יצחק שלו & אתי עוזרי

מדריך למורה

מתמטיקה לכיתה י"ב

חלק ב'

תוכן העניינים

מבוא

אחת המטרות של מערכת החינוך היא להכשיר את הבוגרים להתמודד עם המורכבות של החברה בה הם חיים. מקצוע המתמטיקה הוא רכיב חיוני בהכשרה זו הן בידע, והן במיומנויות הנדרשים להתמודדות זו.
תכנית זו מיועדת לתלמידים שהצורך שלהם במתמטיקה הוא בעיקרו יישומי. המתמטיקה חיונית גם בחיי היום-יום, וגם במגעים החברתיים והכלכליים בחברה המודרנית.

רציונל

האזרחים בחברה המודרנית מוצפים במידע בעל אופי מורכב, ולכן זקוקים לכלים שישפרו את יכולת האבחנה והשיפוט שלהם באשר לאיכות המידע והפרשנויות הנלוות לו. למתמטיקה תפקיד מרכזי בקליטת המידע, ניתוחו, והסקת מסקנות, ויש צורך בתובנות מתמטיות כדי להתמודד אתו.
תכנית לימודים זו מתבססת על ראייה תפקודית-יישומית, שמטרתה להדגיש את זיקת הלימודים לחיי המעשה. תכנית זו מתמקדת בנושאים מרכזיים ורלוונטיים למציאות חייו ולצרכיו של הלומד כמו כלכלה, פיננסים, תהליכים חברתיים, ותופעות חברתיות ומדעיות, והתמצאות במישור ובמרחב.
מטרה חשובה של התוכנית תהיה להגיע גם אל התלמידים שמתקשים בפרקים פורמאליים מתקדמים במתמטיקה, וליצור אצלם עניין ותחושת רלוונטיות של המתמטיקה.
במסלול זה תוכנית הלימודים שמה דגש מועט יחסית על מתמטיקה פורמאלית (כגון מניפולציות אלגבריות).
התוכנית מבוססת על "מתמטיקה בחיי היומיום" ועל רעיונות הקרובים לגישה של "מתמטיקה בהקשרים מציאותיים" של מכון פרוידנטאל ההולנדי.
מושם דגש על תובנה מספרית, מילולית וגרפית; הבנה ועיבוד מידע; תובנה גיאומטרית; עיסוק באי-וודאות, ותכלול מידע מצומצם של חישובים.

תחומי התוכן המתמטי בהם מתמקדת התכנית

התחום הכמותי: חשבון ואחוזים, חשבון ואלגברה של ביטויים ליניאריים, ריבועיים ומעריכיים, שאלות מילוליות בחשבון ובאלגברה.

התחום הגיאומטרי-צורני: הכרת צורות במישור, גופים במרחב ותכונותיהם, חישובים גיאומטריים וטריגונומטריים במישור ובמרחב, שאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשים ידע גיאומטרי וטריגונומטרי.

השתנות ויחסים: פונקציות, חיוביות ושליליות, עלייה וירידה, קריאת גרפים וסרטוט גרפים, פונקציות ליניאריות, ריבועיות ומעריכיות, ושאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשות ידע עליהן.

אי-ודאות וסטטיסטיקה: הסתברות קלאסית וסטטיסטיקה בסיסית (מדדי מרכז, מדדי פיזור, התפלגות נורמאלית).

מטרות העל של התכנית

לימוד המתמטיקה במסלול זה מיועד להשגת המטרות הבאות:

- ♣ עיצוב תפיסת המתמטיקה כשפה אוניברסאלית שבאמצעותה ניתן לתאר תהליכים כלכליים וחברתיים, כאמצעי לבניית מודלים שמתארים תופעות בתחומי חיים שונים של האזרח.
- ♣ פיתוח חשיבה לוגית, ההכרחית להבנת התופעות החברתיות והכלכליות, הכוללת ביקורתיות, דיוק, ודבקות במטרה.
- ♣ הכרת תפקידה של המתמטיקה בחיי היום-יום, החברה, והכלכלה.
- ♣ רכישת כלים מתמטיים שיעזרו לבוגר מערכת החינוך ללמוד מקצועות נוספים כגון מדעי הסביבה, גיאוגרפיה וכולי.
- ♣ הקניית בסיס אורייני-מתמטי אשר עליו ניתן לבנות הכשרה עתידית, שאיננה מסתמכת על ידע מתמטי פורמאלי.

עקרונות התכנית

<u>גישה אוריינית</u>: טיפוח אוריינות מתמטית, הכוללת דרכי התבטאות בייצוגים חזותיים, כמותיים ומילוליים, ושילוב ביניהם על מנת לפתח יכולות עיבוד מידע, וקבלת החלטות מושכלות.

<u>רלוונטיות</u>: מטרה מרכזית של התוכנית היא להביא למודעות של התלמידים כי לתובנות המתמטיות ערך חשוב עבורם להבנת העולם הסובב אותם, לחיי היומיום, ולצייד אותם בכלים מתאימים להבין עולם זה ולתפקד בו בהבנה וביעילות. יצירת רלוונטיות לתלמידים הופכת את הלמידה לאפקטיבית עבורם ועשויי לסייע ביצירת עניין ובהעלאת המוטיבציה ללמידה אצל התלמיד.

<u>גישה ספיראלית</u>: המושגים והתכנים נבנים בצורה הדרגתית תוך הדגשת ערכם היישומי בהקשרים השונים. הספיראליות באה לידי ביטוי הן באמצעות עיסוק חוזר בנלמד בחטיבת הביניים (אם כי מנקודת מבט שונה), והן באמצעות עיסוק בתכנים חדשים הנלמדים בחטיבה העליונה.
היבט נוסף בספיראליות בא לידי ביטוי בשימוש שנעשה באותם כלים מתמטיים, בהקשרים יישומיים שונים, אשר באים לידי ביטוי באשכולות שונים של התוכנית.

<u>עידוד השיח המתמטי</u>: לשיח המתמטי תרומה חשובה בקידום ההבנה של התכנים המתמטיים הנלמדים, ולכן חשוב לאפשר פעילויות ודרכים לעידו השיח.

<u>גיוון דרכי ההוראה</u>: חשוב לגוון את דרכי ההוראה על מנת לענות על צרכים שונים של הלומדים וכדי להתאים ללומדים שונים.

<u>טכנולוגיה</u>: התכנית משלבת את השימוש בכלים טכנולוגיים כאמצעי בהוראה ובלמידה. שימוש מושכל בכלים ממוחשבים שונים יכול לסייע בהבנה של המושגים והתהליכים המתמטיים הנלמדים, ליצור עניין אצל התלמיד, ולקדם את גיוון שיטות הוראת המתמטיקה.

מבנה התכנית

התוכנית בנויה משלושה אשכולות המייצגים תחומים כלליים בהם למתמטיקה תפקיד מרכזי: האשכול החברתי-מדעי, האשכול הפיננסי- כלכלי, ואשכול של התמצאות במישור ובמרחב.
הצורך לתאם בין השיקולים האורייניים לפיתוח הנושאים המתמטיים מכתיב מבנה דו-ממדי לכל אחד מהאשכולות. הממד האחד הוא של יחידות אורייניות ההולכות ומתפתחות בהדרגה, כשנושאי כל יחידה נבנים על קודמיהם. הממד האחר הוא נושאים ומיומנויות מתמטיים המצטרפים זה לזה בהדרגה ובאופן ספיראלי, כשחלקם מוכרים מחטיבת הביניים וחלקם חדשים.

אשכול מדעים וחברה

באשכול זה נלמדים התכנים המתמטיים בהקשרים של תופעות מתחומי החברה והמדעים.
עיבוד ופירוש מידע המתאר מצב מציאותי בתחומים שונים של מדעי הטבע והחברה. השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים להבנה בסיסית ולעיבוד סטטיסטי של מידע המתפרסם באמצעי התקשורת, הערכת סיכויים של תרחישים שונים, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים באשכול, יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים המסוגלים לקבל החלטות ולהסיק מסקנות מושכלות לגבי תהליכים ותופעות חברתיות.

אשכול פיננסי-כלכלי

התכנים המתמטיים באשכול נבחרו בין היתר, משיקולי הרלוונטיות שלהם לצרכים הכלכליים-פיננסיים של התלמידים כבוגרים בחברה.
השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים לנושאים כלכליים-פיננסיים בהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם כבוגרים בחברה כגון: צרכנות, ניהול חשבונות הבית, ניהול תקציב המשפחה, הבנה בסיסית של נתונים פיננסיים בתקשורת, התנהלות מול בנק, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים וצרכנים נבונים.

<u>אשכול התמצאות במישור ובמרחב</u>

אשכול זה מתמקד באובייקטים של העולם האמיתי. בעיות שנפתרות באשכול זה ממחישות יישומיות רחבה של גיאומטריה בחיי האדם.

השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורות לשימושים גיאומטריים וטריגונומטריים, שבהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם, כגון חישובי היקפים ושטחים, ריצופים, בניית מסלולים, תכניות בנייה, קנה מידה ומפות, וכדומה. מעבר לכך יושם דגש גם בהפעלת שיקולי כדאיות, לחישוב מהירויות ולפיתוח יכולת של אומדן.

ניתן לקרוא ולראות את עקרונות התוכנית גם האתר המפמ"ר: https://mathematics.education.gov.il

מבנה הספר

הספר מחולק לפרקים בהתאם לנושאי הלימוד שלו.

בדרך כלל מחולק כל פרק לתתי-פרקים על פי הנושאים השייכים לאותה יחידת לימוד.

כל פרק כולל הצעה לחלוקה למספר שעות על פי הנחיית מפמ"ר מתמטיקה.

במסגרות מופיעים תזכורות, המלצות, דוגמאות פתורות והסברים, כדי לסייע לתלמידים בפתרון התרגילים.

ההסברים והדוגמאות הפתורות הם חלק ממערך ההוראה ונלמדים בכיתה עם המורה.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמאות באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר למחשב ולעבור על הפתרון ביחד עם התלמידים.

הצגה ויזואלית זו תעזור לתלמידים להבין טוב יותר את המשימה ואת המסקנות ותחסוך זמן הוראה.

יחד עם זאת, תלמיד שנעדר מהשיעור יכול לעבור בעצמו על הדוגמאות הפתורות על מנת ללמוד באופן עצמאי את שנלמד בכיתה.

נדגיש! אם אין אפשרות להקרין על הלוח את הדוגמאות וההסברים, יתמקדו התלמידים בסרטוטים שבספר, והמורה יסביר בעל-פה את הפתרונות או שיעבור עם התלמידים על הפתרונות שבספר.

התשובות למשימות הפתיחה ולכל התרגילים בספר מופיעות בסוף כל יחידה בספר.

בספר יש:

- **יחידה ראשונה** – תכנון ליניארי.
- **יחידה שנייה** – גיאומטריה במרחב.
- **יחידה שלישית** – ראייה מרחבית.

- **נספחים** - בסוף הספר מופיעים מבחני מתכונת הכוללים את כל נושאי הלימוד של כיתה י"ב.

הכוללים את כל הנושאים שנלמדו במהלך השנה.

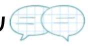
נוסחאון מתמטיקה – 3 יחידות לימוד – לשימוש ליחידות הראשונה והשנייה, ולפתרון מבחני המתכונת, זאת במטרה להרגיל את התלמידים לשימוש בנוסחאון שיקבלו בבחינת הבגרות.

<u>הערה</u>: לאורך הספר שיבצנו ברקודים ((QR), שמציינים את המקור למידע המוצג בו. ביחידות השונות בספר ציינו לגבי חלק מהשאלות את המלצותינו לגבי השימוש בברקוד.

היישומונים הם העשרה והרחבה ואנו משאירים לשיקול דעת המורים, אם לשלב אותם בהוראה בכיתה, או בבית בהתאם לרמת הכיתה ולזמן המוקצב להוראת הנושא.

מקרא

משימת פתיחה בדרך כלל בתחילת לימוד יחידה, במטרה ליצור עניין, צורך ומוטיבציה ללימוד הנושא. משימה זו היא חובה להוראה בכיתה.

שאלה לדיון <u>בכיתה</u> - בקבוצות או בשיח כיתתי, בהדרכת המורה. בשאלות הללו נדרשת הכוונה של המורה באמצעות שאלות מנחות, על מנת לפתור אותן. במידת הצורך הדיון יוביל לדרכי פתרון נוספות. אנו ממליצים לפתור את כל השאלות המסומנות בסימון זה בכיתה.

שאלה/סעיף חשיבה. שאלה/סעיף בדרגת חשיבה גבוהה, לפתרון בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. השאלות או הסעיפים הללו דורשים התייחסות, ותשומת לב מיוחדת, וייתכן והמורה יחליט לא ללמדם בכיתות מסוימות (תלמידים מתקשים, כיתת מב"ר...).

שאלה שבה מופיע קוד QR (יש להוריד לטלפון הנייד אפליקציה לקריאת הקוד), שמקשר ליישומון, סרטון, או מידע נוסף, בדרך כלל לצורך העשרה, המחשה וגיוון ההוראה, כמתבקש מתוכנית הלימודים של משרד החינוך.

<u>מדריך למורה</u>

אנו ממליצים שההסברים הארוכים והדוגמאות הפתורות שבספר יוקרנו על מסך או על הלוח באמצעות ברקו.
המורה ייתן הסבר בעל-פה מבלי לקרוא את כל המלל שבספר. את המלל הארוך נמליץ לתלמידים לקרוא בבית כהכנה לפתרון התרגילים, שניתנו כשיעורי בית, או לתלמיד שנעדר מהשיעור.
בכיתות בהן יש תלמידים מתקדמים אין צורך להראות את כל דרך הפתרון, אלא רק את הכללים או העקרונות עליהם מתבססים בפתרון התרגיל.
בכיתות מתקשות ניתן לדלג על חלק מסעיפי התרגיל במידה והם קשים מדי.
את הסיכומים ו/או ההערות מומלץ לקרוא בכיתה עם התלמידים.
במדריך למורה יש פתרונות למרבית התרגילים, דרכים שונות לפתרון (במידת האפשר) והנחיות לעבודה בכיתות מתקשות, או בכיתות מתקדמות.
לעיתים אנו מציעים במדריך משימות פתיחה שונות, וכן שימת דגש לטעויות נפוצות.
במדריך יש סרטונים ויישומונים, שאינם מופיעים בספר לתלמיד, והם ניתנים כהרחבה לפי שיקול דעת המורה בהתאם לרמת כיתתו.
בסוף כל יחידה יש **מאגר שאלות** המסכם את החומר הנלמד.
המאגר הרגיל מיועד לתלמידים הרגילים והמתקשים (אתגר, מב"ר חינוך מיוחד).
תרגילים אלו מיועדים לבניית מבדקים/מבחנים למורה או כתרגול נוסף לתלמידים, ולא לתרגול שוטף.

באתרינו, בקטגוריה החטיבה העליונה – כיתה י"א תוכנית חדשה תופיע תוכנית לארגון ההוראה בשתי רמות (לתלמידי 3 יחידות לימוד הרגילים, ולתלמידי 3 יחידות לימוד מתקשים יותר) הכוללת המלצות לגבי תרגול בכיתה ותרגילי בית.
התוכנית לארגון ההוראה מצורפת גם למדריך למורה כקובץ נפרד.

<u>אתרים</u>

מאגרי תרגילים (בכמה רמות) לצורך הרכבת מבדקים, מבחנים ודפי עבודה יופיעו באתרנו:
http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "פינת המורה". הכניסה ל"פינת המורה" מותנית בשימוש בסיסמה, הניתנת למורה, כדי למנוע כניסת תלמידים למאגר שאלות זה.
(מאגרי התרגילים יופיעו לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר).

אנו ממליצים להיכנס לאתרים הבאים לצורך הורדת חומרי לימוד נוספים, שיסייעו לכם במהלך ההוראה בכיתה:

√ אתר מפמ"ר מתמטיקה במשרד החינוך.
√ אתר לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים במשרד החינוך.
√ אתר מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי.
√ אוניברסיטת קאהן: www.hebrewkhan.org.

המדריך למורה יופיע **(לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר)** באתרנו: http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "חטיבה עליונה"

מצורף קישור לאתר מפמ"ר – למסמך תכנית הלימודים החדשה של י"א 3 יח"ל, אשכול מדעים וחברה – בקובץ זה ניתן לקרוא את ההדגשים שניתנים בתכנית החדשה, ואת הדוגמאות המוצעות בכל פרק.

שימו לב ! אין לכתוב ולסרטט בתוך ספר הלימוד, אלא רק במחברת

יחידה ראשונה
תכנון ליניארי

ביחידה זו נלמד על ענף במתמטיקה שימושית שפותח בשנות הארבעים של המאה ה – 20.
מטרת ענף זה היא למצוא את הפתרון האופטימלי לביות מורכבות בתחומים שונים.
ביחידה זו יושם דגש על ההיבט הכלכלי, נלמד לזהות משתנים רלוונטיים בסיפור האורייני כלכלי/פיננסי, לתרגם את מערכת האילוצים למערכת של אי-שוויונות, להציג את המערכת בדרך גרפית, ולהשתמש בהצגה הגרפית והאלגברית על מנת למצוא פתרון אופטימלי לבעיה.
ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:
קריאה וסימון של נקודות במערכת צירים.
משוואת ישר – משמעות המקדמים, סרטוט במערכת צירים.
מציאת נקודת חיתוך של שני ישרים כפתרון מערכת משוואות ליניאריות.
משימת פתיחה עמוד 2
מגבלות חקלאי בתכנון כמות וסוג הגידולים שלו.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר ניצב לציר

בפרק זה נתמקד בזיהוי ובסימון פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי, כאשר הישר ניצב לציר, כלומר זיהוי וסימון התחום, שעבורו מתקיים אי-השוויון במשתנה אחד.
הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד זיהוי הפתרון הגרפי.
√ התלמיד ילמד סימון הפתרון הגרפי.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

א. <u>זיהוי הפתרון הגרפי</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – זיהוי הפתרון הגרפי,</u> עמודים 3 - 5

תזכורת: אי-שוויון ריבועי מורכב משני אגפים של ביטויים אלגבריים, שביניהם מופיע אחד הסימנים:
$<$, $>$, $\neq$, $\geq$, $\leq$.

דוגמה: ילדים ומבוגרים הולכים למוזיאון, כאשר קיימת מגבלה.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
תרגיל 1 עמוד 5
סעיף א': נקודה A מתארת תמונה אחת וכתבה אחת, נקודה B מתארת 3 תמונות ו – 4 כתבות, נקודה C מתארת 5 תמונות ו – 4 כתבות, נקודה D מתארת 5 תמונות ו – 0 כתבות, ונקודה E מתארת 6 תמונות ו – 2 כתבות.
סעיף ב' (1) לכל היותר, משמע מקסימום 5 תמונות, ולכן נקודה E אינה נמצאת בעלון.
(2) הנקודות המסומנות בהתאם למגבלה נמצאות על הישר $x = 5$, או משמאלו (עד ציר ה – y).
סעיף ג': התחום המסומן הוא תחום (2).

תרגיל 2 עמוד 6
סעיף א': נקודה A מתארת מצב בו יש על המדף 10 קרטונים של חלב 3% ו – 0 קרטונים של חלב 1%, נקודה B מתארת מצב בו יש קרטון אחד של חלב 1%, ו – 14 קרטונים של חלב 3%, נקודה C מתארת מצב בו יש 5 קרטונים של חלב 1%, ו – 12 קרטונים של חלב 3%, נקודה D מתארת מצב בו יש 2 קרטונים של חלב 1%, ו – 7 קרטונים של חלב 3%, נקודה E מתארת מצב בו יש 7 קרטונים של חלב 1%, ו – 10 קרטונים של חלב 3%.

סעיף ב': (1) כל הנקודות למעט נקודה D.
(2) משוואה II מתארת את הישר הנתון.
(3) הנקודות המתאימות לישר הנתון נמצאות עליו או מעליו ברביע הראשון.
סעיף ג': התחום המתאים הוא תחום (1).

תרגיל 3 עמוד 7

סעיף א': נקודה A מתארת מצב בו יש על הכביש 7 משאיות ו – 10 מכוניות פרטיות, נקודה B מתארת מצב בו יש 5 משאיות, ו – 8 מכוניות פרטיות, נקודה C מתארת מצב בו יש 9 משאיות, ו – 6 מכוניות פרטיות.
סעיף ב': נקודה B יכולה להתאים למגבלה הנתונה.
סעיף ג': (1) המשוואה המתאימה היא משוואה I.
(2) הנקודות המתאימות נמצאות על הישר $x = 7$ או משמאלו ברביע הראשון.
סעיף ד': התחום המתאים הוא תחום (2).
סעיף ה': התחום המתאים הוא תחום (1).

ב. <u>סימון הפתרון הגרפי</u>

<u>דוגמה פתורה – סימון הפתרון הגרפי,</u> עמודים 8 - 10

בדוגמה הפתורה אנו לומדים כיצד לסרטט את הפתרון הגרפי בהתאם לנתוני השאלה.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
נדגיש בכיתה את הסיכום שבסוף הדוגמה הפתורה.

תרגיל 4 עמוד 11

כאשר התחום מוגבל באמצעות קו ישר המקביל לציר ה – x (או מאונך לציר ה – y) אנו מדברים על מגבלה של שיעור ה – y (סעיפים א' ו – ד'), כאשר התחום מוגבל באמצעות קו ישר המקביל לציר ה – y (או מאונך לציר ה – x) אנו מדברים על מגבלה של שיעור ה – x (סעיפים ב' ו – ד').
"מעל" משמע לכל הפחות, "מתחת" משמע לכל היותר, מימין משמע לכל הפחות, משמאל משמע לכל היותר.
(1) סעיף א': $y = 3$, סעיף ב': $x = 2$, סעיף ג': $x = 1$, סעיף ד': $y = 4$.
(2) סעיף א': $y \leq 3$, סעיף ב': $x \geq 2$, סעיף ג': $x \leq 1$, סעיף ד': $y \geq 4$.

תרגיל 5 עמוד 11

סעיף א': משוואת הישר היא $x = 4$.
סעיף ב': אינסוף אפשרויות, למשל (5, 3), (0, 2), (4 -, 1 -).
הדגשנו את האפשרות גם לשיעורים שליליים).
סעיף ג': (ראו דפי תשובות)
סעיף ד': $x \leq 4$.

תרגיל 6 עמוד 11

סעיף א': משוואת הישר היא $y = 3$.
סעיף ב': אינסוף אפשרויות, למשל (5, 4), (6, 0), (8, 2 -).
סעיף ג': ראו דפי תשובות.
סעיף ד': אי-השוויון המתאים הוא $y \geq 3$.

תרגיל 7 עמוד 12

סעיף א': אינסוף אפשרויות, למשל (8, 5), (0, 5), (2 - , 5).
סעיף ב': $x = 5$.
סעיף ג': שימו לב מגבילים את התחום למספרים הגדולים מ – 5, ולכן הישר $x = 5$ יהיה קו מקווקו, ולא קו רציף. ראו דפי תשובות.
סעיף ד': אי-השוויון הוא $x > 5$.

תרגיל 8 עמוד 12

סעיף א': הישר הוא $y = 6$.

סעיף ב': ראו דפי תשובות, התחום קטן מ -... ולכן החלק הצבוע הוא מתחת לישר $y = 6$, שהוא קו מקווקו.
סעיף ג': $y < 6$.

תרגיל 9 עמוד 12
6 מערכות צירים עם ישר מסומן (מקווקו או רציף), התלמידים נדרשים לסמן את התחום הדרוש לפי הייצוג האלגברי הנתון.
ראו דפי תשובות.

תרגיל 10 עמוד 12
תרגיל ברמה גבוהה יותר מתרגיל 9, התלמידים נדרשים לסרטט גם את הישר הנתון, וגם את התחום הנדרש.
בנוסף, התלמידים צריכים לבחור נקודה בתחום המבוקש, ולרשום את שיעוריה.

תרגיל 11 עמוד 13
התלמידים נדרשים לבודד את המשתנה (x או y). שימו לב לסעיף ד'. חילוק ב – (1 -), משנה את כיוון אי-השוויון. $-y \le 2$, משמע $y \ge -2$.
לאחר בידוד המשתנה, התלמידים נדרשים לסרטט את התחום הנדרש. ראו דפי תשובות.

תרגיל 12 עמוד 13
סעיף א': (1) יותר מ – 40 פיצות אישיות משמע, $x \ge 40$.
(2) התחום המתאים הוא ימינה מהישר $x = 40$ (קו רציף) ברביע הראשון.
סעיף ב': (1) לא יותר מ – 60 פיצות משפחתיות משמע, $y \le 60$.
(2) התחום המתאים הוא מתחת לישר $y = 60$ (קו רציף) ברביע הראשון.

תרגיל 13 עמוד 13
סעיף א': (1) אי-השוויון המתאים הוא $x \le 20$.
(2) התחום המתאים הוא שמאלה מהישר $x = 20$ (קו רציף) ברביע הראשון.
סעיף ב': (1) אי-השוויון המתאים הוא $y \le 15$.
(2) התחום המתאים הוא מתחת לישר $y = 15$ (קו רציף) ברביע הראשון.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר משופע

בפרק זה נלמד לזהות ולסמן תחומים של אי-שוויון כאשר הישר אינו מאונך לאחד הצירים.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד זיהוי וסימון הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט.
√ התלמיד ילמד לסרטט את הישר המשופע, וסימון הפתרון הגרפי.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **2 שעות.**

א. זיהוי וסימון הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט

הסבר ודוגמה פתורה – סימון הפתרון הגרפי, עמודים 14 - 18
ניזכר במשוואת ישר, וסרטוט ישר במערכת צירים.
בדוגמה הפתורה אנו מציגים מערכת אילוצים, שבה רק הנקודות הנמצאות על הישר מקיימות את תנאי השאלה, כאשר מדברים על שוויון, ואילו נקודות מקיימות את תנאי השאלה, כאשר מדובר באי-שוויון (מעל או מתחת לישר).
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
נעבור עם התלמידים על ההערות שבסוף הדוגמה לחידוד וסיכום הנושא.
שתי דרכים למציאת "התחום הנדרש". בכיתות מתקשות עדיף להשתמש בדרך א': הצבת נקודה באי-השוויון.
בכיתות מתקדמות ניתן להשתמש בדרך ב': בעזרת סימן אי-השוויון.

תרגיל 14 עמוד 18

סעיף א': הנקודה (0, 0) נמצאת רק בתחום (1).

סעיף ב': ניתן להיעזר בטבלת ערכים. נבחר שיעור כלשהו עבור x או עבור y, נציב באי-השוויון ונפתור.

