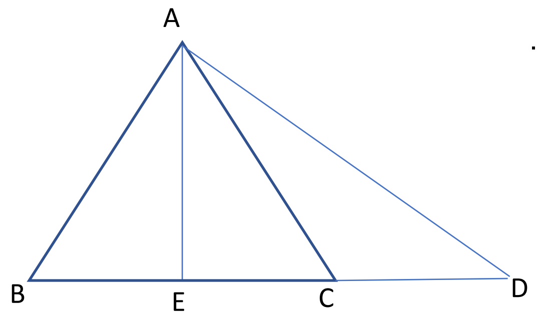
2) לאדם מסוים מגרש בצורת משולש ABC.

האדם חילק את המגרש לשלושת בניו.

הקטעים AE ו – AC מחלקים את הצלע BD לשלושה חלקים שווים.

הקטע AE מאונך לצלע BD ואורכו 80 מ'.

גודל הזווית $\measuredangle ADB$ הוא $33.69^{0}$.




א. חשבו את אורך הצלע BD.

ב. חשבו את אורך הצלע AB.

ג. מהו גודל זווית B?

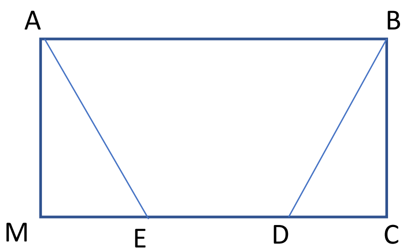
ד. האם כל הבנים קיבלו חלק בגודל שווה? נמקו.

3) בסרטוט שלפניכם חדר בצורת מלבן. שטח החדר 48 מ"ר.

חלק מרצפת החדר עשוי מפרקט שצורתו טרפז שווה-שוקיים

בשטח שנותר מניחים שטיחים שצורתם משולש ישר-זווית והם זהים לחלוטין.

אורך ME הוא 4 מ', וגודל הזווית AEM הוא $56.31^{0}$.

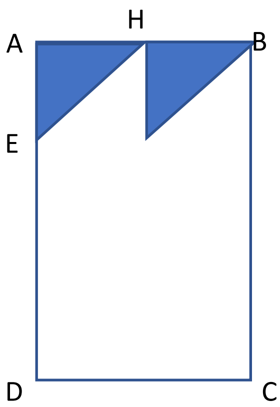



א. חשבו את אורך AM. (6 מ')

ב. חשבו את אורך AB. (8 מ')

ג. מצאו את השטח הדרוש להנחת הפרקט. (24 מ"ר)

ד. איזה אחוז מהחדר הוא בציפוי של שטיח? (50%).




4) בגינה מלבנית שתלו פרחים בשני משולשים ישרי-זווית זהים (ראו סרטוט שאינו מדויק).

בשטח הנותר שתלו דשא. אורך הניצב AE הוא 5 מ',

וגודל הזווית AEH הוא $67.38^{0}$.

א. חשבו את גודל הניצב השני.

שטח הדשא הוא 840 מ"ר.

ב. מצאו את אורך המגרש (AD).

ג. מסביב לכל אחת מערוגות הפרחים בנו גדר. מהו אורך הגדר?

5) לרינה גינה בצורת טרפז שווה-שוקיים ABCD

רינה קנתה חלקה נוספת הצמודה לגינתה MBC.
(ראו סרטוט, הסרטוט אינו מדויק).

הישר ME העובר דרך נקודה B מאונך ל – AD.

הנקודות B ו – C הן אמצע הצלעות ME ו – MD בהתאמה.

$\sphericalangle BAE = 40^0$, $AE = 50$ מ'.

רינה רוצה לשתול פרחים בשטח BAE.

א. מצאו את אורך BE.

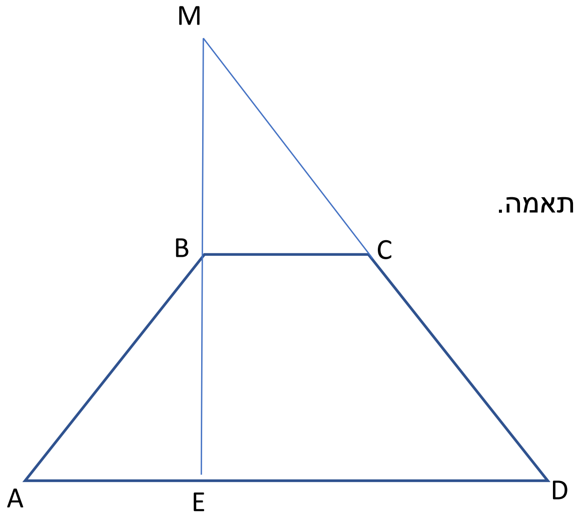
ב. חשבו את שטח חלקת הפרחים.

בשטח MBC רוצה רינה לשתול דשא

ג. מהו השטח עבורו תשתול רינה דשא.

רינה רוצה לגדר את כל החלקה ABMD

ד. מהו אורך הגדר?




תשובות: 1) א. 22 מ', ב. $\sphericalangle MCA = 36.87^0$. 2) א. 180 מ', ב. 100 מ', ג. $\sphericalangle B = 53.13^0$, ד. כן, התיכון לצלע במשולש, מחלק כל משולש לשני משולשים שווי שטח. 3) א. 6 מ', ב. 8 מ', ג. 24 מ"ר, ד. 50%. 4) א. 12 מ', ב. 37.5 מ', ג. 60 מ'. 5) א. 41.95 מ', ב. 1048.75 מ"ר, ג. 1048.75 מ"ר, ד. 387.76 מ'.

**הערכה חלופית**

צאו למגרש המשחקים, או למרכז העיר/היישוב בו אתם גרים.
צלמו מתקן/חפץ/אובייקט המורכב ממשולש ישר-זווית
(בכיתות מתקדמות ניתן לבקש שיש בו שני משולשים ישרי-זווית).
צלמו את האובייקט שבחרתם, חברו לו שאלה עם סעיפים מתאימים
(הוסיפו גדלים כרצונכם) והציגו בפני הכיתה.

**הערכה חלופית**

סרטטו במערכת צירים/תוכנת גיאוגברה, או כל תוכנה אחרת שני משולשים ישרי-זווית דומים.
(הדרך הקלה ביותר שני משולשים המהווים שלשה פיתגורית: 3, 4, 5, או 5, 12, 13...).
חשבו את זוויות המשולשים, והראו כי הם שווים.
חברו שאלות מתאימות והציגו בפני תלמידי הכיתה.