(1) למשל הנקודה (3, 0) (כל שני מספרים שסכומם קטן או שווה ל – 5)

(2) למשל הנקודה (7, 1). נבחר שיעור כלשהו ל – x, ונכפול ב – 3. שיעור ה – y צריך להיות שסכום המכפלה יחד עם שיעור ה – y יהיה גדול או שווה ל – 8.

(3) למשל הנקודה (1 -, 1) בכיתות מתקשות נשאל: האם כדאי לבחור שיעור x או שיעור y? נניח שבחרנו שיעור y, נבחר מספר חיובי? מספר שלילי?

תרגיל 15 עמוד 18

דומה לתרגיל 14.

סעיף א': הצבה ובדיקה.

סעיף ב': בכיתות מתקשות ניתן להביא כל אי-שוויון לצורה המפורשת שלו:

(1) y ≤ - 3x + 9, (2) y ≥ - 1.5x + 15, (3) $y \geq \frac{2}{3}x + 4$.

ניתן לראות כי אי-שוויון (3) מתאים לגרף III (שיפוע חיובי), אי-שוויון (1) מתאים לגרף II (חותך את ציר ה – y בנקודה (9, 0)), ואי-שוויון (2) מתאים לגרף I.

דרך נוספת: להציב x = 0 בכל אחד מהאי-שוויונות, למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה – y, ולהתאים.

תרגיל 16 עמוד 19

סעיף א': שני האי-שוויונות שונים זה מזה רק בסימן אי-השוויון (≥ או ≤), נציב את הנקודה (0, 0) ונראה כי סרטוט I מתאים לאי-שוויון (2) וסרטוט II מתאים לאי-שוויון (1).

הערה: את הנקודה (0, 0) כדאי להציב אם היא שייכת רק לאחד התחומים בשל נוחיות החישוב.

בכיתות מתקשות הדגישו: תמיד נוח להציב נקודה בה אחד השיעורים הוא 0.

סעיף ב': בדומה לסעיף א': סרטוט I מתאים לאי-שוויון (2) וסרטוט II מתאים לאי-שוויון (1).

תרגיל 17 עמוד 19

יש לנו 2 אי-שוויונות בהם שיפוע הישר חיובי (ג ו – ה), והסרטוטים המתאימים להם הם (3) ו – (6).

נציב את הנקודה (0, 0) ונראה כי אי-שוויון ג' מתאים לסרטוט (6), ואי-שוויון ה' מתאים לסרטוט (3).

יש שני סרטוטים בהם הנקודה (0, 0) שייכת לתחום (1 ו – 4) והם מתאימים לאי-השוויונות א' ו – ב'.

נציב את הנקודה (5, 0) או את הנקודה (0, 5), ונראה כי סרטוט (1) מתאים לאי-שוויון ב', וסרטוט (4) מתאים לאי-שוויון א'. בדרך דומה נתאים את סרטוט (2) לאי-שוויון ד', ואת סרטוט (5) לאי-שוויון ו'.

תרגיל 18 עמוד 20

סימון תחום של אי-שוויונות במחברת. ראו דפי תשובות.

בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים לסמן את נקודות החיתוך עם הצירים, לחברן בקו.

נציב את הנקודה (0, 0) באי-השוויון, ונדע האם היא שייכת לתחום או לא, בהתאם לכך נסמן את התחום.

ב. <u>סרטוט הישר המשופע, וסימון הפתרון הגרפי</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – סרטוט ישר משופע</u>, עמודים 20, 21

סרטוט ישר באמצעות טבלת ערכים.

ניתן להשלים טבלת ערכים בצורה אנכית, כך יוכל התלמיד המתקשה לזהות בקלות את הזוג הסדור.

נסרטט את הישר y + 2x = 6:

הצבה וחישוב	y	x
y + 0 = 6, y = 6	6	0
2x = 6, x = 3	0	3
y + 2 · 1 = 6, y = 4	4	1

תרגיל 19 עמוד 21

סעיף א': סרטוט הישר y = x + 2.

סעיף ב': (1) סימון 5 נקודות באותה מערכת צירים.
(2) בדיקה אילו מהנקודות מקיימות את אי-השוויון ואילו נקודות לא.
סעיף ג': בהתאם לסעיף ב (2) נוכל לסמן את התחום המתאים לאי-השוויון.

תרגיל 20 עמוד 21

דומה לתרגיל 19.
סעיף א': סרטוט הישר $y = - x + 3$.
סעיף ב': (1) סימון נקודה אחת באותה מערכת צירים.
(2) בדיקה האם הנקודה מקיימות את אי-השוויון או לא.
סעיף ג': בהתאם לסעיף ב (2) נוכל לסמן את התחום המתאים לאי-השוויון.

תרגיל 21 עמוד 21

דומה לתרגילים הקודמים, אין תתי-סעיפים. התלמידים נדרשים לסרטט את הישר הנתון, לבחור נקודה המקיימת או אינה מקיימת את אי-השוויון, וסימון התחום המתאים.
ראו דפי תשובות.

תרגיל 22 עמוד 22

תרגיל מחיי היומיום.
סעיף א': למשל הנקודה (0, 12) שמשמעותה נמכרו 12 זוגות אופני ילדים ו – 0 אופני מבוגרים, או הנקודה (11, 1) שמשמעותה נמכרו 11 זוגות אופני מבוגרים ורק זוג אופני ילדים אחד.
סעיף ב': אם החנות תמכור 4 זוגות של אופני ילדים ו – 9 זוגות אופני מבוגרים, משמע החנות תרוויח (ימכרו 13 זוגות אופניים). הנקודה (9, 4) ממוקמת מעל הישר המסורטט.
סעיף ג': כל נקודה הממוקמת מעל לישר למשל (13, 2).
בכיתות מתקדמות ניתן לומר: כל נקודה שהיא זוג סדור ששיעוריה חיוביים ושלמים, וסכום השיעורים שלה גדול מ – 12 תתאים לסעיף זה.
סעיף ד': אי-השוויון המתאים הוא (1).

תרגיל 23 עמוד 22

סעיף א': (0, 10) תמר מכינה 10 נרות גדולים ו – 0 נרות קטנים.
אפשרות נוספת: (15, 0) תמר מכינה 15 נרות קטנים ו – 0 נרות גדולים.
סעיף ב': הנקודה (10, 2) מתאימה למגבלה. משמעות הנקודה: תמר מייצרת 2 נרות גדולים ו – 10 נרות קטנים. נציב: $2 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 26$, וזה קטן מ – 30.
סעיף ג': אי-השוויון המתאים הוא (2).
סעיף ד': סימון התחום המתאים: התחום שמתחת לישר המסורטט ברביע הראשון.

מערכת אי-שוויונות ליניאריים והתחום המתאים לה

בפרק זה נתמקד בסרטוט התחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים, וברישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים

√ התלמיד ילמד רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

א. <u>סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – סרטוט תחום אפשרי</u>, עמודים 23 - 27

מגדירים מהי מערכת של אי-שוויונות ליניאריים, ומהו פתרון מערכת של אי-שוויונות ליניאריים.

בהמשך, אנו מלמדים כיצד מסרטטים את התחום המבוקש בשתי דרכים. האחת סרטוט התחום של כל אחד מאי-השוויונות, ומציאת התחום המשותף (דרך פחות נוחה), והשנייה סרטוט התחום שאינו שייך לתחום המבוקש של כל אחד מאי-השוויונות, השטח הלבן שלא סומן הוא התחום המבוקש.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

נעבור עם התלמידים על ההערות והסיכום שבסוף הדוגמה לחידוד וסיכום הנושא.

תרגיל 24 עמוד 27

נתונים 6 אי-שוויונות, התלמידים נדרשים לסרטט את התחום התאים של כל אי-שוויון, ואת התחום של המערכת כולה.

בסעיפים א' ו – ב' המערכת בנויה מאי-שוויונות בהם הישרים מאונכים לצירים (דרגת קושי קלה).

סעיפים ג' – ו' מורכבים מישרים, שאינם בהכרח מקבילים לצירים. ראו דפי תשובות.

תרגיל 25 עמוד 28

נתונים שני ישרים, האחד ששיפועו חיובי, והשני ששיפועו שלילי.

סעיף א': הישר $y = x + 2$, מתאים לישר (2) והישר $y = - x + 4$ מתאים לישר (1).

סעיף ב': העתיקו למחברתכם את מערכת הצירים הנתונה, וסמנו את התחום "שאינו" שייך לאי-השוויון בעזרת בדיקה של נקודה הנמצאת מעל או מתחת לישר. ראו דפי תשובות.

תרגיל 26 עמוד 28

אם נביא את הישר $x + 2y = 4$ – לצורתו המפורשת נקבל: $y = 0.5x + 2$.

אנו רואים שני ישרים מקבילים (לשניהם אותו שיפוע) הנבדלים זה מזה בשיעור ה – b שלהם.

סעיף א': הישר $y = 0.5x – 6$ מתאים לישר (2) והישר $y = 0.5x + 2$ מתאים לישר (1).

סעיף ב': סימון התחום הנדרש (כמו בתרגיל הקודם).

תרגיל 27 עמוד 28

סעיף א': הישר $x = 0$ הוא למעשה ציר ה – y, והתחום המתאים לאי-השוויון הוא החלק שמימין לציר ה – y, ולכן נצבע את החלק שמשמאלו.

סעיף ב': הישר $y = 0$ הוא למעשה ציר ה – x, והתחום המתאים לאי-השוויון הוא החלק שמעל ציר ה – x, ולכן נצבע את החלק שמתחתיו.

סעיף ג': (1) כדי לסרטט את הישר $x + 2y = 4$, נביא אותו לצורה המפורשת (לא פעולה הכרחית): $y = - 0.5x + 2$, נבנה טבלת ערכים ונסרטט את הישר.

(2) התחום המתאים לאי-השוויון הוא התחום שמשאל לישר (מתחתיו), ולכן נצבע את החלק שמימין לישר (מעליו).

תרגיל 28 עמוד 28

סעיף א': הישר $x = 3$ הוא ישר המקביל לציר ה – y, בנקודה שבה $x = 3$, והתחום המתאים לאי-השוויון הוא החלק שמימין לישר, ולכן נצבע את החלק שמשמאלו.

סעיף ב': הישר $y = 2$ הוא למעשה ישר המקביל לציר ה – x, בנקודה שבה $y = 2$, והתחום המתאים לאי-השוויון הוא החלק שמעל הישר, ולכן נצבע את החלק שמתחתיו.

סעיף ג': (1) כדי לסרטט ניתן להשתמש בנקודות החיתוך עם הצירים (0, 7) ו – (7, 0).

(2) התחום המתאים לאי-השוויון הוא התחום שמשאל לישר (מתחתיו), ולכן נצבע את החלק שמימין לישר (מעליו).

סעיף ד': החלק הלבן שהתקבל הוא התחום המבוקש. ראו דפי תשובות.

תרגיל 29 עמוד 29

מציאת תחום של מערכת אי-שוויונות נתונה. ראו דפי תשובות.

תרגיל 30 עמוד 29

סעיף א': הנקודה (2, 0) מקיימת את האי-שוויון הראשון והשלישי, ואינה מקיימת את אי-השוויון השני.

סעיף ב': מציאת התחום האפשרי של מערכת האי-שוויונות.

סעיף ג': כבר בסעיף א' ראינו כי הנקודה אינה מקיימת את אי-השוויון $y + 2x \geq 4$, וכן אינה נמצאת בתחום.

סעיף ד': בחירת נקודה כלשהי השייכת לתחום, למשל (3, 1), (2, 1)....

תרגיל 31 עמוד 29

מערכת אילוצים של מערכת אי-שוויונות מחיי היומיום.

בכיתות מתקדמות ניתן לכוון כבר בשלב זה.

מה המשמעות שבשעה מסוימת שילמו לכל היותר 30 אנשים? האם ייתכן כי 30 אנשים שילמו בקופה המהירה? כיצד נרשום אי-שוויון זה? ($x \geq 0$). האם ייתכן כי 40 אנשים שילמו בקופה הרגילה? (לא) כיצד נרשום אי-שוויון זה? ($y \geq 0$).

סעיף א': סרטוט מערכת האי-שוויונות, ומציאת התחום האפשרי.

סעיף ב': (1) למשל הנקודה (10, 12), (15, 10).. (כל זוג סדור בו שני השיעורים שלמים וחיוביים וסכומם קטן מ – 30).

(2) למשל הנקודה (3.5, 10), (12, 4.3).. כל מפר שאינו שלם ונמצא בתחום.

סעיף ג': מציאת נקודה הנמצאת על אחד הקטעים התוחמים, משמע נקודה הנמצאת על אחד הישרים. כדאי למצוא נקודה הנמצאת על הישר $x + y = 30$, כי היא תקיים בוודאות גם את שני האי-שוויונות האחרים. למשל הנקודה (15, 15) משמעותה: באותה שעה שילמו בכל אחת מהקופות 15 אנשים.

סעיף ד': כל הנקודות הנמצאות על הישר $x + y = 30$, ברביע הראשון.

תרגיל 32 עמוד 30

שאלה נוספת מחיי היומיום.

מערכת האילוצים נתונה, ניתן לשוחח בכיתה על המשמעות של כל אי-שוויון.

$x \geq 0$ – מספר התרגילים הקצרים שנפתור, $y \geq 0$ – מספר התרגילים הארוכים שנפתור, $x + y \geq 10$, התלמידים נדרשים לפתור לפחות 10 תרגילים, $2x + 5y \leq 50$ – מספר התרגילים שהדס יכולה לפתור במשך שיעור אחד.

סעיף א': סרטוט מערכת אי-השוויונות, ומציאת התחום האפשרי.

סעיף ב' (1) הנקודה (6, 10) מקיימת את כל אחד מהתנאים, ולכן הדס מקבלת בונוס.

(2) הנקודה נמצאת בתחום האפשרי על הקו המייצג את הישר $2x + 5y = 50$.

לתרגיל זה מצורף יישומון שניתן להיעזר בו לפתרון השאלה.

השימוש ביישומון נתון לשיקול דעת המורה.

ב. רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון

<u>הסבר ודוגמה פתורה – התאמת ישר למשוואתו, ורישום מערכת אי-שוויונות</u>, עמודים 30 - 32

דוגמאות כיצד רושמים אי-שוויון כאשר התונה משוואת הישר ותחום מסומן)מעל או מתחת לישר).

בדוגמה הפתורה אנו חוזרים על חומר שנלמד בעבר, כיצד מתאימים ישר לייצוגו האלגברי.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 33 עמוד 33

סעיף א': האילוץ הראשון הוא $x \leq 4$ (מימין לישר), האילוץ השני הוא $y \geq 2$ (מעל הישר).

סעיף ב': האילוץ הראשון הוא $y \geq 1$, האילוץ השני הוא $y \geq - x + 4$ (ניתן להציב את הנקודה (0, 0) ולבדוק, האילוץ השלישי הוא $x \geq 0$.

סעיף ג': האילוץ הראשון הוא $y \leq - x + 6$, האילוץ השני $y \geq - 3x + 9$, האילוץ השלישי $y \geq 0$.

סעיף ד': האילוץ הראשון $y \geq x$, האילוץ השני: $y \geq - 2x + 9$, האילוץ השלישי: $y \leq - x + 8$

תרגיל 34 עמוד 34

דרגת קושי מעט גבוהה יותר מהתרגיל הקודם.

סעיף א': הישר x = 0 הוא ישר (2) (ציר ה – y), ואי-השוויון הוא x ≥ 0. הישר y = 0 הוא ישר (3) (ציר ה – x), ואי-השוויון הוא y ≥ 0. הישר y = - x + 7 הוא ישר (1), ואי-השוויון הוא y ≤ - x + 7.

סעיף ב': הישר y = - 2x + 6 הוא ישר (1) (ראו נקודת החיתוך עם ציר ה – y) ואי-השוויון הוא y ≤ - 2x + 6. הישר y = 2 הוא ישר (3) ואי-השוויון הוא y ≤ 2, הישר y = x – 3 הוא ישר (2) ואי- השוויון הוא y ≥ x – 3.

סעיף ג': נסדר את משוואות הישרים לצורה המפורשת: y = - 0.5x + 6 (ישר 3), y = - x + 6 (ישר 1). מדוע? שני הישרים חותכים את ציר ה – y באותה נקודה אך השיפועים שונים (תלול/מתון, או לחשב את נקודת החיתוך עם ציר ה – x). y = - 2x + 10 (ישר 2).

אי-שוויונות: y ≥ - x + 6, y ≤ - 0.5x + 6, y ≤ - 2x + 10.

מערכת אילוצים ופונקציית מטרה

בפרק זה נגדיר מהי מערכת אילוצים, ומהי פונקציית המטרה, שבאמצעותם ניתן למצוא פתרון לבעיות בחיי היומיום.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **3 שעות.**

<u>דוגמה פתורה – בניית מערכת אילוצים ופונקציית מטרה על פי תיאור מילולי</u>, עמודים 35, 36

הגדרה: מהו אילוץ, מהי מערכת אילוצים, התחום האפשרי, ופונקציית המטרה.

דוגמה מחיי היומיום – מערכת אילוצים של מפעל לייצור שוקולד.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 35 עמוד 37

סעיף א': כן, לכל היותר 30 שיחות.

סעיף ב': כן בדיוק 30 שיחות. לכל היותר משמע 30 שיחות או פחות.

סעיף ג': לא חורג מהתחום.

תרגיל 36 עמוד 37

סעיף א': כיוון שמדובר על פריטים שמוכרים אין משמעות לערכים שליליים. לפחות משמע 30 פריטים או יותר, ולכן מערכת האילוצים היא $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 30 \end{cases}$.

סעיף ב': כיוון שמדובר על פריטים שמוכרים אין משמעות לערכים שליליים. לכל היותר, משמע 100 פריטים או פחות, ולכן מערכת האילוצים היא $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 100 \end{cases}$.

תרגיל 37 עמוד 37

סעיף א': נבקש מהתלמידים להתבונן בשתי המערכות של האי-שוויונות, ולקבוע: מה הדומה ומה השונה. ההבדל נעוץ באי-השוויון האחרון. האם הוא x ≤ 4 או x ≥ 4. התשובה: x ≤ 4 משום שנאמר לנו כי ההגבלה היא 4 כוסות לכל היותר שמשמעותה 4 כוסות או פחות.

סעיף ב': התשובה חייבת להיות במספרים שלמים, למשל 3 כוסות של לימונדה וכוס אחת של מים, או 2 כוסות מים ושתי כוסות של לימונדה...

תרגיל 38 עמוד 37

סעיף א': התלמידים נדרשים לבחור את מערכת האילוצים המתאימה לתוכן השאלה.

"לפחות" משמע 10 או יותר, ולכן אנו פוסלים את אפשרות (1) ו – (2) (בהן אין שוויון), כמו כן אנו פוסלים את אפשרות (4) שמשמעה לכל היותר.

סעיף ב': "פחות" משמע רק פחות מ – 15 (ולא כולל 15), לכן אנו פוסלים את אפשרויות (3) ו – (4).

פחות משמע "קטן מ –" ולכן (2) הוא אי-השוויון המתאים לתנאי השאלה.

תרגיל 39 עמוד 38

סעיף א': לכל היותר, משמע 8 שעות או פחות. מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \end{cases}$.

סעיף ב': כן כי המשמעות תהיה נקודה על הישר (4, 4).

סעיף ג': "יותר מ –" משמע יותר מ – 5 (לא כולל 5). מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y > 5 \end{cases}$.

תרגיל 40 עמוד 38

סעיף א': 44 שקלים = 10 · 2 + 8 · 3.

סעיף ב': על-פי סעיף א' פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 8x + 10y.

תרגיל 41 עמוד 38

סעיף א': 825 שקלים = 30 · 20 + 15 · 15.

סעיף ב': פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 30x + 15y.

סעיף ג': נציב: 810 = 10 · 15 + 30x, x = 22.

תרגיל 42 עמוד 38

סעיף א': פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 4x – 2y. (שימו לב! הפסד משמע הפחתת נקודות (-)).

סעיף ב': נציב ונחשב: 2 = 9 · 2 – 5 · 4.

סעיף ג': בכיתות מתקשות ניתן לכוון: נניח כי המתחרה לא החטיא (y = 0) כמה זריקות קלע המתחרה? (9).
אם המתחרה קלע יותר מ – 9 זריקות, כמה עליו להחטיא כדי לקבל 36 נקודות? (ניתן להתחיל מ – 10 זריקות, 11 זריקות...).

התשובה (9 ,0) או (10 ,2) או (11 ,4)....

סעיף ד': מספרים שלמים וחיוביים.

תרגיל 43 עמוד 39

סעיף א': מערכת האילוצים המתאימה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 100 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 20x + 35y.

סעיף ג': נחשב: 2750 שקלים = 50 · 35 + 50 · 20.

תרגיל 44 עמוד 39

סעיף א': מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 180 \end{cases}$.

סעיף ב': נציב: 160 = 100 + 60, משמע קטן מ – 180.

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 5x + 7y.

סעיף ד': הרווח הוא: 1000 = 100 · 7 + 60 · 5.

תרגיל 45 עמוד 39

סעיף א': מערכת האילוצים המתאימה היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 40 \end{cases}$.

סעיף ב': מערכת האילוצים החדשה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \\ 3x+4y \leq 120 \end{cases}$ (הוספנו את אילוצי כמות הביצים).

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 65x + 80y.

סעיף ד': הצבה: 2250 שקלים = 20 · 80 + 10 · 65.

תרגיל 46 עמוד 40

סעיף א': מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \end{cases}$.

סעיף ב': מערכת האילוצים החדשה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 8 \\ x+2y \leq 30 \end{cases}$.

סעיף ג': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 5000x + 2000y$.

סעיף ד': למשל 2 טיולים עירוניים ו – 2 טיולי טבע: 14,000 שקלים = $5000 \cdot 2 + 2000 \cdot 2$.

תרגיל 47 עמוד 40

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0.8x+0.2y \geq 60 \\ 0.3x+0.6y \geq 35 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 4.5x + 5.5y$.

סעיף ג': נציב: 590 שקלים = $4.5 \cdot 70 + 5.5 \cdot 50$.

<u>דוגמה פתורה – בניית מערכת אילוצים ופונקציית מטרה על-פי טבלה</u>, עמודים 40 - 42

דוגמה פתורה למידע הנתון בטבלה.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 48 עמוד 42

סעיף א': לכל היותר 15 שולחנות גדולים, משמע פסלנו את מערכת האילוצים (2), לכל היותר 400 אורחים, משמע פסלנו את מערכת האילוצים (1), המערכת המתאימה היא מערכת (3).

סעיף ב': 12 שולחנות גדולים מקיים את האילוץ $y \leq 15$, ואין הגבלה לגבי מספר השולחנות הקטנים.

סעיף ג': (1) פונקציית המטרה: $f(x, y) = 200x + 300y$.

(2) 7,600 שקלים = $200 \cdot 20 + 300 \cdot 12$.

תרגיל 49 עמוד 43

סעיף א': $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x+18y \leq 360 \\ x+2y \leq 150 \end{cases}$.

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 25x + 40y$.

(2) העלות היא 850 שקלים = $25 \cdot 18 + 40 \cdot 10$.

תרגיל 50 עמוד 43

סעיף א': מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x+20y \leq 6000 \\ 3x+4y \leq 1000 \end{cases}$.

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 50x + 65y$.

(2) הרווח: 16,500 שקלים = $50 \cdot 200 + 65 \cdot 100$.

תרגיל 51 עמוד 44

סעיף א': מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x+12y \leq 300 \\ 3x+8y \leq 200 \end{cases}$.

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 40x + 90y$.

(2) הכינו 30 זרים קטנים. $40x + 90 \cdot 10 = 2100$, $40x = 1200$, $x = 30$.

תרגיל 52 עמוד 44

בתרגיל זה מערכת האילוצים גדלה.

סעיף א': $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 4y \geq 6 \\ 8x + 2y \geq 12 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 14 + 30y.

סעיף ג': 162 שקלים = 4 · 30 + 3 · 14.

תרגיל 53 עמוד 45

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x + 8y \leq 4000 \\ 3x + 2y \leq 1500 \\ x + 2y \leq 1000 \end{cases}$.

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 40x + 20y.

(2) 6000 שקלים = 100 · 20 + 100 · 40.

תרגיל 54 עמוד 45

בתרגיל זה התלמידים צריכים למלא את הטבלה בעצמם.

סעיף א':

	אדמה (גרם)	דשן (גרם)	הרווח (בשקלים
עציץ קטן	500	40	20
עציץ גדול	800	60	30

סעיף ב': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 500x + 800y \leq 10000 \\ 40x + 60y \leq 500 \end{cases}$.

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 20x + 30y.

תרגיל 55 עמוד 46

סעיף א': השלמת טבלה:

	גזירה (בדקות)	תפירה (בדקות)	גיהוץ (בדקות)	ההוצאות (בשקלים)
חולצה	8	20	4	70
מכנסיים	10	30	4	100

סעיף ב': מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 10y \leq 2400 \\ 20x + 30y \leq 6000 \\ 4x + 4y \leq 1000 \end{cases}$.

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 70x + 100y.

סעיף ד': גובה ההוצאה: 20,500 שקלים = 100 · 100 + 150 · 70.

מציאת הקודקודים של תחום אפשרי

בפרק זה נעסוק במציאת תחום אפשרי המתאים למערכת אילוצים, ונתמקד במציאת קודקודי התחום האפשרי, תחום סגור או תחום פתוח.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

<u>דוגמה פתורה – מציאת קודקודים של תחום אפשרי סגור</u>, עמודים 47 - 50

בדוגמה ישנה טבלה, ומלל המאפשר לנו להשלים את הטבלה.

רישום פונקציית המטרה, סרטוט התחום האפשרי, ומציאת הקודקודים של התחום.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
הערה: מציאת קודקודים כמוה כמציאת נקודת חיתוך של שני ישרים, או פתרון מערכת משוואות.
שתי דרכים לפתרון: שיטת ההצבה, או שיטת המקדמים הנגדיים (השוואת מקדמים).

תרגיל 56 עמוד 50

סעיף א': מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 2y \leq 40 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) 25x + 20y.

סעיף ג': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).

קודקודי התחום: (0, 0) (ראשית הצירים), (20, 0), (0, 10).

הידעתם עמוד 51

מידע על ההבדל בכמות המים בין גבינות רכות לגבינות קשות.

תרגיל 57 עמוד 51

בתרגיל זה אנו משתמשים במושג לכל היותר (שווה או פחות), ובמושג לפחות (יותר מ -).

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 42 \\ 2x + 3y \geq 18 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 50x + 30y.

סעיף ג': סרטוט התחום (ראו דפי תשובות).

מציאת הקודקודים: (0, 0), נציב x = 0 ונקבל (21, 0) ו – (6, 0), נציב y = 0 ונקבל (0, 14) ו – (0, 9).
אין טעם לפתור את מערכת המשוואות האחרונה, נקודת החיתוך אינה בתחום.

תרגיל 58 עמוד 51

בתרגיל זה יש לנו שני אילוצים לגבי כמות המנגו. ניתן לרשום גם כך: 4 > x > 1, אך לא יהיה נוח לסרטוט.

סעיף א': $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \\ y \leq 4 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 15 + 8y.

סעיף ג': סרטוט התחום (ראו דפי תשובות).

מציאת הקודקודים: נציב x = 0, ונקבל (1, 0), (4, 0) [הנקודה (6, 0) אינה בתחום].

נפתור את שתי מערכות המשוואות: $\begin{cases} y = 1 \\ x + y = 6 \end{cases}$ ואת $\begin{cases} y = 4 \\ x + y = 6 \end{cases}$, ונקבל (1, 5) ו – (4, 2).

תרגיל 59 עמוד 52

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 2x + y \leq 16 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 300x + 550y.

סעיף ג': מציאת הקודקודים: נציב x = 0, ונקבל (15, 0) ו – (16, 0). נציב y = 0, ונקבל (0, 15) ו – (0, 8).

נמצא את נקודת החיתוך של המערכת: $\begin{cases} x + y = 15 / (-1) \\ 2x + y = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} -x - y = -15 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$, x = 1, y = 14, (14, 1).

תרגיל 60 עמוד 52

סעיף א': מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 24 \\ 2x + 4y \leq 40 \\ x + y \leq 12 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 100x + 150y.

סעיף ג': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).
מציאת הקודקודים: נציב x = 0, ונקבל: (0, 0), (24, 0), (10, 0) ו – (12, 0).
נציב y = 0, ונקבל (0, 8), (0, 20), (0, 12).
נפתור את המערכות: $\begin{cases} 3x + y = 24 \\ 2x + 4y = 40 \end{cases}$, ונקבל (7.6, 5.6) לא שייך לתחום.
$\begin{cases} 3x + y = 24 \\ x + y = 12 \end{cases}$, ונקבל (6, 6) $\begin{cases} 2x + 4y = 40 \\ x + y = 12 \end{cases}$ (8, 4).

תרגיל 61 עמוד 53

נדגיש את המלל: אינו עולה משמע קטן מ - , לפחות משמע גדול מ -.
סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 5y \leq 150 \\ 10x + 20y \geq 300 \\ 5x + 0y = 25 \end{cases}$.
סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 50x + 40y.
סעיף ג': סרטוט תחום מתאים (ראו דפי תשובות).
מציאת קודקודים: נציב x = 0, ונקבל: (0, 0), (30, 0), (15, 0). נציב y = 0 ונקבל: (0, 30), ו – (5, 5).
נפתור את המערכות: $\begin{cases} 5x + 5y = 150 \\ 10x + 20y = 300 \end{cases}$ ונקבל (0, 30), $\begin{cases} 5x + 5y = 150 \\ 5x = 25 \end{cases}$ ונקבל (25, 5)
$\begin{cases} 10x + 20y = 300 \\ 5x = 25 \end{cases}$ (12.5, 5).

<u>דוגמה פתורה – מציאת קודקודים של תחום אפשרי פתוח</u>, עמודים 53 - 56

דוגמה מחיי היומיום.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
כדאי לעבור עם התלמידים על הסיכום שבסוף הדוגמה הפתורה לחידוד הנושא.

תרגיל 62 עמוד 56

סעיף א': מערכת האילוצים המתאימה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 20 \end{cases}$.
סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 30x + 20y.
סעיף ג': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).
מציאת הקודקודים: נציב x = 0 ונקבל (0, 0), (20, 0). נציב y = 0 ונקבל (0, 20).

תרגיל 63 עמוד 57

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq 10 \\ x + y \geq 30 \end{cases}$, פונקציית המטרה: f(x, y) = 12x + 15y.
סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות)
מציאת הקודקודים: נציב x = 3 ונקבל y = 27 הקודקוד (27, 3), נציב y = 10, ונקבל x = 20, הקודקוד (10, 20).
סעיף ד': נבחר את שיעור ה – x של נקודה כלשהי בתחום למשל x = 18, נציב ונקבל y = 12. כל נקודה בה שיעור ה – x הוא 18, ושיעור ה – y גדול מ – 12 תהיה מתאימה, למשל (15, 18)
אם הסרטוט מדויק מספיק ניתן לקחת כל נקודה ששיעוריה מספרים שלמים.

תרגיל 64 עמוד 57

סעיף א': נרשום מערכת אילוצים מתאימה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 500x + 300y \geq 6000 \\ 250x + 450y \geq 4500 \end{cases}$.
סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 1200x + 1500y.
סעיף ג': סרטוט תחום אפשרי (ראו דפי תשובות).
מציאת הקודקודים: נציב x = 0, ונקבל (0, 0), (20, 0), (10, 0). נציב y = 0, ונקבל (0, 12), (0, 18).

נפתור את מערכת המשוואות: $\begin{cases}500x+300y=6000\\250x+450y=4500/\cdot(-2)\end{cases}$, $\begin{cases}500x+300y=6000\\-500x-900y=-\ 9000\end{cases}$.

נקבל: y = 5, ו – x = 9, הנקודה (9 ,5).

תרגיל 65 עמוד 57

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases}x\geq 0\\y\ \geq 0\\x+y\ \geq 42\\2x>y\end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 1000x + 2000y.

סעיף ג': סרטוט תחום מתאים (ראו דפי תשובות).

מציאת הקודקודים: נציב x = 0 ונקבל (0 ,0) (42 ,0). נציב y = 0 ונקבל (0 ,42).

נפתור את המערכת: $\begin{cases}x+y=42\\2x=y\end{cases}$, 3x = 42, x = 14, y = 28, הנקודה (28 ,14).

מציאת הערך המקסימלי/המינימלי של פונקציית המטרה

בפרק זה נלמד למצוא את שיעורי הנקודה/הנקודות שבהן מתקבל ערך מינימלי או מקסימלי של פונקציית המטרה.

פונקציית המטרה יכולה לקבל ערך מקסימלי או מינימלי רק בקודקוד של התחום האפשרי או בנקודות הנמצאות על צלע של התחום האפשרי.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד ערך מקסימלי/מינימלי המתקבל בקודקוד של תחום סגור.

√ התלמיד ילמד ערך מינימלי המתקבל בקודקוד של תחום פתוח.

√ התלמיד ילמד ערך מקסימלי/מינימלי לאורך צלע של תחום אפשרי.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

א. <u>ערך מקסימלי/מינימלי המתקבל בקודקוד של תחום סגור</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה</u>, עמודים 58 - 61

דוגמה מחיי היומיום הממחישה את נחיצות מציאת הנקודה בה נקבל ערך מקסימלי או מינימלי לפי הדרישה בנתוני השאלה.

הערה חשובה: כל נקודה בתחום מקיימת את פונקציית המטרה, אך אינה מספקת את הערך המינימלי/מקסימלי המבוקש.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

כדאי לעבור עם התלמידים על הסיכום שבסוף הדוגמה הפתורה לחידוד הנושא.

תרגיל 66 עמוד 61

סעיף א': הערך של נקודה A: ‎f(0 ,0) = 200 · 0 + 1500 · 0 = 0. הערך של נקודה B: ‎f(2 ,6) = 200 · 2 + 1500 · 6 = 9400, הערך של נקודה C: ‎f(5 ,2) = 200 · 5 + 1500 · 2 = 4000.

סעיף ב': הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי בנקודה B, שהוא 2 טיסות פנימיות ו – 6 טיסות בינלאומיות.

סעיף ג': הפונקציה מקבלת ערך מינימלי למשל בנקודה (3 ,4): 3000 < 5000.

תרגיל 67 עמוד 62

סעיף א': A(7 ,0), B(3 ,0), C(3 ,4).

סעיף ב': הערך של נקודה A: ‎f(7 ,0) = 1000 · 7 + 500 · 0 = 7000. הערך של נקודה B: ‎f(3 ,0) = 1000 · 3 + 500 · 0 = 3000. הערך של נקודה C: ‎f(3 ,4) = 1000 · 3 + 500 · 4 = 5000.

סעיף ג': הפונקציה מקבלת ערך מינימלי בנקודה B, שהוא 3000, משמע 3 חדרי ניתוח ו – 0 חדרי התאוששות.

סעיף ד': למשל הנקודה (1, 4)הנקודה מקבלת את הערך 4500 שהוא גבוה מהעלות המינימלית

תרגיל 68 עמוד 62

סעיף א': נציב x = 6, ונקבל: A(6 ,1), ו – B(6 ,5). נפתור את מערכת המשוואות: $\begin{cases} -x+2y=4 \\ x+2y=8 \end{cases}$, ונקבל C(2 ,3).

סעיף ב': הערך של נקודה A: f(6 ,1) = 80 · 6 + 40 · 1 = 520. הערך של נקודה B: f(6 ,5) = 80 · 6 + 40 · 5 = 680. הערך של נקודה C: f(2 ,3) = 80 · 2 + 40 · 3 = 280.
העלות המינימלית מתקבלת בנקודה C.

סעיף ג': העלות המינימלית מתקבלת משני ניסויים בכימיה ו – 3 ניסויים בביולוגיה.

תרגיל 69 עמוד 63

בתרגיל זה עלינו למצוא תחילה את הקודקודים של התחום המבוקש.

סעיף א': מציאת הקודקודים. נתבונן בסרטוט: נקודה A נמצאת על ציר ה – y, ולכן שיעור ה – x שלה הוא 0, משמע A(0 ,4). שיעור ה – yשל נקודה D גם הוא 4, ולכן D(12 ,4), שיעור ה – xx של נקודה C הוא 12, ולכן C(12 ,8). על מנת למצוא את שיעורי נקודה B נפתור את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=-0.5x+14 \\ y=2x+4 \end{cases}$, ונקבל B(4 ,12).

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה: f(x, y) = 6x + 2y.

(2) נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל ערך מקסימלי בנקודה (12 ,8), משמע 12 ק"ג תירס ו – 8 ק"ג עגבניות.

סעיף ג': נשנה את פונקציית המטרה: f(x, y) = 2x + 6y, נציב כל אחת מהנקודות ונראה כי החבר טעה.

ב. <u>ערך מינימלי המתקבל בקודקוד של תחום פתוח</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה</u>, עמודים 63 – 65

בהסבר ובדוגמה הפתורה אנו מציגים בעיי המחיי היומיום, בה אנו נדרשים למצוא ערך מינימלי בקודקוד של תחום פתוח.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

כדאי לעבור יחד עם התלמידים על הסיכום שבסוף הדוגמה הפתורה לחידוד הנושא.

תרגיל 70 עמוד 65

סעיף א': נציב כל קודקוד בפונקציית המטרה, ונחשב את ערכו (ראו דפי תשובות).

סעיף ב': כתוצאה מסעיף א': אנו רואים כי פונקציית המטרה מקבלת ערך מינימלי בנקודה D, והוא 12,000.

תרגיל 71 עמוד 66

סעיף א': מציאת הקודקודים. שיעור ה – x של נקודה A הוא 0, ולכן A(0 ,10). שיעור ה – y של נקודה C הוא 0, ולכן C(8 ,0). נקודה B מתקבלת מפתרון המערכת: $\begin{cases} y=-2x+10 \\ y=-x+8 \end{cases}$, B(2 ,6).

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 100x + 150y.

סעיף ג': (1) נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל כי העלות המינימלית מתקבלת בנקודה C, העלות המינימלית היא 800 שקלים.

(2) משמעות העלות היא 8 הרצאות, ללא סדנאות.

תרגיל 72 עמוד 67

סעיף א': מציאת שיעורי הקודקודים: A(0 ,12), D(8 ,0), נפתור את המערכת: $\begin{cases} y=-4x+12 \\ y=-2x+10 \end{cases}$, ונקבל B(1 ,8), נפתור את המערכת: $\begin{cases} y=-2x+10 \\ y=-x+8 \end{cases}$, ונקבל C(2 ,6).

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 30x + 10y.

סעיף ג': (1) נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל כי הערך המינימלי מתקבל בנקודה B, והוא 110 שקלים.

(2) המשמעות היא מכירה של צלחת אחת ו – 8 כוסות.

סעיף ד': לפונקציית המטרה אין ערך מקסימלי בתחום פתוח.

ג. <u>ערך מקסימלי/מינימלי המתקבל לאורך צלע של תחום אפשרי</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה</u>, עמודים 67 - 69

בהסבר ובדוגמה הפתורה אנו מציגים מצב בו יש ערך מינימלי או מקסימלי במספר נקודות (על אחד הישרים הבונים את התחום האפשרי), ולא בנקודה מסוימת.

תרגיל מחיי היומיום.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

כדאי לעבור עם התלמידים על הסיכום שבסוף הדוגמה הפתורה לחידוד הנושא.

תרגיל 73 עמוד 69

סעיף א': פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 80x + 20y$.

סעיף ב': נציב ונקבל: עבור נקודה A: $f(40, 0) = 80 \cdot 40 + 20 \cdot 0 = 3200$,

עבור נקודה B: $f(0,160) = 80 \cdot 0 + 20 \cdot 160 = 3200$,

עבור נקודה C: $f(0,180) = 80 \cdot 0 + 20 \cdot 180 = 3600$,

עבור נקודה D: $f(90, 0) = 80 \cdot 90 + 20 \cdot 0 = 7200$.

סעיף ג': אנו רואים שתי נקודות שלהן אותו ערך מינימלי בפונקציית המטרה, ולכן כל נקודה על הקטע AB מתאימה לערך מינימלי.

סעיף ד': בכיתות מתקשות נמצא את משוואת הישר AB: $y = -4x + 160$, נציב x כלשהו ונחשב את y.

למשל, $x = 10$, $y = 120$ משמע, 10 מנות בשריות ו – 120 מנות צמחוניות.

תרגיל 74 עמוד 70

סעיף א': פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 500x + 1000y$.

סעיף ב': עבור נקודה A: $f(2, 14) = 500 \cdot 2 + 1000 \cdot 14 = 15{,}000$.

עבור נקודה B: $f(5, 5) = 500 \cdot 5 + 1000 \cdot 5 = 7500$.

עבור נקודה C: $f(20, 5) = 500 \cdot 20 + 1000 \cdot 5 = 15000$.

סעיף ג': הרווח המקסימלי הוא 15,000 שקלים והוא מתקבל בכל נקודה על הקטע AC (לשתי הנקודות אותו ערך כשאנו מציבים בפונקציית המטרה).

סעיף ד': משוואת הישר AC: $y = -0.5x + 15$. נבחר נקודה על הישר למשל $x = 8$, נציב ונקבל $y = 11$.

המשמעות: טיפלו ב – 8 טון פסולת זכוכית ו – 11 טון פסולת פלסטיק.

תרגיל 75 עמוד 70

סעיף א': נקודה A נמצאת על ציר ה – y, ולכן שיעוריה (0 ,18), נקודה C נמצאת על ציר ה – x , ולכן שיעוריה (10 ,0), נקודה B היא נקודת החיתוך של שני הישרים: $\begin{cases} y+2x=18 \\ 3y+2x=30 \end{cases}$, $-2y = -12$, $y = 6$, $x = 6$,

והנקודה B(6 ,6).

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = x + 0.5y$.

סעיף ג': עבור נקודה A (במיליונים): $f(0, 18) = 0 + 0.5 \cdot 18 = 9$

עבור נקודה B (במיליונים): $f(6, 6) = 6 + 0.5 \cdot 6 = 9$.

עבור נקודה C (במיליונים): $f(10, 0) = 10 + 0.5 \cdot 0 = 10$.

סעיף ד': העלות המינימלית (9 מיליון) מתקבלת בנקודות A ו – B, ולכן כל נקודה על הקטע AB תקיים את העלות המינימלית.

סעיף ה': נציב: $f(4, y) = 4 + 0.5y = 9$, $y = 10$, החברה מכרה 10 דירות מסוג ב'.

תרגיל 76 עמוד 71

כבר מהתבוננות בסרטוט התחום ניתן לראות כי כל נקודה על הקטע AB תיתן ערך מינימלי.

סעיף א': A(4 ,2) (מיידי), D(2 ,8) (הצבה $x = 2$ בישר), B(7 ,4) (הצבה $y = 4$ בישר).

מציאת נקודה C: $\begin{cases} 2y+x=18 \\ y+2x=18 /\cdot(-2) \end{cases}$, $\begin{cases} 2y+x=18 \\ -2y-4x=-36 \end{cases}$, $x = 6$, $y = 6$, C(6 ,6).

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 10x + 20y$.

סעיף ג': עבור קודקוד A: 100 שקלים, עבור קודקוד B: 150 שקלים, עבור קודקוד C: 180 שקלים, עבור קודקוד D: 180 שקלים.

סעיף ד': הרווח המקסימלי הוא 180 שקלים, והוא מתקבל עבור נקודה על הקטע CD.

סעיף ה': נציב: $10 \cdot 3.5 + 20y = 180$, $y = 7.25$. 7.25 ק"ג כביסה בניקוי יבש.

תרגול משולב

בפרק זה אנו משלבים את כל מה שלמדנו ביחידה זו.
חשיבות מיוחדת נקדיש לשלבי הפתרון (מופיע בסיכום התרגיל)

- ♣ בניית מערכת אילוצים לפי הסיפור האורייני.
- ♣ סרטוט הישרים המתאימים לכל אחד מהאילוצים.
- ♣ סימון התחום האפשרי (סגור או פתוח).
- ♣ מציאת הקודקודים של התחום האפשרי.
- ♣ בניית פונקציית המטרה.
- ♣ הצבת שיעורי הקודקודים בפונקציית המטרה, ומציאת הערך המקסימלי/מינימלי שלה.

מספר השעות המוקצות לפרק זה: **2 שעות.**

דוגמה פתורה – כוללת את כל שלבי הפתרון בתכנון ליניארי, עמודים 72 - 75

בדוגמה אנו עוברים על כל שלבי הפתרון על-פי הסיכום שערכנו.
בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על חלק מההסבר.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 77 עמוד 76

סעיף א': מערכת האילוצים המתאימה היא מערכת I.
סעיף ב': (1) פונקציית המטרה: f(x, y) = 5x + 4y.
(2) על מנת למצוא את הרווח המקסימלי עלינו למצוא תחילה את שיעורי הקודקודים של התחום האפשרי. A(0, 26), B(0, 8) (שני קודקודים מיידיים). את קודקוד C נמצא באמצעות פתרון המערכת: $\begin{cases} y = x + 8 \\ y = -0.5x + 26 \end{cases}$, ונקבל (12, 20).
הקודקוד C נותן לנו את הרווח המקסימלי, ולכן נייצר 12 בקבוקי שמפו ו – 20 בקבוקי מרכך.
סעיף ג': הנקודה (5, 15) נמצאת בתחום המתאים, ולכן ייצור כזה אפשרי.

תרגיל 78 עמוד 76

סעיף א': בניית מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 16x + 10y \le 90 \\ 12x + 30y \le 90 \end{cases}$.
סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 12000x + 16000y.
סעיף ג': נציב את הקודקודים הנתונים בפונקציית המטרה ונקבל כי הרווח המקסימלי יתקבל מייצור של 5 טון מסוג א', ו – 1 טון מסוג ב'.

תרגיל 79 עמוד 77

סעיף א': בניית מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 5x + 4y \le 60 \\ 3x + 4y \le 52 \end{cases}$.
סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).
סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 32x + 36y.
סעיף ד': נמצא את שיעורי הקודקודים של התחום: (0, 0), (0, 4), (0, 17.33), (15, 0), (13, 0) ו – (10, 4).
נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה ונקבל כי הרווח המקסימלי מתקבל עבור 4 ק"ג סלט גזר ו – 10 ק"ג סלט כרוב.

תרגיל 80 עמוד 77

שימו לב! בשאלה זו יש גם לכל היותר, וגם לפחות.
סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 15x + 20y \le 120 \\ 4x + 8y \ge 40 \end{cases}$.
סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 5x + 4y.
סעיף ד': נמצא את קודקודי התחום המבוקש: (0, 0), (0, 8), (0, 10), (6, 0), (5, 0) ו – (3, 4).
ההוצאה המינימלית מתקבלת עבור צריכת 5 כוסות משקה כתום ו – 0 צריכת משקה ירוק.

תרגיל 81 עמוד 78

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 50y \leq 900 \\ 20x + 50y \leq 300 \end{cases}$.
סעיף ב': סרטוט התחום המתאים (ראו דפי תשובות).
סעיף ג': נרשום תחילה את פונקציית המטרה: f(x, y) = 1200x + 1600y.
נמצא את הקודקודים בתחום: (0, 0), (0, 9), (0, 150), (18, 0), (6, 0) ו – (3, 7.5).
הרווח המקסימלי יתקבל עבור 7.5 דונם מלפפונים ו – 3 דונם של פלפלים.
סעיף ד': הרווח המקסימלי הוא 13,800 שקלים.

תרגיל 82 עמוד 78

סעיף א': השלמת טבלה (ראו דפי תשובות).
סעיף ב': ברשותנו 30 ק"ג בצק שהם 30,000 גרם בצק ממנו ניתן לאפות 300 מאפים ללא שומשום.
סעיף ג': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 80x + 100y \leq 30000 \\ 8x \leq 960 \end{cases}$.
סעיף ד': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).
סעיף ה': פונקציית המטרה: f(x, y) = 5x + 4y.
סעיף ו': נמצא את הקודקודים של התחום האפשרי: (0, 0), (0, 375), (300, 0), (0, 120), ו – (204, 120).
הרווח המקסימלי מתקבל עבור ייצור של 120 מאפים עם שומשום ו – 204 מאפים ללא שומשום, הרווח הוא 1,416 שקלים.

תרגיל 83 עמוד 79

בכיתות מתקשות ניתן לבנות טבלה:

	בד כותנה (במטרים)	בד צמר (במטרים)	הרווח ממכירת מעיל אחד (בשקלים)
מעיל למבוגר	2	3	100
מעיל לילד	1	2	60

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 60 \\ 3x + 2y \leq 100 \end{cases}$.
סעיף ב': סרטוט התחום המתאים (ראו דפי תשובות).
סעיף ג': פונקציית המרה: f(x, y) = 100x + 60y.
סעיף ד': נמצא את שיעורי הקודקודים בתחום: (0, 0), (0, 30), (0, 33.33), (60, 0), (50, 0), ו – (20, 20).
הרווח המקסימלי מתקבל מייצור 20 מעילים למבוגרים ו – 20 מעילים לילדים.

תרגיל 84 עמוד 79

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 30 \\ 4x + 8y \leq 48 \end{cases}$.
סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).
סעיף ג': (1) פונקציית המטרה: f(x, y) = 10000x + 12000y.
(2) נמצא את הקודקודים שבתחום: (0, 0), (0, 10), (0, 12), (15, 0), (6, 0) ו – (1.5, 9).
הרווח המקסימלי יתקבל עבור ייצור של 9 טון אבקה ביתית, ו – 1.5 טון אבקה תעשייתית.
סעיף ד': נציב: f(x, 2) = 10000x + 12000 · 2 = 54,000. נפתור ונקבל: x = 3, משמע 3 טון.

תרגיל 85 עמוד 80

סעיף א': מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + y \le 15 \\ 50x + 100y \le 1400 \\ 150x + 100y \le 1800 \end{cases}$.

סעיף ב': כדי למצוא את שיעורי נקודה A עלינו לפתור את המערכת: $\begin{cases} x + y = 15 \\ 50x + 100y = 1400 \end{cases}$, נקבל: (2 ,13).

כדי למצוא את נקודה B עלינו לפתור את המערכת: $\begin{cases} x + y = 15 \\ 150x + 100y = 1800 \end{cases}$, נקבל: (6 ,9).

כדי למצוא את נקודה C עלינו לפתור את המערכת: $\begin{cases} 50x + 100y = 1400 \\ 150x + 100y = 1800 \end{cases}$, נקבל: (4 ,12).

סעיף ג': פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 6x + 12y$.

סעיף ד': המחיר המינימלי מתקבל עבור קניית6 שקיות חטיפים ו – 9 חפיסות שוקולד..

בדיקת ניצול משאבים

בפרק זה נלמד לבדוק האם היה ניצול מלא של המשאבים ג=כגון: זמן, כמות, כסף וכו'.
פעמים רבות מפעל מייצר כמה סוגים של מוצרים כאשר מספר המכונות, או כמות העובדים מוגבלים.
מציאת התחום האפשרי, ובדיקת הערך בו ניתן לקבל תמורה מקסימלית, או הוצאות מינימליות הוא ערך חשוב בתכנון הייצור.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

דוגמה פתורה עמודים 81 - 83

בניית טבלה על-פי הנתונים, בניית מערכת אילוצים, פונקציית מטרה, תחום אפשרי, ומציאת קודקודים.
כאשר אנו רואים כי הנקודה בה יש רווח מקסימלי אינה נמצאת בקודקוד, או על קו התחום, אלא נמצאת בתוך התחום, אנו יכולים להגיע למסקנה כי אין ניצול נכון של המשאבים.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 86 עמוד

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 200x + 600y \le 6000 \\ 300x + 180y \le 5400 \end{cases}$.

סעיף ב': (1) נציב x = 10 ו – y = 7 בשני האילוצים האחרונים: $200 \cdot 10 + 600 \cdot 7 = 6200$, משמע לא מתאים, ואין צורך להציב באילוץ השני.

(2) נציב x = 5 ו – y = 8: $200 \cdot 5 + 600 \cdot 7 = 5200$, משמע מתאים אבל יש צרך להציב גם באילוץ האחרון: $300 \cdot 5 + 180 \cdot 8 = 4440$, מתאים.

(3) הזמנה (2).

סעיף ג': נציב x = 15, ו – y = 5, ונבדוק: $200 \cdot 15 + 600 \cdot 5 = 6000$, התשובה כן! ניצול מקסימלי.

בספר יש הפנייה ליישומון שיכול לעזור לנו בפתרון השאלה.

תרגיל 87 עמוד 84

סעיף א': בניית מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 180x + 90y \le 2700 \\ 15x + 10y \le 270 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 35x + 20y$.

סעיף ג': נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונראה כי ייצור 6 פיצות משפחתיות ו – 18 פיצות אישיות יתנו לפיצרייה רווח מקסימלי.
סעיף ד': נציב את שיעורי הקודקוד שהתקבל בשני האילוצים האחרונים:
2700 = 18 · 90 + 6 · 180, משמע ניצול מקסימלי, 270 = 18 · 10 + 6 · 15, משמע ניצול מקסימלי.

תרגיל 88 עמוד 85

סעיף א': בניית מערכת אילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 16 \\ 2x + y \leq 25 \\ 3x + 7y \leq 98 \end{cases}$.

סעיף ב': נציב את שיעורי הנקודה (12.5, 3.5) בכל אחד מהאילוצים:
16 = 12.5 + 3.5, ניצול מקסימלי, 19.5 = 12.5 + 3.5 · 2, ניצול לא מקסימלי, 98 = 12.5 · 7 + 3.5 · 3, משמע ניצול מקסימלי. התשובה: רק מכונה M_2.

תרגיל 89 עמוד 85

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 52 \\ 20x + 30y \leq 600 \\ x + 3y \leq 45 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 120x + 150y.
סעיף ג': נציב כל אחת מהנקודות הנתונות בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (24 ,4) היא הנקודה בה הרווח הוא מקסימלי, משמע 24 רכיבים מסוג א', ו – 4 רכיבים מסוג ב'.
סעיף ד': נציב את שיעורי הנקודה שקיבלנו בסעיף ג' בכל אחד מהאילוצים:
52 = 4 + 24 · 2, ניצול מקסימלי, 600 = 4 · 30 + 24 · 20, ניצול מקסימלי, 36 = 4 · 3 + 24, ניצול לא מקסימלי, משמע זמן האריזה אינו מנוצל באופן מקסימלי.

תרגיל 90 עמוד 86

בכיתות מתקשות ניתן לבנות טבלה:

	עצים (במ"ק)	דיקט (במ"ק)	ימי עבודה	רווח (בשקלים)
ארון אמבט	0.4	3	24	2500
ארון בגדים	0.8	9	12	1500

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0.4x + 0.8y \leq 6 \\ 3x + 9y \leq 63 \\ 24x + 12y \leq 216 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 2500x + 1500y.
סעיף ג': סרטוט התחום האפשרי(ראו דפי תשובות), מציאת הקודקודים: (0 ,0), (15 ,0), (21 ,0), (9 ,0), (0 ,7.5) (לא הגיוני, אין חצאי ארון), (0 ,7), (0 ,18), (3 ,6), (7 ,4) ו – (5.4 ,4.8) לא הגיוני.
סעיף ד': נציב כל אחת מהנקודות שמצאנו בפונקציית המטרה, ונקבל שהנקודה (7 ,4) היא הנקודה שבה מקבלים רווח מקסימלי, משמע 7 ארונות אמבט, ו – 4 ארונות בגדים.
סעיף ה': נציב את שיעורי הנקודה שקיבלנו בכל אחד מהאילוצים: 6 = 4 · 0.8 + 7 · 0.4, ניצול מקסימלי, 57 = 4 · 9 + 7 · 3, ניצול לא מקסימלי, 216 = 4 · 12 + 7 · 24, ניצול מקסימלי, כמות הדיקט לא נוצלה במלואה.

שינוי בפונקציית המטרה או באילוץ

בפרק זה נתמקד בשינוי בפונקציית המטרה, או באילוץ, והשפעתו על התחום האפשרי ו/או על הערך המינימלי/מקסימלי.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד שיוני בפונקציית המטרה.

√ התלמיד ילמד שינוי באילוץ

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

א. <u>שינוי בפונקציית המטרה</u>

<u>דוגמה פתורה – שינוי בפונקציית המטרה</u>, עמודים 87 - 89

דוגמה מחיי היומיום בה שינוי בפונקציית המטרה גרם לשינוי בתוצאה המבוקשת.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 91 עמוד 89

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 10 \\ 100x+50y \leq 600 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 5x + 4y.

סעיף ג' (1) כדי לענות על סעיף זה, עלינו להציב את שיעורי כל אחת מהנקודות הנתונות בפונקציית המטרה.

בתום ההצבה נקבל כי הנקודה ((8, 2) נותנת לנו רווח מקסימלי, משמע 2 חטיפים מתוקים ו – 8 חטיפים מלוחים.

(2) הרווח המקסימלי הוא 42 שקלים = 8 · 4 + 2 · 5.

סעיף ד': פונקציית המטרה החדשה היא: f(x, y) = 6x + 4y. נציב שוב את כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה החדשה, ונקבל כי התשובה לסעיף ג (1) לא השתנתה, אך התשובה לסעיף ג (2) השתנתה, הרווח המקסימלי הוא 44 שקלים.

תרגיל 92 עמוד 90

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 20x+50y \geq 100 \\ 60x+50y \geq 200 \end{cases}$.

סעיף ב': סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 8x + 7y.

סעיף ג': נציב כל אחת מהנקודות הנתונות במערכת האילוצים, ונקבל שהנקודה (1, 2.5) נותנת לנו את המחיר המינימלי, משמע 2.5 ק"ג תפוחים ו – 1 ק"ג תפוזים.

סעיף ד': פונקציית המטרה החדשה היא: f(x, y) = 10x + 7y. נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה החדשה, ונקבל כי הנקודה (4, 0) נותנת לנו את המחיר המינימלי, משמע 4 ק"ג תפוזים ו – 0 ק"ג תפוחים.

תרגיל 93 עמוד 91

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 10 \\ 3x+7y \leq 42 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 1000x + 1400y.

סעיף ג': נמצא את שיעורי הנקודות בתחום הנדרש: (0, 0), (0, 10), (0, 21), (10, 0), (6, 0) ו – (3, 7).

הנקודה הנותנת לנו רווח מקסימלי היא הנקודה (3, 7), משמע 7 ק"ג סלק ו – 3 ק"ג גזר.

סעיף ד': פונקציית המטרה החדשה היא: f(x, y) = 1000x + 1000y. נציב את כל אחת מהנקודות הנתונות בסעיף זה, ונקבל כי אפשרות (1) ו – (2) נותנות לנו רווח מקסימלי.

תרגיל 94 עמוד 92

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 230x + 80y \leq 1840 \\ 40x + 2y \geq 160 \end{cases}$.

סעיף ב': סרטוט התחום המתאים (ראו דפי תשובות), מציאת הקודקודים: (0, 0), (0, 8), (0, 4), (23, 0) ו – (8, 0) (יש נקודה נוספת ששיעוריה אינם שלמים).

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 40x + 20y.

סעיף ג': נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (0, 4) והנקודה (8, 0) נותנות לנו מחיר מינימלי, משמע 4 מנות בשר ו – 0 מנות סלט, או 0 מנות בשר ו – 8 מנות סלט.

סעיף ד': פונקציית המטרה החדשה היא: f(x, y) = 45x + 20y.

הצבה של כל אחת מהנקודות מלמדת שכרגע רק נקודה אחת נותנת לנו מחיר מינימלי של 160 שקלים, והיא 8 מנות סלט ללא מנת בשר.

ב. <u>שינוי באילוץ</u>

<u>דוגמה פתורה – שינוי באילוץ</u>, עמודים 93, 94

בדוגמה אנו רואים מצב מחיי היומיום בו שינוי כפוי (מכונה מקולקלת, אנשים חולים, עלייה במחיר חומרי הגלם וכו') משפיעה על הרווח של המפעל/עסק.

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 95 עמוד 95

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 30 \\ 10x + 5y \leq 400 \end{cases}$. פונקציית המטרה: f(x, y) = 80x + 50y.

התחום והקודקודים מופיעים בסרטוט.

סעיף ב': נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (30, 25) נותנת רווח מקסימלי, משמע 25 עציצים גדולים ו – 30 עציצים קטנים.

סעיף ג': השתנה אחד האילוצים: במקום y ≤ 30, אנו רושמים y ≤ 20.בהתאם לכך, הנקודה שבה הרווח יהיה מקסימלי היא הנקודה (30, 20), משמע 20 עציצים קטנים ו – 30 עציצים גדולים.

תרגיל 96 עמוד 96

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 15x + 15y \leq 120 \\ 90x + 60y \leq 540 \\ 40x + 30y \leq 420 \end{cases}$, פונקציית המטרה: f(x, y) = 70x + 50y.

סעיף ב': התחום האפשרי והקודקודים נתונים, לכן נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (6, 2) נותנת לנו רווח מקסימלי, משמע 2 ק"ג סופגניות גדולות ו – 6 ק"ג סופגניות קטנות.

סעיף ג': יש לנו שינוי באילוץ האחרון: 40x + 30y ≤ 360. הישר החדש מקביל לישר המקורי, ונמצא מחוץ לתחום, לכן הרווח לא ישתנה.

תרגיל 97 עמוד 97

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 15x + 10y \leq 300 \\ 2x + 4y \leq 56 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 30x + 25y.

סעיף ג': התחום האפשרי לנתוני שאלה זו הוא תחום (1).

סעיף ד': נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (6, 16) נותנת לנו רווח מקסימלי, משמע 16 סבונים ו – 6 קרמים.

סעיף ה': האילוץ שהשתנה הוא האילוץ האחרון: 2x + 4y < 56. בעקבות כך התחום האפשרי הוא סרטוט (3)

תרגיל 98 עמוד 98

סעיף א': פונקציית המטרה: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 2y \geq 120 \\ 2x + 2y \geq 80 \\ x + 3y \geq 60 \end{cases}$, פונקציית המטרה: f(x, y) = 180x + 240y.

סעיף ב': סעיף ב': נציב כל אחד מהקודקודים בפונקציית המטרה, ונקבל כי הקודקוד (10, 30) נותן לנו הוצאה מינימלית, משמע הפעלת מכרה I במשך 30 ימים והפעלת מכרה II במשך 10 ימים.

סעיף ג': האילוץ השלישי השתנה: 6x + 2y ≥ 180. התשובה לסעיף ב' לא תשתנה. קיבלנו 2 קודקודים חדשים (15, 25) ו – (90, 0), שאינם משנים את הכדאיות להוצאה המינימלית (10, 30).

שאלות הכוללת פרמטר

בפרק זה נעסוק בשאלות, שבהן יש פרמטר בפונקציית המטרה או באחד האילוצים.
השאלות מתמקדות במציאת הפרמטר על סמך נתונים. הדרך למציאת הפרמטר תהיה באמצעות פתרון משוואה ליניארי, או באמצעות פתרון מערכת משוואות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

<u>דוגמה פתורה</u>, עמודים 99, 100

בדוגמה אנו רואים שאלה העוסקת בתכנון ליניארי שנלמד במשך כל היחידה.
הפרמטר הוא הרווח מייצור פריט סוג ב'.
את מערכת האילוצים קל לבנות (ידע קודם), בפונקציית המטרה יש לנו פרמטר (המקדם של y).
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.

תרגיל 99 עמוד 101

בפונקציית המטרה הנתונה יש פרמטר (המקדם של x), אולם יש לנו נתון נוסף: הרווח ממכירת 12 כוסות של מיץ תפוזים, והרווח ממכירת 10 כוסות מיץ רימונים הוא 366 שקלים.
נציב בפונקציית המטרה: f(12, 10) = 12p + 15 · 10 = 366.   12p = 216, p = 18.
סעיף ב': נציב את הנקודה (8, 15), ונקבל 390 שקלים = 8 · 15 + 15 · 18 = (8, 15)f.

תרגיל 100 עמוד 101

פונקציית המטרה היא: f(x, y) = 2x + by.
סעיף א': נציב את הנתונים בפונקציית המטרה: f(50, 30) = 2 · 50 + 30b = 190, b = 3.
סעיף ב': נציב: f(20, 40) = 2 · 20 + 3 · 40 = 160.

תרגיל 101 עמוד 101

סעיף א': בניית פונקציית המטרה: f(x, y) = nx + 30y.
סעיף ב': נציב בפונקציית המטרה: f(120, 150) = 120n + 30 · 150 = 8340.   120n = 3840, n = 32.
סעיף ג': נציב: f(150, 120) = 32 · 150 + 30 · 120 = 8400 התשובה כן.
בכיתות מתקדמות ניתן לדון: האם היינו חייבים להציב? או היינו יכולים לדעת ללא חישוב?
התשובה ניתן לדעת ללא חישוב: כאשר כופלים את המקדמים 30 ו – 32 באותם ערכים (120 ו – 150), אנו יכולים לדעת כי כאשר כופלים את שני המספרים הגדולים זה בזה, נקבל מכפלה הגדולה ממכפלת שני המספרים הקטנים.

תרגיל 102 עמוד 102

סעיף א': פונקציית המטרה: f(x, y) = 25x + ay.
סעיף ב': נציב: f(90, 30) = 25 · 90 + 30a = 2850, 30a = 600, a = 20.
סעיף ג': כדי לדעת איזו נקודה תיתן לנו רווח מקסימלי, עלינו להציב כל נקודה בפונקציית המטרה.
בדיון: המקדם של y בפונקציית המטרה גדול מהמקדם של x, ולכן אין צורך להציב את כל הנקודות.
נבחר בנקודה (60, 90) כמייצגת את הרווח המקסימלי. נציב ונקבל f(60, 90) = 3300. אכן גבוה יותר.

תרגיל 103 עמוד 102

סעיף א': הנקודה B מתקבלת מפתרון המערכת: $\begin{cases} x+y=18 \\ y=2x \end{cases}$, $x + 2x = 18$, $x = 6$, $y = 12$. B(6, 12).

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 700x + ky$.

סעיף ג': נציב: $f(6, 12) = 700 \cdot 6 + 12k = 10{,}200$. $K = 500$.

תרגיל 104 עמוד 103

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x+y \ge 55 \\ 6x+10y \le 430 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = ax + 50y$.

סעיף ג': נמצא תחילה את שיעורי נקודה B: $\begin{cases} x+y=55 \\ 6x+10y=430 \end{cases}$, $4y = 100$, $y = 25$, $x = 30$.

נציב: $f(30, 25) = 30a + 50 \cdot 25 = 2000$, $30a = 750$, $a = 25$.

תרגיל 105 עמוד 103

שימו לב! המספר המקסימלי של השעות נמצא בטבלה, ולא במלל של השאלה.

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 80x+150y \le 2400 \\ 10x+25y \le 380 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: $f(x, y) = tx + 28000y$. נציב: $f(30, 0) = 30t + 0 = 450000$, $t = 15{,}000$.

תרגיל 106 עמוד 104

סעיף א': הנקודות A ו – D מונחות על הישר $y = 5$, נציב ונקבל A(0, 5), D(14, 5).

הנקודות C ו – D מונחות על הישר $x = 14$, נציב ונקבל C(14, 10).

את הנקודה B נקבל באמצעות פתרון המערכת: $\begin{cases} y=x+5 \\ x+2y=34 \end{cases}$, $x + 2(x + 5) = 34$, $x = 8$, $y = 13$, B(8, 13).

סעיף ב': נציב בפונקציית המטרה את הנקודה B ואת הנקודה C: $14m + 9000 \cdot 10 = 8m + 9000 \cdot 13$.

(מותר לנו להשוות כי שתי הנקודות מקבלות ערך מקסימלי), $6m = 27000$, $m = 4500$.

תרגיל 107 עמוד 104

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ kx+0.4y \le 20 \\ x+y \le 60 \end{cases}$.

סעיף ב': ניצב באילוץ המתאים: $20k + 0.4 \cdot 40 = 20$, $20k = 4$, $k = 0.2$.

סעיף ג': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 25x + 35y$.

סעיף ד': סרטוט תחום אפשרי (ראו דפי תשובות).

מציאת הקודקודים: (0, 0), (0, 50), (0, 60), (60, 0), (100, 0), (20, 40) (פתרון מערכת משוואות).

סעיף ה': כן (מציבים את כל הקודקודים).

תרגיל 108 עמוד 105

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 0.4x+0.8y \le 6 \\ 2x+my \le 42 \\ 10x+5y \le 90 \end{cases}$.

סעיף ב': נציב (0, 7) באילוץ, ונקבל $0 + 7m = 42$, $m = 6$.

סעיף ג': פונקציית המטרה: $f(x, y) = 1000x + ay$.

סעיף ד': נציב את הנקודה (7, 4), ונקבל: $1000 \cdot 7 + 4a = 13000$, $4a = 6000$, $a = 1500$.

סעיף ה': לא, הנגר השתמש רק ב – 38 מ"ר של דיקט ($2 \cdot 7 + 6 \cdot 4 = 38$).

תרגול נוסף

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

תרגיל 109 עמוד 106

סעיף א': מערכת האילוצים של מפעל ב' כוללת ישר המקביל לציר ה – x, ולכן גרף (2) מתאים למפעל ב', וגרף (1) מתאים למפעל א'.

סעיף ב': (1) פונקציית המטרה: f(x, y) = 60x + 40y.

(2) במפעל ב' הרווח המקסימלי גבוה יותר. נציב את הנקודות (75, 35) ו – (40, 70) בפונקציית המטרה.

סעיף ג': 700 = (60 · 35 + 40 · 75) – (60 · 70 + 40 · 40), ההפרש 700 שקלים.

תרגיל 110 עמוד 107

סעיף א': הרווח ממכירת ארון עם דלתות צירים גבוה יותר, ולכן מפעל א' יספק לנו את הרווח המקסימלי. (ניתן להציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה, ולבדוק).

פונקציית המטרה: f(x, y) = 1250x + 2000y.

סעיף ב': הנקודה שבחרנו (90, 60) אומרת שעלינו למכור 60 ארונות עם דלתות הזזה, ו – 90 ארונות עם דלתות צירים.

תרגיל 111 עמוד 107

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 20 \\ 100x + 200y \geq 2400 \\ 400x + 200y \geq 4800 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 20x + 15y. נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (8, 8) נותנת לנו מחיר מינימלי, משמע 8 קפסולות קפה, ו – 8 חבילות שוקולד.

סעיף ג': את המחיר המקסימלי נותנת לנו הנקודה (4, 16) משמע 16 קפסולות קפה, ו – 4 חפיסות שוקולד.

תרגיל 112 עמוד 108

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 4y \leq 1440 \\ 5x + 4y \leq 1800 \\ 3x + y \leq 870 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 60x + 100y.

סעיף ג': נציב את הנקודה (120, y) בפונקציית המטרה: f(120, y) = 60 · 120 + 100y = 18000.
y = 108.

תרגיל 113 עמוד 109

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 4y \leq 64 \\ 4x + 12y \leq 72 \end{cases}$.

סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).

סעיף ג': (1) פונקציית המטרה: f(x, y) = 1000x + 800y.

(2) כדי לדעת מתי נקבל רווח מקסימלי עלינו למצוא את הנקודות שמרכיבות את התחום.
(0, 8), (0, 18), (16, 0), (18, 0), (4, 6). הרווח המקסימלי יתקבל בנקודה (4, 6), משמע 6 ספות ו – 4 כורסאות.

סעיף ד': אם ייצרו רק כורסאות הרווח המקסימלי יתקבל בנקודה (6, 0), משמע 6 כורסאות.

תרגיל 114 עמוד 110

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \end{cases}$.

סעיף ב': סרטוט תחום מתאים (ראו דפי תשובות). הקודקודים: (0, 0), (0, 30), (30, 0).
סעיף ג': כן, הנקודה נמצאת בתחום האפשרי (סכום השיעורים הוא 30), המשמעות: הנגרייה מייצרת 20 שולחנות כתיבה, ו – 10 שולחנות אוכל.
סעיף ד': פונקציית המטרה: f(x, y) = 100x + 500y.
סעיף ה': המפעל רוצה להרוויח 8,500 שקלים, הרווח עבור 12 שולחנות הוא 6,000 שקלים, משמע המפעל צריך לייצר עוד 5 שולחנות אוכל.
סעיף ו': הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה (30, 0), משמע 30 שולחנות אוכל ללא שולחנות כתיבה.

תרגיל 115 עמוד 110

סעיף א' (1) מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 300 \\ y \geq 4x \end{cases}$.

(2) סרטוט התחום (ראו דפי תשובות).

(3) שיעורי הקודקודים: (0, 0), (0, 300), (300, 0), (240, 60).

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 100x + 200y.
סעיף ג': (1) הנקודה בה אנו מקבלים הוצאה מינימלית היא (240, 60), משמע 60 אלבומים רגילים ו – 240 אלבומים מיוחדים.
(2) ההוצאה היא 54,000 שקלים.

תרגיל 116 עמוד 111

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 12y \geq 96 \\ 20x + 8y \leq 160 \end{cases}$.

סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות). מציאת קודקודים: (0, 0), (0, 16), (0, 8), (8, 0), (20, 0), (5, 6).
סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 50x + 35y.
סעיף ד': נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה ונקבל כי הנקודה (20, 0) תיתן לנו את ההכנסה המקסימלית, משמע 20 זרים קטנים (ללא זרים גדולים).
סעיף ה': נציב את הנקודה (6, 8) בכל אחד מהאילוצים, ונראה כי היא לא נמצאת בתחום, ולכן תמר לא תוכל לספק את ההזמנה.

בספר יש יישומון שיכול לעזור לנו בפתרון השאלה.

תרגיל 117 עמוד 112

בכיתות מתקשות נבנה טבלה:

	עובדים	ילדים	מחיר
אוטובוסים	40	4	3000
מיניבוסים	10	8	2000

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 40x + 10y \geq 320 \\ 4x + 8y \geq 60 \\ x + y \leq 14 \end{cases}$.

סעיף ב': פונקציית המטרה: f(x, y) = 3000x + 2000y.
סעיף ג': (1) נציב כל אחת מהנקודות שבתחום בפונקציית המטרה, ונראה כי הנקודה (4, 7) נותנת לנו הוצאה מינימלית, משמע 7 אוטובוסים ו – 4 מיניבוסים.
(2) ההוצאה המינימלית היא 29,000 שקלים.
סעיף ד': הזמנה של 6 אוטובוסים ו – 7 מיניבוסים, משמע הנקודה (7, 6) לא נמצאת בתחום.

תרגיל 118 עמוד 113

בכיתות מתקשות נרשום את מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 40y \geq 1000 \\ 30x + 24y \geq 420 \\ 15x + 4y \geq 120 \end{cases}$

סעיף א': (1) לא הרופא חייב את המטופל לאכול משני סוגי המזון.

(2) כן, מספר היחידות נמצא בתחום האילוצים.

סעיף ב': נציב את הנקודה (12, 6) בכל אחד מהאילוצים, ונראה כי הנקודה לא מקיימת את האילוץ השלישי, כמו הפחמימות אינה מספקת.

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 12x + 8y.

סעיף ד': נציב כל אחת מהנקודות שבתחום בפונקציית המטרה, ונראה כי הנקודה (10, 6) נותנת הוצאה מינימלית, משמע 6 יחידות מזון סוג א', ו – 10 יחידות מזון סוג ב'.

משנים את אחד האילוצים: 100x + 40y ≤ 1200.

סעיף ה': (1) כן, הנקודה (17, 4) נמצאת בתחום.

(2) התשלום: 184 שקלים = 17 · 8 + 4 · 12 = f(4, 17).

תרגיל 119 עמוד 114

סעיף א': מערכת האילוצים: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 27 \\ 30000x + 21000y \leq 720000 \end{cases}$.

סעיף ב': סרטוט התחום האפשרי (ראו דפי תשובות).

הקודקודים הם: (0, 0), (0, 27), (27, 0), (0, 24), (10, 17).

סעיף ג': פונקציית המטרה: f(x, y) = 8000x + 6000y.

סעיף ד': נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה, ונקבל כי הנקודה (10, 17) נותנת הכנסה מקסימלית, משמע 17 עובדים מנוסים ו – 10 עובדים מתלמדים.

סעיף ה': ההכנסה החודשית הכוללת היא 196,000 שקלים.

סעיף ו': (1) כן, המצב החדש תואם למערכת האילוצים, החלפת עובד מנוסה בעובד מתלמד מקטינה את ההוצאות.

(2) כן, ההוצאה קטנה ב – 9000 שקלים, אולם ההכנסות קטנו ב – 2000 שקלים בלבד, ולכן נשאר "עודף" של 7000 שקלים.

תרגיל 120 עמוד 115

בכיתות מתקשות נמלא טבלה:

	עץ	אלומיניום	
כסאות בית	0.5	0.5	
כסאות גינה	0.8	0.6	

סעיף א': העלות לייצור כיסא בית היא 53 שקלים = 0.5 · 6 + 0.5 · 100.

העלות לייצור כיסא גינה היא 83.6 שקלים = 0.6 · 6 + 0.8 · 100.

סעיף ב': האילוצים: x + y ≥ 500, ו – y ≥ 110.

נפתור את מערכת המשוואות ונמצא כי: A(500, 0), המשמעות 500 כסאות גינה ו – 0 כסאות בית.

B(390, 110), המשמעות 390 כסאות בית ו – 110 כסאות גינה.

סעיף ג': (1) הנקודה היא (600, 120) והיא נמצאת בתחום האפשרי.

(2) הנקודה היא (90, 300) והיא אינה נמצאת בתחום האפשרי.

סעיף ד': על ציר ה – y מנקודה A ומעלה.

סעיף ה': העלות המינימלית מתקבלת בנקודה (390, 110).

הערה: לא מצאנו לנכון להוסיף תרגילים.
בספר יש תרגילים רבים המיועדים לכלל התלמידים בכל רמה (פריסה ופירוט באתר).
כמו כן יש באתרנו תרגול נוסף ומבדקים.

הערכה חלופית:
נבקש מהתלמידים לחפש בעיתונות או במרשתת בעיה מחיי היומיום המצריכה תכנון ליניארי (ניתן גם להמציא בעיה), להציג את הנתונים ולבקש מתלמידי הכיתה לפתור.

אשכול התמצאות במישור ובמרחב

היקף הלימוד: 30 שעות.
חלוקת היחידות
יחידה ראשונה (20 שעות) גיאומטריה במרחב.
יחידה שנייה (10 שעות) ראייה מרחבית.

יחידה שנייה - גיאומטריה במרחב

תכנים/נושאים מתמטיים (יוצגו בהקשר האורייני)
חישובי נפחים, שטח מעטפת ושטח פנים של הגופים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה ישרה שבסיסה משולש, פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע או משולש), פירמידה לא ישרה שאחד המקצועות הצדדיים מאונך לבסיס, גליל ישר, חרוט ישר וכדור.

תכנים הנלמדים ביחידה זו:
הכרת התכונות של הגופים הנ"ל.
נוסחאות לחישוב שטח מעטפת של הגופים הנ"ל.
נוסחאות לחישוב שטח הפנים של הגופים הנ"ל.
נוסחאות לחישוב נפח של הגופים הנ"ל.

תכנים נלווים ליחידה זו:
אחוזים.
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.
תכונות של צורות גיאומטריות שנלמדו בעבר.

<u>מטרות כלליות</u>

1. התלמיד יבין את המשמעות של מושג הנפח.
2. התלמיד יכיר את התכונות של הגופים.
3. התלמיד יכיר את הנוסחאות לחישוב נפח, שטח מעטפת ושטח הפנים של גוף בהקשר האורייני של השאלה.
4. התלמיד יפתח את היכולת להבין את המידע המוצג בייצוגים שונים (מילולי, וויזואלי, סימבולי – חשבוני או אלגברי).
5. התלמיד יפתח את היכולת לעבור בין הייצוגים השונים (מעבר מייצוג מילולי לייצוג וויזואלי וסימבולי, מעבר מייצוג וויזואלי לייצוג סימבולי).
6. התלמיד יבין מהי ההשפעה של שינוי של אחד או יותר ממדי הגוף על הנפח/שטח המעטפת/שטח הפנים של הגוף – בהקשר האורייני.
7. התלמיד יפעיל שיקולי כדאיות בסיטואציות אורייניות הדורשות השוואה, תוך חישוב של נפח/שטח מעטפת/שטח פנים של הגופים.
8. התלמיד יבין את הצורך בהמרת יחידות, ויפתח יכולת להמיר בין יחידות שונות.

<u>מטרות אופרטיביות</u>

1. התלמיד יידע להסביר מה משמעות מושג הנפח.
2. התלמיד יידע להסביר מה מייצג הנפח/שטח המעטפת/שטח הפנים של גוף בהקשר האורייני.
3. בהקשר אורייני, בו מוצגת השאלה בצורה מילולית, התלמיד יתרגם את הנתונים לנתונים סימבוליים (חשבוניים או אלגבריים).
4. בהקשר אורייני, בו נתוני השאלה מוצגים בצורה וויזואלית (סרטוט/תרשים), התלמיד יתרגם את הנתונים לייצוג סימבולי (חשבוני או אלגברי).

5. בהקשר אורייני, התלמיד ייחשב (חישוב מספרי או ייצוג אלגברי) את הנפח/שטח המעטפת/שטח הפנים של הגוף.
6. בהקשר אורייני, בהינתן נפח או שטח פנים או שטח מעטפת של גוף, ונתונים נוספים במידת הצורך, התלמיד ימצא את המדים החסרים של הגוף – חישוב מספרי, או ייצוג אלגברי.
7. בהקשר אורייני, שבו נתונות מספר אפשרויות ויש לקבל החלטה לגבי המצב הרצוי, התלמיד יקבע מהי האפשרות המועדפת – באמצעות מציאת נפח/שטח הפנים/שטח המעטפת הנדרש ו/או באמצעות חישוב העלות הנדרשת – חישוב מספרי או ייצוג אלגברי (כולל שימוש בתכונות של הגופים, ושימוש בנוסחאות).
8. בהקשר האורייני, בהינתן שינוי שחל בממדי הגוף (הגדלה/הקטנה פי/ב ערך מסוים הנתון ביחידות אורך או באחוזים),התלמיד ימצא את הנפח/שטח המעטפת/שטח הפנים לאחר השינוי – באופן מספרי או ייצוג אלגברי ולהיפך: בהינתן הגודל לפני ואחרי השינוי, התלמיד ימצא מהו השינוי שחל.
9. התלמיד ימיר יחידות שטח (סמ"ר למ"ר ולהיפך) או יחידות נפח (סמ"ק למ"ק ולהיפך).

<u>דגשים והבהרות</u>

יחידה זו מהווה המשך של גיאומטריה במישור, ובכך מושגת ספירליות בהוראת הגיאומטריה.

ביחידה זו נעשה שימוש בנושאים שנלמדו בגיאומטרית המישור, כגון: חישובי שטחים של צורות לצורך חישוב שטח הפנים ו/או שטח המעטפת.

מומלץ לשלב שימוש בנחשב, כגון: יישומונים, תוכנה גרפית המאפשרת סרטוט גופים וכו'.

יחידה שנייה
גיאומטריה במרחב

ביחידה זו נלמד על התכונות של גופים במרחב. נכיר נוסחאות לחישוב נפח גופים, שטח מעטפת ושטח פנים.
ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:
סוגי משולשים ותכונותיהם.
סוגי מרובעים ותכונותיהם.
משפט פיתגורס.
שטח עיגול והיקף מעגל.
פתרון משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.
אחוזים.

תזכורת עמוד 129

בתזכורת אנו חוזרים על מושגים שנלמדו בבית הספר היסודי, בחטיבת הביניים ובתיכון.

הידעתם עמוד 129

גיאומטריה במרחב המשמשת אותנו בחיי היומיום: בבדיקות כגון MRI ו – CT, משימות בחלל וכו'.
כפתיחה לנושא כדאי להגיע לכיתה עם גופים שונים הסובבים אותנו כמו כדור, קובייה, קופסה מלבנית, משפך (בצורת חרוט) וכו'.
ניתן גם להביא לכיתה פלסטלינה (או כל חומר גמיש אחר), דוקים, שיפודי עץ, או עזרים דומים כדי שהתלמידים יוכלו לבנות בעצמם דגמים תלת-ממדיים.

<u>משימת פתיחה</u> עמוד 130

התלמידים נדרשים למיין את הגופים לקבוצות שונות (מנסרה משולשת, גליל, חרוט, כדור, פירמידה).

משמעות הנפח, שטח הפנים ושטח המעטפת

בפרק זה נתמקד במשמעות הנפח, שטח המעטפת ושטח הפנים של גופים תלת-ממדיים בהקשר למצב האורייני מחיי היומיום.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **0.5 שעות**

<u>הסבר ודוגמה פתורה – משמעות הנפח, שטח המעטפת ושטח הפנים</u>, עמוד 131

נזכיר את המושגים: נפח, שטח מעטפת ושטח פנים (נלמד כבר בחטיבת הביניים).
בכיתות מתקשות נגיע לכיתה עם פריסה של גופים שונים, נמחיש ונזכיר לתלמידים מה ההבדל בין שטח מעטפת לשטח פנים, ואת משמעות המושג נפח ("למלא" את הגוף).

דוגמה

שלוש תמונות של גופים. קביעה האם יש משמעות לשטח מעטפת, שטח פנים ונפח של כל אחד מהגופים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 1 עמוד 132

התלמידים נדרשים לתת דוגמה מחיי היומיום למצב בו נדרש חישוב נפח (בריכת שחייה, גביע גלידה...)
חישוב שטח המעטפת (אריזה של קופסת שימורים, ציפוי סביב עוגה ללא הבסיסים...) וישוב שטח הפנים (אריזת מתנה, כיסוי בצבע של גוף...).

תרגיל 2 עמוד 132

כמו בדוגמה הפתורה, נתונים 6 גופים, התלמידים נדרשים לענות האם יש משמעות לנפח/שטח מעטפת/שטח פנים, ומן הסבר לתשובה.

תיבה (כולל קובייה)

בפרק זה נחזור על נושא שנלמד בחטיבת הביניים
נעסוק בחישוב מספרי או אלגברי של נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של תיבה.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

הערה: ביחידה זו וגם בהמשך התלמידים נדרשים לעסוק בהמרת יחידות.
בכיתה י' וגם בכיתה י"א עסקנו בכך, וגם צירפנו נספח עם הסבר ותרגול.
לטובת תלמידים מתקשים (וגם רגילים) אנו מספקים הסבר נוסף ותרגול.
המעבר מס"מ ל מ' או להיפך הוא חילוק/הכפלה ב – 100.
המעבר מסמ"ר ל מ"ר או להיפך הוא חילוק/הכפלה ב- 10,000. מדוע? a סמ"ר = 100 · 100 · a מ"ר.
המעבר מס"מ לסמ"ק או להיפך הוא חילוק/הכפלה ב - 1,000,000. מדוע?
a סמ"ק = 100 · 100 · 100 · a מ"ק.
תרגול

הגודל ב ס"מ	הגודל בסמ"ר	הגודל בסמ"ק
40,000,000		
	5,000	
		0.5
		1.2
	60,000	
30,000		
2,500		
		0.07
	650	

הגודל ב ס"מ	הגודל בסמ"ר	הגודל בסמ"ק
40,000,000	4,000	40
50,000	5,000	50
500,000	50	0.5
1,200,000	120	1.2
600,000,000	60,000	600
30,000	3	0.03
2,500	0.25	0.025
700,000,000	70,000	0.07
6,500,000	650	6.5

הערה חשובה: לעיתים אנו פותרים תרגיל בשלבים, ומעגלים את התוצאה (שתיים או שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרוני), ולעיתים אנו פותרים באופן מיידי.
פעולה זו עלולה לתת פתרון קרוב לתשובה שבספר, הסבירו לתלמידים כי זו לא שגיאה.
<u>הסבר ודוגמה פתורה – נפח תיבה וקובייה</u>, עמודים 133, 134
תזכורת: מהי תיבה.
6 מלבנים המרכיבים את התיבה ונקראים **<u>פאות</u>**, הקטעים המרכיבים את המסגרת נקראים **<u>מקצועות</u>** (ניתן להמחיש באמצעות בניית סוכה – נדרשים 12 מקצועות) ו – 6 **<u>קודקודים</u>**.
קובייה היא תיבה שבה שלושת הממדים שווים (אורך, רוחב, גובה).
נפח: **נפח תיבה** היא מכפלת שלושת הממדים שלה: **$V = a \cdot b \cdot h$**.
דוגמה: מציאת נפח קובייה ונפח תיבה שממדיהם נתונים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
הקפידו להדגיש את ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.
תרגיל 3 עמוד 134
מציאת הנפח של 6 תיבות (הצבה בנוסחה).
תרגיל 4 עמוד 135
מציאת נפח תיבה (או קובייה) של גופים מחיי היומיום.

תרגיל 5 עמוד 135

מציאת נפח תיבה כאשר הממדים נתונים לא באותה מידת אורך (מ'/ס"מ).

התלמידים יכולים לבחור בין המרת הנתונים לס"מ, או למ'.

תרגיל 6 עמוד 135

מזוודה בממדים מסוימים.

סעיף א': חישוב נפח.

סעיף ב': הכנסת מטרייה למזוודה, האם אפשרי?

תרגיל 7 עמוד 136

סעיף א': נפח כל ארגז קרטון הוא: 0.125 מ"ק = $0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5$.

סעיף ב': נפח תא המטען הוא: 12 מ"ק = $3 \cdot 2 \cdot 2$.

סעיף ג': 96 ארגזים. $96 = 0.125 : 12$.

<u>הסבר ודוגמה פתורה, שטח מעטפת ושטח פנים של תיבה וקובייה</u>, עמודים 136 - 138

בסיס התיבה הם הפאה שעליה מונחת התיבה, והפאה הנגדית לה.

ניתן להמחיש בכיתה, באמצעות תיבה שנניח אותה בכל פעם על פאה אחרת.

ארבעת המלבנים הנותרים נקראים **פאות צדדיות** והם מרכיבים את ה**מעטפת**.

שטח המעטפת הוא סכום השטחים של 4 הפאות הצדדיות: $M = 2 \cdot a \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$.

או: $M = 2 \cdot (a \cdot h + b \cdot h)$.

שטח הפנים של תיבה הוא סכום שטחי כל הפאות המרכיבות את התיבה: $F = 2(a \cdot h + b \cdot h + a \cdot b)$, או $F = M + 2 \cdot a \cdot b$.

דוגמה: מציאת שטח מעטפת ושטח פנים של קובייה ושל תיבה.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

חשוב לדון בכיתה על ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.

בספר מצורפת טבלה מתוך נוסחאון של משרד החינוך.

כדאי שכל תלמיד יהיה מצויד בנוסחאון על מנת להקל את "החיפוש" אחר הנוסחה המתאימה, וכן יתרגל להשתמש בנוסחאון עד לבחינת הבגרות.

תרגיל 8 עמוד 139

מציאת שטח המעטפת ושטח הפנים של 6 תיבות.

תרגיל 9 עמוד 139

מציאת שטח המעטפת ושטח הפנים של גופים מחיי היומיום.

<u>דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – תיבה וקובייה</u>, עמוד 140

נתונות 3 תיבות. לכל תיבה נתון נפחה, ושני ממדים. התלמידים נדרשים למצוא את הממד החסר (פתירת משוואה ממעלה ראשונה).

תרגיל 10 עמוד 141

6 תיבות מציאת הממד החסר (כמו בדוגמה הפתורה).

תרגיל 11 עמוד 141

מציאת הממד החסר על-פי הנתונים של תיבות מחיי היומיום.

<u>דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – תיבה</u>, עמוד 142

האם נייר העטיפה יספיק לעטיפת 3 מתנות.

שימו לב שמידות המתנה בס"מ, ומידת נייר העטיפה במ"ר.

תרגיל 12 עמוד 142

מציאת שטח בד לבניית סוכה.

התלמידים נדרשים להבין כי שטח הבד משמעו מציאת שטח המעטפת.

23.1 מ"ר = $(3.5 \cdot 2.1 + 2 \cdot 2.1) \cdot 2$ = שטח המעטפת = M.

תרגיל 13 עמוד 143

נתון משטח לחיתוך עץ.

נמיר את יחידת האורך: 40 ס"מ = $0.4 \cdot 100$.

סעיף א': נפח משטח העץ משמעו, כמו העץ הדרושה לבניית המשטח. שטח המעטפת: השטח של המשטח שאינו שימושי. שטח הפנים – השטח שיש לנקות לאחר השימוש, או השטח שנדרש לצפות בחומר הגנה

כאשר בונים את המשטח.
סעיף ב': הנפח: 2,000 סמ"ק $= 40 \cdot 2 \cdot 25$, שטח המעטפת: 260 סמ"ר $= (25 \cdot 2 + 40 \cdot 2) \cdot 2$.
שטח הפנים: 2,260 סמ"ר $= 2{,}000 + 40 \cdot 2 \cdot 2$.
תרגיל 14 עמוד 143
סעיף א': נחשב את שטח הפנים של התיבה:
3910 סמ"ר $= (18 \cdot 35 + 18 \cdot 25 + 35 \cdot 25)2 = F$ = שטח פנים.
סעיף ב': שטח הפנים של 3 קופסאות בסמ"ר הוא 11,730 סמ"ר שהם 1.173 מ"ר.
סעיף ג': נחלק ונקבל: $1.955 = 0.6 : 1.173$, משמע 2 בקבוקי צבע.
תרגיל 15 עמוד 143
סעיף א': נפח הסבון: $36x$ סמ"ק $= x \cdot 6 \cdot 6$. (בסיס הסבון ריבוע).
סעיף ב': $36x = 90$, 2.5 ס"מ $= x$.
סעיף ג': 60 סמ"ר $= (2.5 \cdot 6 + 2.5 \cdot 6) \cdot 2$.
סעיף ד': שטח הפנים: נוסיף לשטח המעטפת את שטח שני הבסיסים (36 סמ"ר כל אחד) ונקבל 132 סמ"ר.
תרגיל 16 עמוד 143
סעיף א': $300 + 30x$ סמ"ר $= (15 \cdot x + 15 \cdot 10) \cdot 2$.
סעיף ב': $30x + 300 = 480$. $30x = 180$, 6 מ' $= x$.
סעיף ג': 900 מ"ק $= 15 \cdot 10 \cdot 6$.
תרגיל 17 עמוד 144
סעיף א': שטח ההדום: $6x^2$ = שטח הפנים $= F$ (שטח כל פאה x^2 ויש 6 פאות).
סעיף ב': $6x^2 = 1.5$, $x^2 = 0.25$, 0.5 מ' $= x$ (פוסלים את התוצאה השלילית).
סעיף ג': המשמעות של שטח הפנים היא מהו שטח הבד הדרוש לעטיפת החלק החיצוני של ההדום.
סעיף ד': שטח המעטפת: 1 מ"ר. משטח הפנים מחסרים את שטח שני הבסיסים.
תרגיל 18 עמוד 144
שימו לב שיש לעשות המרת נתונים: 55 ס"מ = 0.55 מ'.
סעיף א': $2200x$ סמ"ק $= x \cdot 55 \cdot 40$ = נפח $= V$. אפשרות נוספת: $0.22x$ מ"ק $= x \cdot 0.4 \cdot 0.55 = V$.
סעיף ב': $0.22x = 0.44$, 2 מ' $= x$. אורך המושב הוא 2 מ'.
סעיף ג': 2.04 מ"ר $= (0.4 \cdot 0.55 + 0.4 \cdot 2) \cdot 2$.
סעיף ד': כדי למצוא את שטח הפנים יש להוסיף את שטח שני הבסיסים (כל אחד 1.1 מ"ר), ביחד 4.24 מ"ר.
תרגיל 19 עמוד 144
סעיף א': $2100 + 130x = (30 \cdot 35 + x \cdot 30 + x \cdot 35) \cdot 2$ = שטח פנים $= F$.
סעיף ב': $130x + 2100 = 9900$, 60 ס"מ $= x$.
סעיף ג': אורך המקצוע השלישי הוא 60 ס"מ, ולכן המברג יוכל להיכנס לארגז הכלים.
סעיף ד': 63,000 סמ"ק $= 60 \cdot 30 \cdot 35$ = נפח $= V$.
תרגיל 20 עמוד 144
ממד I = 1 מ', ממד II = x מ', ממד III = $2x$ מ'.
סעיף א': $2x^2$ מ"ק $= 1 \cdot x \cdot 2x$ = נפח $= V$.
סעיף ב': $2x^2 = 2$, $x^2 = 1$, $x = 1$, (אין משמעות לתוצאה השלילית). ממדי הארגז: 1 X 1 X 2 מ'.
סעיף ג': 10 מ"ר $= (1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2) \cdot 2$.
סעיף ד': כל אחד ממדי המקרר, קטן מכל אחד ממדי הארגז, ולכן המקרר יוכל להיכנס.
דיון אפשרי: האם יש צורך לחשב את נפח המקרר? האם ייתכן שיש מקרר שנפחו קטן מנפח הארגז, אך הוא לא יוכל להיכנס? (למשל 1344מ"ק $= 0.8 \cdot 0.8 \cdot 2.1 = V$).
תרגיל 21 עמוד 145
ממדי הקופסה: $5x \cdot x \cdot x$ (בסיס הקופסה הוא ריבוע).
סעיף א': $22x^2$סמ"ר $= (x \cdot x + x \cdot 5 + x \cdot 5) \cdot 2$.
סעיף ב': $22x^2 = 2662$, 11ס"מ $= x$ (פסלנו את התוצאה השלילית). ממדי הקופסה: 11 X 11 X 55ס"מ.
סעיף ג': נפח הקופסה: 6,655סמ"ק $= 11 \cdot 11 \cdot 55$.
תרגיל 22 עמוד 145
דומה לתרגיל הקודם.

ממדי הקופסה: $x \cdot x \cdot 20$ ס"מ.

סעיף א': שטח המעטפת: M = שטח המעטפת = $2 \cdot (20x + 20x) = 80x$ סמ"ר.

סעיף ב': $80x = 560$, $x = 7$ ס"מ.

סעיף ג': (1) V = נפח = $20 \cdot 7 \cdot 7 = 980$ סמ"ק.

(2) לא נפח הקופסה הוא 980 סמ"ק בלבד.

סעיף ד': $F = 2 \cdot 7 \cdot 7 + 560 = 658$ סמ"ר.

תרגיל 23 עמוד 145

גובה הקופסה: x ס"מ, אורך מקצוע: $2x$ ס"מ, אורך מקצוע: 20 ס"מ.

סעיף א': V (נפח התיבה) $= 40x^2$ סמ"ק, $40x^2 = 1000$, $x = 5$ ס"מ. ממדי התיבה: $20 \times 10 \times 5$ ס"מ.

סעיף ב': גובה הקופסה הוא 5 ס"מ, נחלק ב – 0.1 ונקבל: $5 : 0.1 = 50$, 50 ניירות טישו.

סעיף ג': שטח המעטפת: $2 \cdot (20 \cdot 5 + 10 \cdot 5) = 300$ סמ"ר.

תרגיל 24 עמוד 146

סעיף א': נסמן ב – x ס"מ, את גובה המאפה, רוחב המאפה: $2x$ ס"מ, אורך המאפה: $2x + 9$ ס"מ.

סעיף ב': $2 \cdot ((2x + 9) \cdot x + 2x \cdot x) = 126$, $2 \cdot (2x^2 + 9x + 2x^2) = 126$, $8x^2 + 18x - 126 = 0$.

$x = 3$, (הפתרון השלילי נפסל). ממדי המאפה: $15 \times 6 \times 3$ ס"מ.

סעיף ג': נפח המאפה: $V = 15 \cdot 6 \cdot 3 = 270$ סמ"ק.

סעיף ד': לא, המאפה לא ייכנס לקופסה, יש מגבלה בשני ממדים (הרוחב והגובה).

ניתן לערוך דיון ולבקש מהתלמידים להציע מאפה אחר באותו נפח כך שייכנס לקופסה.

תרגיל 25 עמוד 146

סעיף א': גובה החדר: x מ', אורך החדר: $2x$ מ', רוחב החדר: $2x - 2$ מ'.

בכיתות מתקשות: אם אורך החדר גדול ב – a מ' מרוחב החדר, אזי רוחב החדר קטן ב – a מ' מאורכו.

סעיף ב': $2 \cdot ((2x - 2) \cdot x + 2x \cdot x) = 60$, $2 \cdot (2x^2 - 2x + 2x^2) = 60$, $8x^2 - 4x - 60 = 0$.

$x = 3$ (הפתרון השלילי נפסל), גובה החדר: 3 מ', אורך החדר: 6 מ', רוחב החדר: 4 מ'.

סעיף ג': נפח החדר: $6 \cdot 4 \cdot 3 = 72$ מ"ק.

סעיף ד': משטח המעטפת יש לחסר את שטח החלון, ונקבל 56.25 מ"ר.

סעיף ד': שטח התקרה הוא 24 מ"ר, השטח לצביעה: 80.25 מ"ר.

תרגיל 26 עמוד 146

סעיף א': $40 \cdot 40 \cdot x = 7200$, $x = 4.5$ ס"מ.

סעיף ב': $x^3 = 74088$, $x = 42$ ס"מ. אורך המקצוע: 42 ס"מ.

סעיף ג': גובה 10 פיצות הוא 45 ס"מ, ולכן לא ניתן להכניסן לתיק של השליח.

סעיף ד': 10,584 סמ"ר.

תרגיל 27 עמוד 147

רוחב המזרן: x מ', אורך המזרן: $2x$ מ', גובה המזרן: 0.2 מ'.

סעיף א': $2x \cdot x \cdot 0.2 = 0.4$, $0.4x = 0.4$, $x = 1$. ממדי המזרן: $1 \times 2 \times 0.2$ מ'.

סעיף ב': $2 \cdot (1 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.2) = 1.2$ מ"ר, $2 \cdot (100 \cdot 20 + 200 \cdot 20) = 12000$ סמ"ר.

סעיף ג': נוסיף לשטח המעטפת את סכום שטחי הבסיסים (4 מ"ר), ונקבל 5.2 מ"ר.

סעיף ד': שטח הפנים הוא למעשה כמות הבד הדרושה לציפוי המזרן.

תרגיל 28 עמוד 147

סעיף א': $0.2 \cdot 1{,}000{,}000 = 200{,}000$ סמ"ק.

סעיף ב': $x \cdot x \cdot 20 = 200000$, $x^2 = 10{,}000$, $x = 100$ ס"מ (פסלנו את הפתרון השלילי).

שטח הבסיס הוא 10,000 סמ"ר, או 1 מ"ר.

סעיף ג': אורך צלע הבסיס: 1 מ' = 100 ס"מ.

סעיף ד': כן, כל ממד של הבריכה קטן מאחד הממדים של המרפסת.

תרגיל 29 עמוד 147

התיבה דומה לקובייה הונגרית שהיא בצורת קובייה, וזה עלול להטעות.

ניתן ליצור תיבה כזו במדפסת תלת-ממד ולהביא לכיתה.

סעיף א': (1) אורך התיבה מורכב מ – 2 קוביות, רוחב התיבה מורכב מ – 2 קוביות, וגובה התיבה מורכב מ – 3 קוביות.

(2) ממדי התיבה הם: 2 X 2 X 3 ס"מ.
(3) נפח התיבה: 12 סמ"ק = $3 \cdot 2 \cdot 2$.
סעיף ב': (1) 1 מ'.
(2) אורך התיבה הוא 1 מ' = 100 ס"מ, ולכן נכנסות 100 קוביות קטנות.
(3) 1,000,000 קוביות: $100 \cdot 100 \cdot 100$.

תרגיל 30 עמוד 148

סעיף א': $x^3 = 3,375$, $x =$ 15 ס"מ. מידות התמונה: 15 X 15 ס"מ.
סעיף ב': שטח הפנים: 1,350 סמ"ר = $6 \cdot 15 \cdot 15$.
סעיף ג': להכנת 30 קוביות נדרש נייר בשטח 40,500 סמ"ר.
סעיף ד': (1) שטח הנייר הוא: 33,750 סמ"ר, שטח תמונה אחת 225 סמ"ק, נחלק ונקבל 150 תמונות.
ניתן לפשט את ההסבר: רוחב הגיליון 30 ס"מ, ולכן ניתן להניח שתי תמונות, אורך הגיליון 1,125 ס"מ, ולכן ניתן להניח 75 תמונות, ביחד 150 תמונות.
(2) שטח הפנים של קובייה אחת הוא 1,350 סמ"ר, שטח הגיליון הוא 33,750 סמ"ר, נחלק ונקבל 25 קוביות.
סעיף ה': גיליון נייר אחד מספיק ל – 25 קוביות להכנת 120 קוביות נצטרך 5 גיליונות נייר (יישאר עודף).

תרגיל 31 עמוד 148

סעיף א': נציב בנוסחה: $70 = 2h(3 + 4)$, $h =$ 5 ס"מ.
סעיף ב': נציב בנוסחה: $M = 2a(a + a)$, $M = 4a^2$.
סעיף ג': נציב בנוסחה: $M = 2h(a + a)$, $M = 4ah$.
ניתן לערוך דיון ושאול האם היינו צריכים לכתוב מחדש את הנוסחה או להסתפק בסעיף ב'?
ההבדל בין סעיף ב' לסעיף ג' הוא: $a = h$, ולכן $4a^2 = 4 \cdot a \cdot a = 4 \cdot a \cdot h = 4ah$.

תרגיל 32 עמוד 148

סעיף א': $7650 = ab + 100b + 50a$, $ab + 50a = 7650 - 100b$, $a(b + 50) = 7650 - 100b$.
$$a = \frac{7650-100b}{b+50}$$
סעיף ב': נחשב את a: $a = \frac{7650-100 \cdot 60}{60+50}$, $a = 15$ – לא הגיוני.
סעיף ג': $12925 = 85b + 2bc + 85c$, $2bc + 85b = 12925 - 85c$, $b(2c + 85)$, $b = \frac{12925-85c}{2c+85}$.
סעיף ד': נציב בנוסחה: $b = \frac{12925-85 \cdot 52}{104+85}$, $b =$ 45 ס"מ.

מנסרה ישרה שבסיסה משולש

בפרק זה נחזור על נושא שנלמד בחטיבת הביניים, והוא מנסרה ישרה שבסיסה משולש.
ייתכן שהנושא לא נלמד בעבר, ולכן נתייחס לנושא כאילו נלמד בפעם הראשונה (מה גם שעבר זמן רב מאז נחשפו התלמידים לנושא).
נעסוק במצבים מחיי היומיום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

<u>הסבר ודוגמה פתורה – נפח מנסרה ישרה שבסיסה משולש</u>, עמודים 149 - 151

מנסרה ישרה שבסיסה משולש מורכבת משתי פאות בצורת משולש, שהם בסיסי המנסרה, ושלוש פאות מלבניות שהן פאות המנסרה.
כדאי להגיע לכיתה עם דגם שהוא פריסה של מנסרה ישרה שבסיסה משולש כדי שהתלמידים יבינו בצורה מוחשית את פאות ובסיסי המנסרה.
ניתן להגיע עם דגמים מפלסטיק, פלסטלינה ושיפודי עץ לשם המחשה (דגמים לרכישה ניתן למצוא ברשת).
נדגיש מהם מקצועות המנסרה, ומהם הגבהים.
נפח המנסרה: שטח בסיס המנסרה X גובה המנסרה: $V = S \cdot h$ (שטח הבסיס = S, גובה = h).
נדגיש בסיס המנסרה יכול להיות משולש כלשהו.

דוגמה עמוד 150
בדוגמה נתונות שלוש מנסרות.
מנסרה שבסיסה משולש ישר-זווית (קל לחשב את שטח הבסיס), מנסרה שבסיסה משולש שווה-שוקיים, ומנסרה שבסיסה משולש שווה-צלעות. בשני המקרים אנו חייבים למצוא את גובה משולש הבסיס על מנת לחשב את שטחו.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
__בכיתות מתקשות__ נצבע בצבע אחד את המשולש שהוא בסיס המנסרה, ואת הגובה לצלע ידועה בצבע אחר. נצבע את גובה המנסרה בצבע שלישי, וכך יוכלו התלמידים לזהות איזה משולש הוא בסיס המנסרה, האם הגובה נתון או יש לחשב אותו, מהו גובה המנסרה, ואז יחשבו את מה שיש לחשב.
הידעתם עמוד 151
מידע על מנסרה (פריזמה) באופטיקה.
תרגיל 33 עמוד 152
סעיף א': בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית ששטחו 150 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 1,500 סמ"ק.
סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים שגובהו 12 ס"מ (פיתגורס), שטח הבסיס הוא 60 סמ"ר, ונפח המנסרה הוא 480 סמ"ק.
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שגובהו 8.66 ס"מ, שטח בסיס הוא 43.3 סמ"ר, ונפח המנסרה הוא 303.1 סמ"ק.
סעיף ד': בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית ששטחו 24 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 288 סמ"ק.
סעיף ה': בסיס המנסרה הוא משולש שונה-צלעות ששטחו 12 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 132 סמ"ק.
סעיף ו': בסיס המנסרה הוא משולש שונה-צלעות ששטחו 12.5 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 25 סמ"ק.
בכיתות מתקשות הראו לתלמידים כי בסיס המנסרה בסעיפים ד', ה', ו' אינם מקבילים לקרקע.
במידת הצורך הביאו לכיתה דגם של מנסרה ישרה שבסיסה משולש והעמידו את הדגם כמו בסרטוט.
תרגיל 34 עמוד 152
סעיף א': בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ששטחו 72 סמ"ר, גובה המנסרה הוא 4 ס"מ, נפח המנסרה הוא 288 סמ"ק.
סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, אורך הגובה לבסיס הוא 6 ס"מ (פיתגורס), ושטחו הוא 48 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 240 סמ"ק.
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שגובהו הוא 12.124 ס"מ, שטח בסיס המנסרה הוא 84.87 סמ"ר, ונפח המנסרה הוא 254.61 סמ"ק.
סעיף ד': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שגובהו 43.301 ס"מ, שטח בסיס המנסרה הוא 1082.5 סמ"ר, ונפח המנסרה הוא 75,775.22 סמ"ק. (התשובה שונה מאשר בספר בגלל "עיגול" תוצאה).
סעיף ה': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, אורך הגובה לבסיס הוא 12 ס"מ, שטח הבסיס הוא 60 סמ"ר, ונפח המנסרה הוא 300 סמ"ק.
סעיף ו': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, אורך הגובה לבסיס הוא 24 ס"מ, שטח בסיס המנסרה הוא 168 סמ"ר, נפח המנסרה הוא 5,040 סמ"ק.
__**הסבר ודוגמה פתורה – שטח מעטפת ושטח פנים של מנסרה ישרה שבסיסה משולש,**__
עמודים 153 - 155
__**תזכורת**__: בסיסי המנסרה הם שתי הפאות בצורת משולש של המנסרה ושלושת הלבנים הם המעטפת.
כל צלע של בסיס המשולש היא אחת הצלעות של אחת הפאות המרכיבות את המנסרה.
שטח המעטפת הוא היקף בסיס המנסרה כפול גובה המנסרה: $M = h(a + b + c)$.
שטח הפנים של המנסרה מורכב משטח המעטפת יחד עם סכום שני הבסיסים.
שתי דוגמאות פתורות להמחשת המושגים שנלמדו.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
תרגיל 35 עמוד 156
סעיף א': נמצא תחילה את אורך הצלע השלישית של המשולש – 20 ס"מ (פיתגורס). גובה המנסרה: 10 ס"מ.
שטח המעטפת: $M = 10(15 + 20 + 25) = 600$, 600 סמ"ר,
שטח הפנים: 900 סמ"ר = $F = 600 + \frac{2 \cdot 15 \cdot 20}{2}$.

סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, נחשב את אורך הגובה לבסיס: 24 ס"מ.
שטח המעטפת: 960 סמ"ר = $(14 + 25 + 25)15$ = M.
שטח הפנים: 1296 סמ"ר = $\frac{2\cdot 14\cdot 24}{2}$ + 960 = F = שטח פנים.
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שאורך הגובה לבסיס הוא 6.93 ס"מ.
שטח המעטפת: 120 סמ"ר = $(8 + 8 + 8)5$ = M, שטח הפנים: 175.44 סמ"ר = $\frac{2\cdot 8\cdot 6.93}{2}$ + 120 = F.
סעיף ד': בסיס המנסרה הוא משולש שונה-צלעות. נחשב את אורך שתי הצלעות שאינן נתונות: 20 ס"מ ו – 13 ס"מ (באמצעות משפט פיתגורס).
שטח המעטפת: 216 סמ"ר = $(13 + 20 + 21)4$ = M, שטח הפנים: 468 סמ"ר = $\frac{2\cdot 21\cdot 12}{2}$ + 216 = F.

תרגיל 36 עמוד 156

חישוב שטח מעטפת ושטח פנים של מנסרה מחיי היומיום.
סעיף א': בסיס המנסרה הוא משולש שונה-צלעות. נחשב את אורך שתי הצלעות שאינן נתונות: 4 מ' ו – 2.6 מ' (באמצעות משפט פיתגורס).
שטח המעטפת: 54 מ"ר = $(2.6 + 4 + 4.2)5$ = M, שטח הפנים: 64.08 מ"ר = $\frac{2\cdot 4.2\cdot 2.4}{2}$ + 54 = F.
סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, נחשב את אורך הגובה לבסיס: 1.2 מ'.
שטח המעטפת: 28.8 מ"ר = $(1 + 1.3 + 1.3)8$ = M.   שטח הפנים: 30 מ"ר = $\frac{2\cdot 1\cdot 1.2}{2}$ + 28.8 = F.
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שגובהו 5.2 מ'.
שטח המעטפת: 126מ"ר = $(6 + 6 + 6)7$ = M, שטח הפנים: 157.2מ"ר = $\frac{2\cdot 6\cdot 5.2}{2}$ + 126 = F.

<u>דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – מנסרה ישרה שבסיסה משולש</u>, עמודים 156, 157

נתונות שלוש דוגמאות בהן ניתן: נפח, או שטח מעטפת, או שטח פנים, ממד אחד חסר.
התלמידים נדרשים למצוא בעזרת משוואה את הממד החסר.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 37 עמוד 158

סעיף א': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות שגובהו 3.46 ס"מ, גובה המנסרה: x.
$41.57 = \frac{4\cdot 3.46}{2}\cdot x = V$ = נפח, 6 = x. גובה המנסרה הוא 6 ס"מ.
סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים, אורך הגובה לבסיס הוא 12 ס"מ, ולכן אורך הבסיס הוא: 7 ס"מ. אורך גובה המנסרה הוא: x ס"מ. 160 = $(7 + 12.5 + 12.5)x$ = M, 5 = x. גובה המנסרה 5 ס"מ.
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית, אורך הניצב החסר הוא 12 ס"מ, שטח בסיס המנסרה הוא 54 סמ"ר. 252 = 54 · 2 + $(9 + 12 + 15)x$ = F, 252 = 108 + 36x, 4 ס"מ = x.

תרגיל 38 עמוד 158

דומה לתרגיל 37, המנסרות מחיי היומיום.
סעיף א': בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית שאורך הניצבים: x מ' ו – 3 מ', גובה המנסרה: x מ'.
$6 = \frac{3x}{2}\cdot x = V$ = נפח, $x^2 = 4$, 2 מ' = x (פסלנו את הפתרון השלילי).
סעיף ב': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות, גובה המנסרה הוא x מ'.
0.75 = $(x + x + x)x$ = M = שטח מעטפת, $3x^2 = 0.75$, 0.5 מ' = x (פסלנו את הפתרון השלילי).
סעיף ג': בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים וישר-זווית. אורך בסיס המשולש הוא 0.84 מ'.
(הגובה לבסיס שווה למחצית הבסיס: $x^2 + x^2 = 0.6^2$). $F = x(0.6 + 0.6 + 0.84) + \frac{2\cdot 0.84\cdot 0.42}{2} = 2.8008$.
2.8008 = 2.04x + 0.3528, 1.2 מ' = x.

<u>דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – מנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה-שוקיים</u>, עמודים 158, 159

דוגמה מחיי היומיום המאגדת את כל החומר שנלמד עד כה, בשילוב ידע קודם כמו אחוזים וכו'.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 39 עמוד 159

בסיס הכריך הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.
נחשב את אורך הבסיס (16.98 ס"מ) ואת הגובה לבסיס (8.49 ס"מ) באמצעות משפט פיתגורס.

סעיף א': 432 סמ"ק = $6 \cdot \frac{12 \cdot 12}{2}$.

סעיף ב': 245.88 סמ"ר = $6 \cdot (12 + 12 + 16.98)$.

תרגיל 40 עמוד 160

סעיף א': 2,244 סמ"ר = $34 \cdot (8 + 29 + 29)$.

סעיף ב': נכפול ב – 1.2, ונקבל 2,692.8 סמ"ר.

הידעתם עמוד 160

מידע על מסבך (אלמנט הנדסי).

תרגיל 41 עמוד 160

בסיס המנסרה הוא משולש שווה-צלעות, אורך הגובה הוא 0.87 מ'.

סעיף א': 4.33 מ"ק = $V = 10 \cdot \frac{0.87 \cdot 1}{2}$ = נפח.

סעיף ב': נכפול במיליון ונקבל: 4,330,000 סמ"ק.

בכיתות מתקשות ניתן להפוך את ממדי המנסרה לס"מ, ואז לחשב.

תרגיל 42 עמוד 160

סעיף א': נחשב את אורך הגובה לבסיס המנסרה (12.1243 מ') באמצעות משפט פיתגורס, ואת שטח בסיס המנסרה (84.87 מ"ר). $V = 84.87 \cdot h = 339.48$, 4 מ' = h.

סעיף ב': שטח הפרסום, משמע שטח המעטפת: 168 מ"ר = $M = 4 \cdot (14 + 14 + 14)$.

נכפול ב – 300 שקלים, ונקבל: המחיר הכולל הוא 50,400 שקלים.

תרגיל 43 עמוד 161

סעיף א': שטח המעטפת: 540 סמ"ר = $M = 15 \cdot (12 + 12 + 12)$.

סעיף ב': נחשב תחילה את אורך הגובה של בסיס המנסרה (10.3923 ס"מ) באמצעות משפט פיתגורס.

נפח הקופסה: 935.307 סמ"ק = $V = 15 \cdot \frac{12 \cdot 10.3923}{2}$.

סעיף ג': נוסיף לשטח המעטפת את סכום שטחי שני הבסיסים ונקבל: 664.7 סמ"ר.

סעיף ד': לא! שטח הפנים גדול משטח נייר העטיפה הנתון.

תרגיל 44 עמוד 161

סעיף א': עלינו לחשב את שטח המעטפת: 3,150 סמ"ר.

פלטת העץ שקנה תספיק לבנייה (שטחה 4,800 סמ"ר).

סעיף ב': עלינו לחשב את גובה בסיס המנסרה (60.6217 ס"מ) ואת שטח בסיס המנסרה (2,121.76).

התשובה לא! $3150 + 2121.76 > 4800$.

תרגיל 45 עמוד 161

סעיף א': 48x + 221.7 סמ"ר = $F = x(16 + 16 + 16) + 2 \cdot 110.85$.

סעיף ב': נציב ונחשב: 7 ס"מ = x.

סעיף ג': 775.95 סמ"ק = $110.85 \cdot 7$.

סעיף ד': נחשב את שטח המעטפת: 336 סמ"ר = $(16 + 16 + 16) \cdot 7$. כן הצבע יספיק.

תרגיל 46 עמוד 162

נבטא באמצעות x את גובה בסיס המנסרה: $\sqrt{x^2 - 0.5x^2}$.

סעיף א': 9x מ"ר = $3 \cdot (x + x + x)$.

סעיף ב': נחלק 72 ב – 9x, ונקבל: 8 מ' = x.

סעיף ג': גובה בסיס המנסרה הוא $\sqrt{80} = 6.928$, נפח המבנה: 83.14 מ"ק = $3 \cdot 4 \cdot 6.928$.

תרגיל 47 עמוד 162

שימו לב! שנו את צלע הבסיס למטרים.

סעיף א': באמצעות משפט פיתגורס נקבל: אורך הניצב השני הוא 15 מ'.

סעיף ב': נחשב את הממד החסר: $V = \frac{8 \cdot 15 \cdot x}{2} = 180$, 3 מ' = x.

נחשב את שטח המעטפת: 120 מ"ר = $3 \cdot (8 + 15 + 17)$.

סעיף ג': השטח שנותר לצביעה הוא 24 מ"ר = $0.2 \cdot 120$. צריך לקנות עוד 5 פחיות צבע.

גליל ישר

בפרק זה נתמקד באוסף מצבים מחיי היומיום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי של גליל ישר.
נשאל את התלמידים היכן בחיי היומיום אנו נתקלים בגליל ישר? נייר טואלט, גליל מגבות נייר, שימורים...
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **2 שעות.**

הסבר ודוגמה פתורה – נפח גליל ישר, עמודים 163, 164

הגדרה: גליל ישר הוא גוף תלת-ממדי המורכב משני עיגולים זהים (בסיסי הגליל) במישורים מקבילים, ומכל הקטעים השווים (גובה הגליל/הקו היוצר שיחד יוצרים את המעטפת) המחברים את שפות העיגולים ומאונכים להם.

הנוסחה לחישוב נפח הגליל: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$, כאשר R הוא רדיוס הבסיס ו – h הוא גובה הגליל.
דוגמה לחישוב נפח של שני גלילים ישרים.

הידעתם עמוד 164

מידע על המילה "צילינדר" שפירושה גליל, או מיוונית: גוף מתגלגל.

תרגיל 48 עמוד 165

חיוב הנפח של שלושה גופים.
סעיף א': הצבה בנוסחה: 125.6 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 2^2 \cdot 10$ = נפח.
סעיף ב': קוטר הבסיס הוא 14 ס"מ, ולכן רדיוסו 7 ס"מ. 1538.6 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 7^2 \cdot 10$ = נפח.
סעיף ג': היקף הבסיס הוא 25.12, נחשב את רדיוס הבסיס: 4 ס"מ = 2 : 3.14 : 25.12.
502.4 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 4^2 \cdot 10$ = נפח.

תרגיל 49 עמוד 165

כמו בתרגיל הקודם, נתונים גופים מחיי היומיום.
סעיף א': 508.68 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 3^2 \cdot 18$ = נפח.
סעיף ב': 25.12 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 1^2 \cdot 8$ = נפח.
סעיף ג': שטח הבסיס הוא 16π, ולכן אורך הרדיוס הוא 4 ס"מ. 1,004.8 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 4^2 \cdot 20$.
סעיף ד': קוטר הגליל הוא 30 ס"מ, ולכן אורך הרדיוס הוא 15 ס"מ. 28,260 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 15^2 \cdot 40$.
סעיף ה': היקף הבסיס הוא: 32π, ולכן אורך הרדיוס הוא 16 ס"מ. 6,430.72 סמ"ק = $V = 31.14 \cdot 16^2 \cdot 8$.
סעיף ו': היקף הבסיס הוא: 8π, ולכן אורך הרדיוס הוא 4 ס"מ. 502.4 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 4^2 \cdot 10$.

הסבר ודוגמה פתורה – שטח מעטפת ושטח פנים של גליל ישר, עמודים 165 - 167

שטח המעטפת של גליל ישר, הוא שטח המלבן שיוצרים כל הקטעים השווים באורכם היקף הבסיס X גובה.
$M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$ = שטח מעטפת.
שטח הפנים של גליל ישר הוא סכום שני הבסיסים ומעטפת הגליל: $F = M + 2 \cdot \pi \cdot R^2$ = שטח פנים.
דוגמה: שלושה גלילים ישרים, מציאת שטח המעטפת ושטח הפנים של כל אחד מהם.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 50 עמוד 167

סעיף א': 188.4 סמ"ר = $M\ 2 \cdot 3 \cdot 3.14 \cdot 10$, 244.92 סמ"ר = $F = 2 \cdot 3^2 \cdot 3.14 + 188.4$ = שטח פנים.
סעיף ב': 62.8 סמ"ר = $M = 10 \cdot 3.14 \cdot 2$, 219.8 סמ"ר = $F = 2 \cdot 5^2 \cdot 3.14 + 62.8$ (רדיוס = 5).
סעיף ג': רדיוס = 4 ס"מ, 175.84 סמ"ר = $M = 8 \cdot 3.14 \cdot 7$, 276.32 סמ"ר = $F = 2 \cdot 4^2 \cdot 3.14 + 175.84$

תרגיל 51 עמוד 168

דומה לתרגיל 50, הגלילים מחיי היומיום.
סעיף א': הרדיוס = 4 ס"מ. 552.64 סמ"ר = $M = 8 \cdot 3.14 \cdot 22$ = שטח מעטפת.
653.12 סמ"ר = $F = 2 \cdot 4^2 \cdot 3.14 + 552.64$ = שטח פנים.
סעיף ב': הרדיוס = 20 ס"מ. 2512 סמ"ר = $M = 40 \cdot 3.14 \cdot 20$ = שטח מעטפת.
5024 סמ"ר = $F = 2 \cdot 20^2 \cdot 3.14 + 2512$ = שטח פנים.
סעיף ג': הרדיוס = 30 ס"מ, 18840 סמ"ר = $M = 2 \cdot 30 \cdot 3.14 \cdot 100$ = שטח מעטפת.
24492 סמ"ר = $F = 2 \cdot 900 \cdot 3.14 + 18840$ = שטח פנים.

<u>דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – גליל ישר</u>, עמודים 168, 169

נתון ממד אחד של גליל וגם נפח/שטח מעטפת/שטח פנים, התלמידים נדרשים למצוא את הממד החסר.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 52 עמוד 169

סעיף א': נתון נפח הגליל וגובהו, יש למצוא את רדיוס הגליל.

בכיתות מתקשות הציבו בנוסחה עם הרדיוס ולא הקוטר: $V = x^2 \cdot 3.14 \cdot 10 = 785$, $x = 5$ ס"מ.

סעיף ב': נתון שטח המעטפת וקוטר הבסיס, יש למצוא את גובה הגליל.

שטח מעטפת $= M = 6 \cdot 3.14 \cdot x = 226.08$, $x = 12$ ס"מ.

סעיף ג': נתון שטח הפנים וגובה הגליל, יש למצוא את רדיוס הגליל.

$F = 2 \cdot x \cdot 3.14 \cdot 1 + 2 \cdot x^2 \cdot 3.14 = 12.56$, $6.28x^2 + 6.28x - 12.56 = 0$, $x^2 + x - 2 = 0$,

$x = 1$ ס"מ (הפתרון השלילי נפסל).

תרגיל 53 עמוד 169

דומה לתרגיל הקודם, גלילים מחיי היומיום.

סעיף א': נתון נפח הגליל וגובהו, יש למצוא את רדיוס הגליל.

נפח $= V = x^2 \cdot 3.14 \cdot 15 = 1177.5$. $x = 5$ ס"מ.

סעיף ב': נתון שטח המעטפת וגובה הגליל, יש למצוא את רדיוס הגליל.

שטח מעטפת $= M = 2 \cdot x \cdot 3.14 \cdot 120 = 11{,}304$, $x = 15$ ס"מ.

סעיף ג': נתון שטח המעטפת וגובה הגליל, יש לחשב את רדיוס הגליל.

$F = 2 \cdot x \cdot 3.14 \cdot 80 + 2 \cdot x^2 \cdot 3.14 = 4421.12$, $6.28x^2 + 6.28x - 4421.12 = 0$,

$x^2 + 80x - 704 = 0$, $x = 8$ ס"מ (הפתרון השלילי נפסל).

<u>דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – גליל ישר</u>, עמוד 170

שינוע של מספר מכליות ים (טנקרים).

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 54 עמוד 170

סעיף א': 552.64 סמ"ק $= V = 4^2 \cdot 3.14 \cdot 11 =$ נפח.

סעיף ב': שטח המעטפת: 276.32 סמ"ר $= M = 2 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 11 =$ שטח מעטפת.

סעיף ג': שטח הפנים: 376.8 סמ"ר $= F = 2 \cdot 4^2 \cdot 3.14 + 276.32 =$ שטח פנים.

תרגיל 55 עמוד 171

רדיוס העוגה הוא 3 ס"מ.

סעיף א': 932.58 סמ"ק $= V = 3^2 \cdot 3.14 \cdot 33 =$ נפח.

סעיף ב': שטח המעטפת: 621.72 סמ"ר $= M = 6 \cdot 3.14 \cdot 33 =$ שטח מעטפת.

סעיף ג': 22 פרוסות $= 1.5 : 33$.

תרגיל 56 עמוד 171

סעיף א': 56,520 סמ"ק $= V = 20^2 \cdot 3.14 \cdot 45 =$ נפח, 0.05652 מ"ק $= 56{,}520 : 1{,}000{,}000$.

בכיתות מתקשות ניתן להמיר ס"מ במ': 0.45 מ' = 45 ס"מ, 0.2 מ' = 20 ס"מ.

סעיף ב': נחשב את שטח הבד במ"ר: 0.8164 מ"ר $= F = 2 \cdot 0.2^2 \cdot 3.14 + 2 \cdot 0.2 \cdot 3.14 \cdot 0.45$.

סעיף ג': 179.61 שקלים $= 0.8164 \cdot 220$.

תרגיל 57 עמוד 171

ניתן להגיע לכיתה עם גליל וכד מים ולהדגים את התרגיל.

לדון מה המשמעות שמילאו רק 75% מהנפח.

סעיף א': נפח $= V = 3^2 \cdot 3.14 \cdot x = 254.34$, $x = 9$ ס"מ. גובה המים בכוס הוא 9 ס"מ.

סעיף ב': $0.75h = 9$ ס"מ, $h = 12$ ס"מ.

סעיף ג': נציב: $V = 3.5^2 \cdot 3.14 \cdot y = 254.34$, $y = 6.61$ ס"מ, ולכן ההפרש הוא 2.39 ס"מ.

תרגיל 58 עמוד 171

סעיף א': $x^2 \cdot 3.14 \cdot 2.5 = 0.314$, $x = 0.2$ מ' (פסלנו את הפתרון השלילי).

סעיף ב': נחשב את שטח המעטפת: 3.14 מ"ר $= M = 0.4 \cdot 3.14 \cdot 2.5$, 78.5 שקלים $= 3.14 \cdot 25$.

סעיף ג': נחשב: 2826 שקלים $= 78.5 \cdot 30 \cdot 1.2$.

תרגיל 59 עמוד 172

סעיף א': שטח בסיס הבריכה הוא $S = 1.4^2 \cdot 3.14 = 6.15$ מ"ר.

סעיף ב': נפח הבריכה: נפח $= V = 6.15 \cdot 0.5 = 3.08$ מ"ק.

סעיף ג': $6.15 \cdot 1.1 = 6.77$ מ"ר.

סעיף ד': $6.15 \cdot 50 = 338.5$ שקלים.

תרגיל 60 עמוד 172

סעיף א': $2 \cdot x \cdot 3.14 = 3.14$, $x = 0.5$ מ'.

סעיף ב': נפח העמוד: נפח $= V = 0.5^2 \cdot 3.14 \cdot 7 = 5.495$ מ"ק.

סעיף ג': נחשב את שטח המעטפת: שטח מעטפת $= M = 3.14 \cdot 7 = 21.98$ מ"ר.

סעיף ד': הכמות הדרושה לחיפוי היא 219.8 מ"ר.

נחשב את העלות: $219.8 \cdot 500 \cdot 1.2 = 131{,}880$ שקלים.

תרגיל 61 עמוד 172

סעיף א': נפח $= V = x^2 \cdot 3.14 \cdot 18 = 508.68$. $x = 3$ ס"מ (פסלנו את הפתרון השלילי).

סעיף ב': נחשב את שטח הפנים: שטח פנים $= F = 2 \cdot 3^2 \cdot 3.14 + 6 \cdot 3.14 \cdot 18 = 396.44$ ס"מ.

נכפול ב – 1.25 ונקבל 495.55 סמ"ר.

סעיף ג': לא קוטר הבסיס הוא 6 ס"מ והגבינה לא תיכנס לתיבה הנתונה.

תרגיל 62 עמוד 173

סעיף א': $V = x^2 \cdot 3.14 \cdot 70 = 21980$, $x = 10$ מ' (פסלנו את הפתרון השלילי).

סעיף ב': שטח מעטפת $= M = 20 \cdot 3.14 \cdot 70 = 4{,}396$ מ"ר.

סעיף ג': אורך כל מדבקה הוא היקף העמוד שהוא 62.8 ס"מ.

סעיף ד': אורך גליל של מדבקה צהובה הוא 400 מ'. מגליל אחד ניתן ליצור 6 מדבקות ($400 : 62.8 = 6.37$) אנו צריכים 40 סרטי סימון, ולכן יידרשו 7 גלילים.

תרגיל 63 עמוד 173

סעיף א': שטח פנים $= F = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot 16$,

$F = 8\pi h + 32\pi$, $8\pi h = F - 32\pi$, $h = \frac{F-32\pi}{8\pi}$.

סעיף ב': $h = \frac{226.08-32 \cdot 3.14}{8 \cdot 3.14} = 5$.

חרוט ישר

בפרק זה נתמקד באוסף מצבים בחיי היומיום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי של נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של חרוט ישר.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

<u>הסבר ודוגמה פתורה – נפח חרוט ישר</u>, עמודים 174, 175

הגדרה: **חרוט ישר** – גוף תלת-ממדי המורכב מעיגול, ומכל הקטעים השווים המחברים את שפת העיגול עם נקודה שנמצאת מחוץ למישור העיגול.

הנקודה שמחוץ למישור העיגול נקראת **קודקוד החרוט**.

העיגול נקרא **בסיס החרוט**, ורדיוסו R.

הקטע המחבר את קודקוד החרוט עם נקודה על שפת העיגול נקראת **הקו היוצר (ℓ).**

הקטע המחבר את קודקוד החרוט הישר עם מרכז הבסיס נקרא **גובה החרוט (h).**

הנוסחה לחישוב נפח החרוט היא: $V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$.

נשאל את התלמידים: מה ההבדל בין הנוסחה לחישוב נפח גליל ישר, לבין הנוסחה לחישוב נפח חרוט ישר?

נפח חרוט ישר הוא שליש מנפח גליל ישר בעלי רדיוס וגובה שווים.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

כדי להמחיש את הנוסחה לחישוב נפח חרוט ישר, ניתן להגיע לכיתה עם דגם של חרוט ישר וגליל ישר שלהם רדיוס וגובה שווים, למלא את החרוט במים, ולשפוך לגליל (3 פעמים).

בספר יש הפנייה לסרטון המדגים קשר זה, אורך הסרטון 36 שניות.
בספר שתי דוגמאות המסבירות את השימוש בנוסחה לחישוב נפח חרוט.

תרגיל 64 עמוד 176

חישוב נפח של שלושה חרוטים ישרים.

סעיף א': 565.2 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 15}{3}$ = נפח.

סעיף ב': נמצא תחילה את גובה החרוט: 15 ס"מ (באמצעות פיתגורס), 1004.8 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 15}{3}$.

סעיף ג': רדיוס הבסיס הוא 4 ס"מ, 167.47 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3}$ = נפח.

תרגיל 65 עמוד 176

כמו תרגיל 64, מציאת נפח של חפצים מחיי היומיום.

סעיף א': 130.83 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 5}{3}$ = נפח.

סעיף ב': רדיוס הבסיס הוא 11 ס"מ. 3166.17 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 11^2 \cdot 25}{3}$ = נפח.

סעיף ג': רדיוס הבסיס 3 ס"מ. 188.4 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 20}{3}$ = נפח.

<u>הסבר ודוגמה פתורה – שטח מעטפת ושטח פנים של חרוט ישר</u>, עמודים 176 - 178

שטח המעטפת של חרוט ישר היא שטח גזרה (חלק של עיגול). $M = \pi \cdot R \cdot \ell$ (R – רדיוס, ℓ - הקו היוצר).
בספר יש העשרה כיצד הגענו לחישוב שטח המעטפת.
שטח הפנים של חרוט ישר: $F = M + \pi \cdot R^2$ (לשטח המעטפת מוסיפים את שטח עיגול הבסיס).
שתי דוגמאות לחישוב שטח מעטפת ושטח פנים של חרוט ישר.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 66 עמוד 179

סעיף א': 423.9 סמ"ר = $M = \pi \cdot 9 \cdot 15$ = שטח מעטפת, 678.24 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 9^2 + 423.9$.
סעיף ב': אורך הרדיוס הוא 10 ס"מ, אורך הקו היוצר הוא 26 ס"מ (פיתגורס).
816.4 סמ"ר = $M = \pi \cdot 10 \cdot 26$, 1130.4 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 10^2 + 816.4$ = שטח פנים.
סעיף ג': רדיוס המעגל הוא 16 ס"מ. 1708.16 סמ"ר = $M = \pi \cdot 16 \cdot 34$ = שטח מעטפת.
2512 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 16^2 + 1708.16$ = שטח פנים.

תרגיל 67 עמוד 179

כמו תרגיל 66, חישוב שטח מעטפת ושטח פנים של גופים מחיי היומיום.
סעיף א': 565.2 סמ"ר = $M = \pi \cdot 9 \cdot 20$, 819.54 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 9^2 + 565.2$ = שטח פנים.
סעיף ב': אורך הקו היוצר הוא 28.28 ס"מ. 1776.25 סמ"ר = $M = \pi \cdot 20 \cdot 28.28$ = שטח מעטפת,
3032.25 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 20^2 + 1776.25$ = שטח פנים.
סעיף ג': אורך רדיוס המעגל הוא 75 ס"מ. 45922.5 סמ"ר = $M = \pi \cdot 75 \cdot 195$ = שטח מעטפת.
63585 סמ"ר = $F = 3.14 \cdot 75^2 + 45922.5$ = שטח פנים.

<u>דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – חרוט ישר</u>, עמודים 179, 180

נתונות 3 דוגמאות, יש למצוא את הממד החסר.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 68 עמוד 180

סעיף א': 452.16 = $V = \frac{\pi \cdot x^2 \cdot 12}{3}$ = נפח, 18 ס"מ = x (פסלנו את הפתרון השלילי).
סעיף ב': 100.48 = $M = \pi \cdot x \cdot 2x$ = שטח מעטפת, 4 ס"מ = x.
סעיף ג': לצורך נוחיות החישוב נחסר משטח הפנים את שטח הבסיס ונקבל 502.4 סמ"ר.
502.4 = $M = \pi \cdot 8 \cdot x$, 20 ס"מ = x.

תרגיל 69 עמוד 181

דומה לתרגיל 68 כשמדובר בחפצים מחיי היומיום.

סעיף א': 65.94 = $V = \frac{\pi \cdot x^2 \cdot 7}{3}$, $x^2 = 9$, 3 ס"מ = x (פסלנו את הפתרון השלילי).

סעיף ב': $81640 = 260 \cdot x \cdot 3.14 = M$, 100 ס"מ = x.

סעיף ג': $1934.24 = 3.14 \cdot x^2 + 30 \cdot x \cdot 3.14 = F$. נחלק ב – 3.14, ונקבל $x^2 + 30x - 616 = 0$.

14 ס"מ = x (פסלנו את הפתרון השלילי).

<u>דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – חרוט ישר</u>, עמודים 181, 182

בדוגמה הפתורה אנו מציגים מספר שאלות על אוהל טיפי (אוהל אינדיאני מסורתי).

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 70 עמוד 182

סעיף א': נחשב תחילה את אורך הקו היוצר: 26 ס"מ. שטח הבריסטול להכנת כובע אחד הוא שטח המעטפת:

816.4 סמ"ר = $26 \cdot 10 \cdot 3.14 = M$ = שטח מעטפת.

סעיף ב': להכנת 10 כובעים דרושים בריסטולים בשטח 8,164 סמ"ר, ולכן רק ההצעה של 8,500 סמ"ר מתאימה.

תרגיל 71 עמוד 182

סעיף א': כדי לחשב את נפח הגג יש למצוא את אורך רדיוס החרוט: 1.6 מ'.

נפח החרוט: 8.04 מ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 1.6^2 \cdot 3}{3}$ = נפח.

סעיף ב': שטח הרעפים, הם למעשה שטח המעטפת: 17.08 מ"ק = $3.4 \cdot 1.6 \cdot 3.14 = M$ = שטח מעטפת.

נחשב את המחיר: 1767.95 שקלים = $17.08 \cdot 90 \cdot 1.15$.

תרגיל 72 עמוד 183

סעיף א': 9847.04 סמ"ק = $V = \frac{\pi \cdot 14^2 \cdot 48}{3}$ = נפח, 0.009847 מ"ר.

סעיף ב': $\ell^2 = 14^2 + 48^2$, 50 ס"מ = ℓ.

סעיף ג': שטח המעטפת: 2198 סמ"ק = $50 \cdot 14 \cdot 3.14 = M$ = שטח מעטפת.

סעיף ד': 45 קונוסים.

תרגיל 73 עמוד 183

סעיף א': 117.75 סמ"ר = $15 \cdot 2.5 \cdot 3.14 = M$.

סעיף ב': נחשב: 82.425 סמ"ק = $117.75 \cdot 0.7$.

סעיף ג': (1) גובה הגביע הוא 14.79 ס"מ, הנפח: 290.26 סמ"ק = $14.79 \cdot 2.5^2 \cdot 3.14 = V$.

(2) נחלק 2000 ב – 290.25 ונקבל 6.89, הגלידה תספיק ל – 6 גביעים.

תרגיל 74 עמוד 183

סעיף א': $25{,}120 = 3 : h \cdot 20^2 \cdot 3.14 = V$. 60 ס"מ = h.

סעיף ב': אורך הקו היוצר הוא 28.28 ס"מ. שטח המעטפת: $3971.47 = 28.28 \cdot 60 \cdot 3.14 = M$.

סעיף ג': 2978.6 שקלים = $300 \cdot (10000 : 25 \cdot 3971.47)$.

תרגיל 75 עמוד 184

סעיף א': $12\pi = V = \frac{\pi \cdot x^2 \cdot 4}{3}$. 3 מ' = x.

סעיף ב': אורך הקו היוצר: 5 מ' = $\sqrt{3^2 + 4^2}$.

סעיף ג': שטח המעטפת: 47.1 סמ"ר = $5 \cdot 3 \cdot 3.14 = M$.

סעיף ד': 9,325.8 שקלים = $220 \cdot 0.9 \cdot 47.1$.

תרגיל 76 עמוד 184

סעיף א': רדיוס הבסיס 0.5 ס"מ, $M = \pi \cdot 0.5 \cdot \ell = 0.65\pi$, 1.3 ס"מ = ℓ.

אורך הגובה: 1.2 ס"מ = $\sqrt{1.3^2 - 0.5^2}$.

סעיף ב': 0.314 סמ"ק = $V = \frac{3.14 \cdot 0.5^2 \cdot 1.2}{3}$.

סעיף ג': (1) 0.1256 סמ"ק = $0.2^2 \cdot 3.14$. (2) 2.7 סמ"ר = $0.65 \cdot 3.14 + 3.14 \cdot 0.5^2 - 0.1256$.

תרגיל 77 עמוד 184

סעיף א': $F = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot \ell = 12.5\pi$, 4.25 ס"מ = $\boldsymbol{\ell}$**.**

טעות אפשרית: התלמידים יתייחסו לשטח המעטפת ולא לשטח הפנים.

סעיף ב': 3.75 ס"מ = $h = \sqrt{4.25^2 - 2^2}$. זהו הגובה של חרוט אחד, גובה שעון החול הוא 7.5 ס"מ.

סעיף ג': 10.99 סמ"ק = $V = \frac{3.14 \cdot 2^2 \cdot 3.75 \cdot 0.7}{3}$.

תרגיל 78 עמוד 184

סעיף א': $F = \pi \cdot R^2 + \pi \cdot R \cdot \ell$, $\boldsymbol{\pi \cdot R \cdot \ell = \mathrm{F} - \pi \cdot R^2}$, $\boldsymbol{\ell = \frac{F - \pi \cdot R^2}{\pi \cdot R}}$, $\boldsymbol{\ell = \frac{F - \pi \cdot 9}{\pi \cdot 9}}$

סעיף ב': 5 ס"מ = $\boldsymbol{\ell = \frac{24\pi - \pi \cdot 3^2}{\pi \cdot 3}}$**.**

כדור

בפרק זה נתמקד במצבים מחיי היומיום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי של נפח כדור ו/או שטח פנים של כדור.

ניתן להגיע לכיתה עם גופים בצורת כדור, ולשאול את התלמידים: מתי אנו זקוקים לחישוב שטח פנים של הכדור (עטיפה, צביעה..), ומתי אנו זקוקים לחישוב נפח הכדור (מילוי נוזל...).

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **1.5 שעות.**

<u>הסבר ודוגמה פתורה – נפח ושטח פנים של כדור</u>, עמודים 185, 186

<u>הגדרה</u>: **כדור** – גוף תלת-ממדי הנוצר מסיבוב שלם של חצי עיגול סביב קוטרו.

המרחק הקבוע של נקודה על משטח הכדור ממרכזו נקרא **רדיוס הכדור R.**

נפח : הנוסחה לחישוב נפח כדור: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$.

שטח פנים: הנוסחה לחישוב שטח פנים של כדור: $F = 4 \cdot \pi \cdot R^2$.

בספר יש הפנייה לסרטון שאורכו 2.31 דקות, המדגים את הקשר בין נפחי גליל וחרוט בעלי אותו רדיוס ואותו גובה לכדור שקוטרו שווה לגובה הגליל והחרוט.

דוגמה: מציאת נפח כדור, ושטח פנים של כדור.

הידעתם עמוד 186

מידע על ארכימדס והקשר לכדור וגליל.

תרגיל 79 עמוד 186

מציאת נפח ושטח פנים של כדור על-פי רדיוס נתון.

תרגיל 80 עמוד 187

חישוב נפח ושטח פנים של שלושה גופים בצורת כדור מחיי היומיום.

סעיף א': 14.13 סמ"ק = $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 1.5^3$, 28.26 סמ"ר = $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 1.5^2$.

סעיף ב': 0.113. סמ"ק = $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 0.3^3$, 1.13 סמ"ר = $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 0.3^2$.

סעיף ג': 171.92 סמ"ק = $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 3.45^3$, 149.5 סמ"ר = $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 3.45^2$.

<u>דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – כדור</u>, עמוד 187

נתון נפח כדור, אנחנו נדרשים למצוא את רדיוס הכדור ואת שטח הפנים שלו.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 81 עמוד 187

סעיף א': 248.35 = $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3$, 3.9 מ' = R.

סעיף ב': 191.04 מ"ר = $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 3.9^2$ = שטח פנים.

תרגיל 82 עמוד 188

סעיף א': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot R^2 = 22155.84$. ‏$R =$ 42 ס"מ.

סעיף ב': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 42^3 =$ 310181.76 סמ"ק, $V =$ 0.31 מ"ק = נפח.

תרגיל 83 עמוד 188

תרגיל דומה לתרגיל הקודם, נתונים חפצים בצורת כדור מחיי היומיום.

סעיף א': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3 = 5.57$, ‏$R =$ 1.1 ס"מ.

סעיף ב': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot R^2 =$ 2122.64 מ"ר. ‏$R =$ 13 ס"מ.

<u>דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – כדור</u>, עמודים 188, 189

שאלה מחיי היומיום ופתרונה.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 84 עמוד 189

סעיף א': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 37.5^3 =$ 220781.25 סמ"ק = נפח.

סעיף ב': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 37.5^2 =$ 17662.5 סמ"ר = שטח פנים.

סעיף ג': כמות הכדורים שניתן להניח על מדף תלוי בקוטר הכדור (75 ס"מ), ובאורך המדף (450 ס"מ), משמע 6 כדורים.

תרגיל 85 עמוד 189

סעיף א': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 21^3 =$ 38772.72 סמ"ק. לבדוק תשובה

סעיף ב': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 21^2 =$ 5538.96 סמ"ר. ‏$F =$ 0.554 מ"ק.

סעיף ג': $0.554 \cdot 5 \cdot 200 =$ 554 שקלים.

תרגיל 86 עמוד 189

סעיף א': $3.14 \cdot 0.8^2 =$ 2 סמ"ר.

סעיף ב': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot R^2 = 452.16$ (הוספנו 2 סמ"ר), ‏$R =$ 6 ס"מ.

סעיף ג': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 6^3 \cdot 0.45 =$ 406.94 סמ"ק.

הידעתם עמוד 190

מידע על כדור פלזמה שבמגע עם שדה אלקטרומגנטי מפיק אנרגיה מתפרצת שנראית כאלומות אור צבעוניות.

תרגיל 87 עמוד 190

סעיף א': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot R^2 = 2826$, ‏$R =$ 15 ס"מ.

סעיף ב': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 15^3 =$ 14130 סמ"ק.

סעיף ג': נחשב את נפח "הכדור האחר": $14130 \cdot 1.3 =$ 18,369 סמ"ק.

נחשב את רדיוס הכדור: $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3 = 18369$, ‏$R =$ 16.37 ס"מ.

תרגיל 88 עמוד 190

סעיף א': נפח כדור אחד הוא 14.13 סמ"ק, $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3 = 14.13$, ‏$R =$ 1.5 ס"מ.

סעיף ב': נחשב: $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 1.5^2 \cdot 50 =$ 1413 סמ"ר.

סעיף ג': רדיוס הכור ה"חדש" הוא 1.2 ס"מ, $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 1.22 \cdot 50 = 904.32$.

בכיתות מתקדמות נשאל: האם היה צורך לחשב את רדיוס הכדור החדש כדי לקבל את השטח הכולל? התשובה לא! ניתן לחלק ב – 0.8^2 (בגלל שמדובר בשטח ולא באורך).

תרגיל 89 עמוד 190

סעיף א': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot R^2 = 12.56$, ‏$R =$ 1 ס"מ.

סעיף ב': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 1^3 =$ 4.19 סמ"ק.

סעיף ג': כמות ה"כדורים" שניתן להשחיל תלוי בקוטרם (2 ס"מ) ובאורך השיפוד (15 ס"מ).

ניתן להשחיל 7 כדורים, הראשון כדור עגבנייה (וגם האחרון) לפיכך נוכל להשחיל 3 כדורי גבינה.

ניתן להמחיש את התרגיל באמצעות שיפוד עץ וכדורי פלסטלינה.

תרגיל 90 עמוד 191

סעיף א': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3 = 0.2679$, $R = 0.4$ ס"מ.

סעיף ב': אורך השרשרת תלוי בקוטר כל חרוז (0.8 ס"מ) ובכמות החרוזים (43 חרוזים).
אורך השרשרת הוא 34.4 ס"מ.

סעיף ג': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 0.4^2 \cdot 43 = 86.41$ סמ"ר. לבדוק תשובה

תרגיל 91 עמוד 191

סעיף א': $2 \cdot R \cdot 3.14 = 75.36$, $R = 12$ ס"מ.

סעיף ב': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 12^3 = 7234.56$ סמ"ק.

סעיף ג': שטח הפנים של כדור אחד במ"ר הוא: 0.18 מ"ר. $0.18 \cdot 200 \cdot 10 = 360$ שקלים. (עיגול?)

תרגיל 92 עמוד 191

סעיף א': $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R3 = 24416.64$, $R = 18$ ס"מ.

סעיף ב': $F = 4 \cdot 3.14 \cdot 18^2 = 4069.44$.

סעיף ג': נחשב את שטח שני העגולים הלבנים: 157 סמ"ר, נחשב את שטח האזורים הלבנים:
$\frac{4069.44-157}{2} = 1956.22$ סמ"ר. ביחד 2,113.22 סמ"ר.

פירמידה

בפרק זה נתמקד באוסף מצבים מחיי היומיום בהם נדרש חישוב מספרי או אלגברי של נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד פירמידה ישרה.

√ התלמיד ילמד פירמידה לא ישרה.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

א. <u>פירמידה ישרה</u>

בסעיף זה נמקד בחישוב נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן, ריבוע או משולש).

<u>הסבר ודוגמה פתורה עמוד – נפח פירמידה ישרה</u>, עמודים 192 - 194

<u>הגדרה</u>: **פירמידה** – גוף תלת-ממדי שבסיסו מצולע ופאותיו משולשים.

המצולע הוא **בסיס הפירמידה**.

הנקודה המחברת את כל המקצועות הצדדיים נקראת **קודקוד הפירמידה**.

האנך מקודקוד הפירמידה למישור הבסיס נקרא **גובה הפירמידה**, ומסומן באות h.

פירמידה ישרה – פירמידה שבה כל המקצועות הצדדיים שווים באורכם.

הגובה בפירמידה ישרה (שבסיסה מלבן או משולש) מחבר את קודקוד הפירמידה עם נקודה על הבסיס שנמצאת במרחקים שווים מקודקודי הבסיס.

<u>הערה</u>: פירמידה ישרה שבסיסה משולש ישר-זווית, גובה הפירמידה מחבר את קודקוד הפירמידה עם אמצע היתר.

הנוסחה לחישוב נפח פירמידה ישרה: $V = \frac{S \cdot h}{3}$, כאשר S הוא שטח בסיס הפירמידה.

בספר יש הפנייה לסרטון בן 40 שניות, המדגים את הקשר בין נפח תיבה לנפח פירמידה שבסיסה מלבן בעלות אותו בסיס ואותו גובה.

בספר יש סרטון נוסף בן 35 שניות, המדגים את הקשר בין נפח מנסרה ישרה שבסיסה משולש לנפח פירמידה שבסיסה משולש, בעלות אותו בסיס ואותו גובה.

שתי דוגמאות לחישוב נפח פירמידה (אחת שבסיסה מלבן והשנייה שבסיסה משולש).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 93 עמוד 195

סעיף א': 66.67 סמ"ק = $V = \frac{5 \cdot 5 \cdot 8}{3}$.

סעיף ב': נחשב את אורך הצלע השנייה של המלבן: 10 ס"מ. 1280 סמ"ק = $V = \frac{24 \cdot 10 \cdot 16}{3}$.

סעיף ג': 56 סמ"ק = $V = \frac{8 \cdot 6 : 2 \cdot 7}{3}$.

תרגיל 94 עמוד 195

תרגיל דומה לתרגיל 93 נפח גופים מחיי היומיום.

סעיף א': 180 סמ"ק = $V = \frac{6 \cdot 6 \cdot 15}{3}$.

סעיף ב': 175 סמ"ק = $V = \frac{7 \cdot 3 \cdot 25}{3}$.

סעיף ג': אורך גובה בסיס המשולש הוא 25.98 ס"מ, 12990 = $V = \frac{30 \cdot 25.98 : 2 \cdot 100}{3}$. תשובה עיגול

<u>הסבר ודוגמה פתורה – שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה ישרה,</u> עמודים 195 - 198

שטח המעטפת של פירמידה ישרה הוא סכום שטחי הפאות הצדדיות.
בפירמידה ישרה כל המקצועות שווים באורכם, ולכן כל פאה היא בצורת משולש שווה-שוקיים, ויש לחשב את אורך הגובה לבסיס כדי לחשב את שטח הפאה.
אם בסיס הפירמידה הוא ריבוע או משולש שווה-צלעות, אזי כל הפאות זהות.

שטח הפנים של פירמידה ישרה: F = M + S, כאשר M הוא שטח המעטפת, ו – S הוא שטח בסיס הפירמידה.
שתי דוגמאות לחישוב שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה (האחת בסיסה מלבן והשנייה בסיסה משולש).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 95 עמוד 199

סעיף א': בסיס הפירמידה הוא ריבוע, כל הפאות זהות. נמצא את הגובה לבסיס של כל פאה: 15 ס"מ.
שטח המעטפת: 480 סמ"ר = $M = \frac{4 \cdot 16 \cdot 15}{2}$. שטח הפנים: 736 סמ"ר = 480 + 256 = F.

סעיף ב': אורך הגובה לפאה שבסיסה 78 ס"מ הוא 52 ס"מ, אורך הגובה לפאה שבסיסה 66 ס"מ הוא 56 ס"מ. שטח המעטפת: 7752 סמ"ר = $M = \frac{2 \cdot (66 \cdot 56 + 78 \cdot 52)}{2}$, 12,900 סמ"ר = 5148 + 7752 = F.

סעיף ג': אורך הגובה לבסיס של כל פאה הוא 12 ס"מ, אורך הגובה לבסיס של משולש הבסיס הוא 8.66 ס"מ.
שטח המעטפת: 180 סמ"ר = $M = \frac{3 \cdot 10 \cdot 12}{2}$, 223.3 סמ"ר = 180 + $\frac{10 \cdot 8.66}{2}$ = F.

תרגיל 96 עמוד 199

סעיף א': אורך הגובה לכל פאה הוא 36 ס"מ. שטח המעטפת: 15120 סמ"ר = $M = \frac{4 \cdot 210 \cdot 36}{2}$.
שטח הפנים: 59220 סמ"ק = 15120 + 44100 = F.

סעיף ב': אורך הגובה לכל פאה הוא 8.66 ס"מ. שטח המעטפת: 129.9 סמ"ר = $M = \frac{3 \cdot 10 \cdot 8.66}{2}$,
שטח הפנים: 173.2 סמ"ר = 129.9 + $\frac{10 \cdot 8.66}{2}$ = F. (עיגול תשובה)

סעיף ג': אורך הגובה לפאה שבסיסה 12 ס"מ הוא 12.65 ס"מ, אורך הגובה לפאה שבסיסה 8 ס"מ הוא 13.41 ס"מ. שטח המעטפת: 259.16 = $M = \frac{2 \cdot (12 \cdot 12.65 + 8 \cdot 13.42)}{2}$.
שטח הפנים: 355.16 סמ"ר = 259.16 + 96 = F.

דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – פירמידה ישרה, עמודים 199, 200
דוגמה למציאת ממד חסר כאשר נתון נפח הפירמידה או שטח הפנים שלה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
דוגמה פתורה – מציאת ממד חסר – פירמידה ישרה, עמוד
מציאת ממד חסר בפירמידה ישרה, באחת נתון נפח, בשנייה נתון שטח פנים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 97 עמוד 201

סעיף א': נחשב את אורך הגובה של בסיס המשולש: 5.2 ס"מ, $V = \frac{6\cdot x:2\cdot 5.2}{3} = 41.57$, 8 ס"מ = x.

סעיף ב': $M = \frac{2\cdot 32\cdot x}{2} + \frac{2\cdot 66\cdot (x-7)}{2} = 5712$, $32x + 66x - 462 = 5712$, $98x = 6174$, 63 ס"מ = x.

סעיף ג': $F = \frac{4\cdot 12\cdot x}{2} + x^2 = 145$. $x^2 + 24x - 145 = 0$, 5 ס"מ = x (פסלנו את הפתרון השלילי).

תרגיל 98 עמוד 201

תרגיל דומה לתרגיל 97, גופים מחיי היומיום.

סעיף א': $V = \frac{12\cdot 14\cdot x}{3} = 1848$, 33 ס"מ = x (שכחו לחלק ב 3)

סעיף ב': $M = \frac{3\cdot 70\cdot x}{2} = 8400$, 80 ס"מ = x.

סעיף ג': $F = \frac{4\cdot 22\cdot x}{2} + x^2 = 960$. $x^2 + 44x - 960 = 0$, 16 ס"מ = x (פסלנו את הפתרון השלילי).

דוגמה פתורה – שאלה אוריינית – פירמידה ישרה, עמודים 201, 202
פתרון שאלה מתחום חיי היומיום.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 99 עמוד 203

סעיף א': אורך הגובה לצלע הבסיס של הפירמידה הוא 1.73 ס"מ, 1.73 סמ"ר = $\frac{2\cdot 1.73}{2}$.

סעיף ב': 0.94 סמ"ק = $\frac{1.73\cdot 1.63}{3} = V$.

סעיף ג': 36.32 גרם = $19.32\cdot 2\cdot 0.94$.

תרגיל 100 עמוד 203

סעיף א': 8411.67 מ"ק = $\frac{35\cdot 35\cdot 20.6}{3} = V$.

סעיף ב': גובה הפאה הצדדית הוא 27.03 מ' ($\sqrt{17.5^2 + 20.6^2} = 27.03$).

סעיף ג': 1892.1 מ"ר = $\frac{4\cdot 35\cdot 27.03}{2} = M$.

תרגיל 101 עמוד 203

סעיף א': 2.83 מ' = $\sqrt{2^2 + 2^2}$. לבדוק

סעיף ב': 2.07 מ' = $\sqrt{2.5^2 - 1.4^2}$. 2.06

סעיף ג': 2.76 מ"ק = $\frac{2\cdot 2\cdot 2.07}{3} = V$.

סעיף ד': אורך הגובה לבסיס של כל פאה הוא 2.29 מ'. 13.16 מ"ר = $4 + \frac{4\cdot 2\cdot 2.29}{2} = F$.

תרגיל 102 עמוד 204

סעיף א': נחשב את אורך צלע בסיס הפירמידה: $x^2 = 164.75^2 + 164.75^2$, $233 = 232.99 = x = AB$.

סעיף ב': נכפול ב – 4 ונקבל: 931.97 מ'. (עיגול?)

סעיף ג': $CS^2 = 139^2 + 164.75^2$. 215.55 מ' = CS.

סעיף ד': אורך גובה הפאה לבסיס הפירמידה הוא 181.35 מ'. שטח הפאה: 21,278.83 מ' = $\frac{232.99\cdot 181.35}{2}$.

תרגיל 103 עמוד 204

סעיף א': $V = \frac{a^2\cdot h}{3}$.

סעיף ב': נציב: 352.8 גרם = $V = \frac{7^2 \cdot 9 \cdot 2.4}{3}$.

סעיף ג': 256 = $V = \frac{a^2 \cdot 12}{3}$, 64 סמ"ר = a^2.

תרגיל 104 עמוד 204

סעיף א': 2352 = $\frac{4 \cdot a \cdot 28}{2}$ = M. 52 ס"מ = a, שטח הבסיס 1764 סמ"ר.

סעיף ב': $21^2 + 28^2 = c^2$, 35 ס"מ = c.

סעיף ג': $42^2 + 42^2 = c^2$, 59.4 ס"מ = c.

סעיף ד': צריך לחשב את גובה הפירמידה: 18.52 ס"מ, גובה התיבה צריך להיות גדול מ – 18.52 ס"מ.

תרגיל 105 עמוד 205

סעיף א': 1.2 = $\frac{a^2 \cdot 1.6}{3}$ = V. 2.25 = a^2, 1.5 מ' = a.

סעיף ב': 2.12 מ' = $\sqrt{1.5^2 + 1.5^2}$.

סעיף ג': 1.77 מ' = $\sqrt{0.75^2 + 1.6^2}$.

סעיף ד': שטח הרעפים הוא שטח המעטפת: 5.31 מ"ר = $\frac{4 \cdot 1.5 \cdot 1.77}{2}$.

סעיף ה': 2256.75 שקלים = $5.31 \cdot 500 \cdot 0.85$.

תרגיל 106 עמוד 205

סעיף א': אורך הגובה בבסיס המשולש הוא 3.46 ס"מ, שטח בסיס הפירמידה הוא 6.92 סמ"ר.

11.53 = $\frac{6.92 \cdot h}{3}$ = V, 5 ס"מ = h.

סעיף ב': נפח תערובת התה הוא 3.46 סמ"ק = $11.53 \cdot 0.3$.

ב. <u>פירמידה לא ישרה</u>

בסעיף זה נתמקד בחישוב נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה לא ישרה, שאחד מהמקצועות הצדיים שלה מאונך לבסיס.

<u>הסבר ודוגמה פתורה – נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה לא ישרה</u>, עמודים 206 - 208

הגדרה: פירמידה לא ישרה – פירמידה שבה המקצועות הצדדיים לא שווים באורכם.

בפרק זה נדון רק בפירמידה לא ישרה שאחד המקצועות שלה מאונך לבסיס, ובסיסה הוא מלבן (כולל ריבוע) או משולש.

הנוסחאות למציאת נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של פירמידה לא ישרה זהות לנוסחאות המתאימות של פירמידה ישרה.

דוגמה

מציאת הנפח, שטח המעטפת ושטח הפנים של שתי פירמידות לא ישרות.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 107 עמוד 209

סעיף א': נחשב תחילה את הגובה לבסיס AB: 2.65 ס"מ = $\sqrt{3^2 - 1.4^2}$, שטח הבסיס: 3.71 סמ"ר.

נפח הפירמידה: 4.95 סמ"ק = $\frac{3.71 \cdot 4}{3}$ = V. נחשב את הגובה ל – AB: 4.8 ס"מ.

שטח המעטפת: 18.72 סמ"ר = $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2} + \frac{2.8 \cdot 4.8}{2}$ = M. שטח הפנים: 22.44 סמ"ר = 18.72 + 3.71 = F.

סעיף ב': נפח הפירמידה: 12 סמ"ק = $\frac{3 \cdot 3 \cdot 4}{3}$ = V. שטח המעטפת: 27 סמ"ר = $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{2} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{2}$ = M.

שטח הפנים: 36 סמ"ר = $3^2 + 27$ = F.

תרגיל 108 עמוד 209

סעיף א': 40.5 סמ"ק = $\frac{4.5 \cdot 4.5 \cdot 6}{3}$ = V = נפח.

סעיף ב': שטח הרעפים משמע שטח המעטפת: 33.75 סמ"ר = $\frac{2 \cdot 4.5 \cdot 7.5}{2}$ (רק שתי פאות מכוסות ברעפים).

סעיף ג': 2362.5 שקלים = $33.75 \cdot 70$.

תרגיל 109 עמוד 209

סעיף א': שטח הבסיס 12 סמ"ר.

סעיף ב': 20 סמ"ק = $\frac{12\cdot5}{3}$ = V = נפח. שכחו לחלק ב – 3.
סעיף ג': שטח המעטפת: הגובה של פאה אחת הוא 5.2 ס"מ, הגובה של הפאה השנייה הוא 4.47 ס"מ.
שטח המעטפת: 34.24 סמ"ר = $\frac{5.2\cdot3}{2}+\frac{4.47\cdot4}{2}+\frac{4\cdot5}{2}+\frac{3\cdot5}{2}$ = M.
סעיף ד': כן, כי שטח הפנים הוא 46.24 סמ"ר, והוא קטן מ – 60 סמ"ר.

תרגיל 110 עמוד 210
סעיף א': הגובה לצלע של בסיס הפירמידה הוא 1.21 מ', שטח הבסיס: 0.85 מ"ר = $\frac{1.4\cdot1.21}{2}$.
סעיף ב': נפח הפירמידה: 1.36 מ"ק = $\frac{0.85\cdot4.8}{3}$ = V.
סעיף ג': אורך הגובה לפאה שהיא משולש שווה-שוקיים הוא 4.95 מ'. 10.19 מ"ר = $\frac{4.95\cdot1.4}{2}+\frac{2\cdot1.4\cdot4.8}{2}$.
סעיף ד': 11.04 = 10.19 + $\frac{1.21\cdot1.4}{2}$ = F.

תרגיל 111 עמוד 210
סעיף א': 50,000 סמ"ק = $\frac{50\cdot50:2\cdot120}{3}$ = V. 0.05 מ"ק.
סעיף ב': אורך המקצוע הוא 130 ס"מ, נחשב את בסיס הפאה:70.71 ס"מ, נחשב את הגובה של הפאה:
125.1 ס"מ. שטח המעטפת: 10423.54 סמ"ר = $\frac{70.71\cdot125.1}{2}+\frac{2\cdot50\cdot120}{2}$ = M.
סעיף ג': 11673.54 סמ"ר = 1250 + 10423.54 = F.

תרגיל 112 עמוד 210
בדיון נדגיש את כיוון החלון, ומדוע הוא בצורת פירמידה לא ישרה.
סעיף א': אורך הגובה לבסיס הוא 0.8 מ', אורך הגובה לפאה הוא 1.44 מ'.
0.336 מ"ר = $\frac{0.84\cdot0.8}{2}$.
סעיף ב': 5000 שקלים = 0.336 : 1680. (לתקן לא 1670)
סעיף ג': 0.1344 מ"ק = $\frac{0.336\cdot1.2}{3}$ = V. 1.336
סעיף ד': 1.68 מ"ר = $\frac{0.84\cdot1.44}{2}+\frac{2\cdot0.9\cdot1.2}{2}$.
סעיף ה': 2.02 מ"ר = 1.68 + $\frac{0.84\cdot0.8}{2}$.

תרגול משולב

בפרק זה נתמקד במצבים מחיי היומיום בהם משולבים מספר גופים.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **1.5 שעות.**

תרגיל 113 עמוד 211
נתון רדיוס כדור טניס (קוטרו 6.6 ס"מ), נתון קוטר בסיס הקופסה (רדיוסו 3.4 ס"מ), ונתון גובה הקופסה.
סעיף א': לקופסה נכנסים 4 כדורי טניס. 4.24 = 6.6 : 28. (חייבים להתייחס למספר שלם).
סעיף ב': נפח ארבעה כדורי טניס הוא 601.82 סמ"ק, נפח הקופסה הוא 1,016.36 סמ"ק.
הכדורים תופסים נפח של 59.21% .59.21 $= \frac{601.82\cdot100}{1016.36}$.
סעיף ג': השחקן זקוק ל 3 קופסאות כדי לאחסן את הכדורים שלו.

תרגיל 114 עמוד 211
סעיף א': בקובייה כל הממדים שווים, ולכן גובה העציצים הוא 18 ס"מ.
סעיף ב': נפח הקובייה: 5,832 סמ"ק. נפח הפירמידה: 1,944 סמ"ק.
סעיף ג': כן, השק יספיק למילוי שני העציצים.
תרגיל 115 עמוד 211
סעיף א': נפח הקופסה הוא 11,304 סמ"ק.
סעיף ב': נפח גביע אחד הוא 169.56 סמ"ק.
סעיף ג': ניתן למלא 66 גביעים. $11304 : 169.56 = 66.67$.
סעיף ד': אורך הקו היוצר הוא 18.25 ס"מ, שטח הופל הוא 171.92 סמ"ר $= 3.14 \cdot 3 \cdot 18.25$.
תרגיל 116 עמוד 212
סעיף א': אורך הגובה לבסיס הוא 24 ס"מ, שטח הבסיס הוא 432 סמ"ר $= \frac{36 \cdot 24}{2} = S$.
סעיף ב': נפח הגוף 2,160 סמ"ק $= 432 \cdot 5 = V$.
סעיף ג': שטח הניילון הוא שטח הפנים: 1344 סמ"ר $= 2 \cdot 432 + 36 \cdot 5 + 2 \cdot 30 \cdot 5 = F$.
סעיף ד': קופסה (1) אינה מתאימה בגלל הגובה, קופסה (2) אינה מתאימה בגלל ממדי הבסיס, קופסה (3) מתאימה.
תרגיל 117 עמוד 212
סעיף א': נפח המקרר הוא 1,152,000 סמ"ק $= 80 \cdot 80 \cdot 180 = V$.
סעיף ב': 15% מ – 180, משמע 27 ס"מ.
סעיף ג': גובה הסיר הוא 14 ס"מ. $12 \cdot 12 \cdot \pi \cdot h = 2016\pi$, $h = 14$.
סעיף ד': יש לחשב את גובה הסיר: 28 ס"מ.
$2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot h = 672\pi$, 28 ס"מ = h, ולכן לא ניתן להכניס את הסיר למקרר.
תרגיל 118 עמוד 213
סעיף א': נפח השעווה: 512 סמ"ק $= 8^3 = V$.
סעיף ב': 120 סמ"ק $= \frac{6 \cdot 6 \cdot 10}{3} = V$.
סעיף ג': (1) 4 מארזים. $2540 : (512 + 120) = 4.02$ (אנו מדברים במונחים של מספרים שלמים).
(2) 12 סמ"ק $= 2540 - 4 \cdot (512 + 120)$.
סעיף ד': $12 = \frac{a \cdot a \cdot 4}{3}$, 3 ס"מ = a (פסלנו את הפתרון השלילי).
תרגיל 119 עמוד 213
סעיף א': 2.560 סמ"ק $= 32 \cdot 20 \cdot 4 = V$.
סעיף ב': שטח בסיס העוגה הוא 640 סמ"ר, שטח כל קובייה הוא 16 סמ"ר, 40 קוביות $= 640 : 16$.
סעיף ג': שטח הפאה העליונה הוא 640 סמ"ר, שטח המעטפת של כל קובייה הוא 64 סמ"ר.
השטח הכולל: 3,200 סמ"ר $= 40 \cdot 64 + 640$.
סעיף ד': (1) היקף הבסיס הוא 3π, ולכן אורך הרדיוס הוא 1.5 ס"מ.
(2) 282.6 סמ"ק $= \frac{1.5^2 \cdot 3.14 \cdot 3 \cdot 40}{3}$.

שינוי בממד אחד או יותר

בפרק זה נתמקד במצבים מחיי היומיום בהם שינוי בממד אחד או יותר משפיע על הנפח / שטח המעטפת או שטח הפנים של גוף מסוים.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **1.5 שעות.**

דוגמה פתורה – שינוי בממד נתון, עמודים 214, 215
דוגמה מחיי היומיום בו הגדלת ממד או הקטנתו משפיעה על נפח הבריכה ועל שטח המעטפת.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
תרגיל 120 עמוד 215
סעיף א': 960 סמ"ר $= 4 \cdot 12 \cdot 20 = M$.

סעיף ב': (1) כל ממד הוקטן ב – 0.5 ס"מ מכל צד, משמע ממדי החלל הפנימי הם 20 X 11 X 11 ס"מ.

(2) נחשב: 880 סמ"ר = $4 \cdot 11 \cdot 20$ = M.

(3) 80 סמ"ר. יש בעיה בניסוח בכמה סמ"ר גדול... או בכמה סמ"ר הוקטן...

תרגיל 121 עמוד 215

סעיף א': 19.625 סמ"ר = $2.5 \cdot 2.5 \cdot 3.14$.

סעיף ב': נפח המיץ 157 סמ"ק = $19.625 \cdot 8$ = V.

סעיף ג': (1) רדיוס הבסיס הוא 3 ס"מ. שטח הבסיס הוא 28.26 סמ"ר = $3 \cdot 3 \cdot 3.14$.

טעות אפשרית: $2.5 \cdot 2.5 \cdot 1.2 \cdot 3.14 = 23.55$. הגדילו רק פעם אחת פי 2.5.

(2) $28.26 \cdot h = 157$, 5.56 ס"מ = h.

תרגיל 122 עמוד 216

סעיף א': נפח סבון אחד הוא 48 סמ"ק, לפיכך ניתן לארוז 100 סבונים.

סעיף ב': (1) נפח הסבון גדל פי 2 (הגדלנו רק ממד אחד).

(2) 50 סבונים. ניתן להסביר ללא חישוב: נפח הסבון גדל פי 2, ולכן ייכנסו רק מחצית הסבונים.

אפשרות אחרת: לחשב נפח סבון אחד: 96 סמ"ק, ולחלק.

תרגיל 123 עמוד 216

סעיף א': נפח כדור קציצה הוא 24.41 סמ"ק, מ – 1000 סמ"ק ניתן להכין כ – 41 קציצות.

סעיף ב': רדיוס הקציצה עם ציפוי הוא 2 ס"מ.

סעיף ג': נפח הקציצה עם הציפוי הוא 34.49 סמ"ק = $\frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 2^3$ = V.

סעיף ד': שטח הציפוי הוא 50.24 סמ"ק = $4 \cdot 3.14 \cdot 2^2$.

תרגיל 124 עמוד 216

סעיף א': חישוב: $2.62 = \frac{3.14 \cdot 1^2 \cdot 2}{3} - \frac{3.14 \cdot 1.5^2 \cdot 2}{3}$. נפח האוהל יקטן ב - 2.62 סמ"ק.

סעיף ב': (1) הרדיוס החדש -1.8 מ', הגובה החדש – 2.4 מ' הנפח: $8.14 = \frac{3.14 \cdot 1.8^2 \cdot 2.4}{3}$,

ההפרש 3.43 מ"ק.

בכיתות מתקדמות ניתן לומר: הגדלנו את הגובה פי 1.2 ואת הרדיוס פי 1.2 (פעמיים בנוסחה), ולכן הנפח החדש גדל פי 1.2^3.

(2) כדי לחשב את שטח המעטפת עלינו לחשב את הקו היוצר של כל חרוט.

הקו היוצר של החרוט הקטן הוא 2.5 מ' ושל החרוט הגדול 3 מ'.

נחשב: 5.18 מ"ר = $3.14 \cdot 1.8 \cdot 3 - 3.14 \cdot 1.5 \cdot 2.5$.

תרגיל 125 עמוד 217

סעיף א': אורך הגובה לצלע משולש הבסיס הוא 27.71 שטחו: 443.41 סמ"ר = $\frac{32 \cdot 27.71}{2}$.

סעיף ב': שטח הפנים: 1366.82 סמ"ר = $3 \cdot 5 \cdot 32 + 2 \cdot 443.41$ = F.

סעיף ג': נחשב את אורך צלע הבסיס החדש: 24 ס"מ, הגובה החדש: 20.78 ס"מ.

נחשב: $507.99 = 1366.82 - (\frac{2 \cdot 24 \cdot 20.78}{2} + 3 \cdot 5 \cdot 24)$.

סעיף ד': אורך הצלע החדש: 40 ס"מ, גובה הקופסה החדש: 6.25 ס"מ.

שטח המעטפת החדש: 750 סמ"ר = $6.25 \cdot 40 \cdot 3$. נחשב: $1.5625 = \frac{750}{3 \cdot 32 \cdot 5}$.

תרגיל 126 עמוד 217

סעיף א': 0.5S סמ"ק = $V = \frac{S \cdot 1.5}{3}$

סעיף ב': נפח הפירמידה גדל פי 1.6 (רק ממד אחד השתנה).

סעיף ג': (1) שטח הבסיס המוקטן הוא 0.25S. נפח הפירמידה הקטנה: 0.25S סמ"ק, נפח הפירמידה הגדולה 0.4S סמ"ק.

(2) פי 1.6 (רק ממד אחד השתנה.

<u>**דוגמה פתורה – שינוי בממד חסר, עמודים 217, 218**</u>

דוגמה מחיי היומיום, שינוי בממד ללא התייחסות מספרית לגודל הממד.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 127 עמוד 218

סעיף א': נפח המכל: V = a · b · h. (אין גדלים בס"מ)..

סעיף ב': (1) אם גובה המכל יקטן פי 3, נפח המים יקטן פי 3: $V = \frac{a \cdot b \cdot h}{3}$.

(2) אם גובה המכל יגדל פי 1.1 (גדול ב – 10%) גם הנפח יגדל פי 1.1.

תרגיל 128 עמוד 219

סעיף א': נפח המסבך: $V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$.

סעיף ב': (1) אם הגובה יקטן ב – 20%, משמע הנפח יקטן פי 0.8.

(2) אם אורך צלע הבסיס יגדל פי 1.2, אזי הנפח יגדל פי 1.44 = 1.2^2.

תרגיל 129 עמוד 219

שטח הפנים של הכדור הקטן: $F = 4 \cdot \pi \cdot R^2$, שטח הפנים של הכדור הגדול: $F = 4 \cdot \pi \cdot (R+1.5)^2$.

נרשום משוואה: $1.21 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 4 \cdot \pi \cdot (R+1.5)^2$, $1.21R^2 = R^2 + 3R + 2.25$.

$0.21R^2 - 3R - 2.25 = 0$. 15 ס"מ = R (פסלנו את הפתרון השלילי).

סעיף ב': רדיוס הכדור הגדול הוא 16.5 ס"מ.

סעיף ג': 4677.03 סמ"ק = $\frac{4 \cdot 3.14 \cdot 15^3}{3} - \frac{4 \cdot 3.14 \cdot 16.5^3}{3}$.

תרגיל 130 עמוד 219

סעיף א': $\frac{\pi \cdot (R-0.4)^2 \cdot h}{3} = \frac{0.81 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$, $0.81R^2 = R^2 - 0.8R + 0.16$, $0.19R^2 - 0.8R + 0.16 = 0$.

4 ס"מ = R (פסלנו את הפתרון השני).

סעיף ב': רדיוס הבסיס החדש הוא 3.6 ס"מ.

תרגיל 131 עמוד 219

סעיף א': נפח הממגורה: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$, שטח המעטפת: $M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$.

סעיף ב': נפח: $V = \pi \cdot (1.1R)^2 \cdot 0.9h = 1.089 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$. $M = 2 \cdot \pi \cdot 1.1R \cdot 0.9h = 1.98\pi Rh$.

סעיף ג': (1) נפח הממגורה גדל פי 1.089.

(2) לממגורה החדשה. 1.98 > 2.

תרגיל 132 עמוד 220

סעיף א': הנפח: $V = \frac{a \cdot a \cdot h}{2}$.

סעיף ב': נפח 3 החומיות הוא $\frac{a^2 \cdot h}{2} = 0.5 \cdot h \cdot a^2$. נפח הקופסה: $\frac{(1.2a)^2 \cdot 4h}{2} = 2.88 \cdot a^2 \cdot h$.

נחשב: $\frac{2.88a^2\,h}{0.5a^2\,h} = 5.76$, פי 5.76.

השוואה וקבלת החלטות

בפרק זה נתמקד במצבים מחיי היומיום בהם אנו נדרשים לקבל החלטות ו/או השוואות בין הצעות שונות וכו'.

ניתן לשאול בכיתה: באילו מצבים אנו נדרשים לקבל החלטות?

למשל גודל מקרר מול מחירו, הרבה עוגות קטנות או מעט עוגות גדולות (תלוי במחיר או בנפח) וכו'.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **1.5 שעות.**

<u>דוגמה פתורה- השוואת נפחי כדורים</u>, עמוד 221

כדאיות קנייה של הרבה מוצרם קטנים או מעט מוצרים גדולים.

תרגיל 133 עמוד 222

סעיף א': שטח המעטפת של הקובייה הוא 1024 סמ"ר, שטח מעטפת הגליל 803.84 סמ"ר. שטח המעטפת של הגליל גדול יותר.

סעיף ב': שטח הפנים של הקובייה: 1536 סמ"ר, שטח הפנים של הקובייה: 1205.76 סמ"ר, גם כאן שטח הפנים של הקובייה גדול יותר.

סעיף ג': נפח הקובייה 4096 סמ"ק, נפח הגליל 3215.36 סמ"ק. נפח הקובייה גדול יותר.

תרגיל 134 עמוד 222

סעיף א': הגובה לבסיס של אוהל א' הוא 1.56 מ', הנפח: 4.21 מ"ק = $\frac{1.8 \cdot 1.56 \cdot 3}{2}$.

הגובה לבסיס של אוהל ב' הוא 1.73 מ', הנפח: 4.33 מ"ק = $\frac{2 \cdot 1.73 \cdot 2.5}{2}$.

נפח אוהל ב' גדול יותר.

סעיף ב': שטח הבד של אוהל א': 13.61 מ"ר = 1.8 · 3 · 2 + $\frac{1.8 \cdot 1.56 \cdot 2}{2}$, שטח הבד של אוהל ב': 13.46 מ"ר

13.46 = 2.5 · 2 · 2 + $\frac{2 \cdot 1.73 \cdot 2}{2}$. באוהל א' כמות בד גדולה יותר.

תרגיל 135 עמוד 222

טעות אפשרית: כן! שני הגדלים זהים. אולם יש לבדוק היטב.

אפשרות א': חישוב, נקבל שוויון, אפשרות ב': להתבונן בנוסחה לחישוב שטח המעטפת.

שטח המעטפת: $M = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$, גם הממד h, וגם הממד R הם ממעלה ראשונה, כך שניתן להחליפם.

תרגיל 136 עמוד 223

סעיף א': נפח הגליל: 2034.72 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 6^2 \cdot 18$, נפח החרוט 678.24 סמ"ק (שליש מהגליל).

סעיף ב': הנפח של שלושה חרוטים (שעלותם 24 שקלים) שווה לנפח של הגליל שעלותו 25 שקלים, לכן כדאי לקנות 3 קופסאות בצורת חרוט. הסבר ארוך בתשובה

תרגיל 137 עמוד 223

סעיף א': נפח הגליל: 339.12 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 6^2 \cdot 3$. נפח המנסרה: 350 סמ"ק = $\frac{10 \cdot 14 \cdot 5}{2}$.

סעיף ב': כדאי לקנות את הגבינה בצורת מנסרה משום שנפחה גדול יותר.

תרגיל 138 עמוד 223

נפח העוגה בצורת תיבה הוא 3,600 סמ"ק, המחיר לסמ"ק הוא 25.71 שקלים.

נפח העוגה העגולה הוא 3692.64 סמ"ק, והמחיר לסמ"ק הוא 24.62 שקלים.

כדאי לקנות את העוגה העגולה, נפחה גדול יותר, והמחיר לסמ"ק נמוך יותר.

תרגיל 139 עמוד 224

סעיף א': נפח העוגה: 2712.96 סמ"ק = $V = 3.14 \cdot 12^2 \cdot 6$.

סעיף ב': $3.14 \cdot 14^2 \cdot h = 2712.96$, 4.41 ס"מ = h.

סעיף ג': 387.73 סמ"ר = $M = 2 \cdot 3.14 \cdot 14 \cdot 4.41$. (לציין בשאלה שלעוגה שקוטרה 28)

סעיף ד': כן, נחשב את שטח הציפוי: 452.16 סמ"ק = $M = 2 \cdot 3.14 \cdot 12 \cdot 6$.

תרגיל 140 עמוד 224

סעיף א': נפח החרוט הוא 131.88 סמ"ק = $V = \frac{3.14 \cdot 3^2 \cdot 14}{3}$, מחצית נפח הגליל: 200.96 סמ"ק = $\frac{3.14 \cdot 4^2 \cdot 8}{2}$.

במשפחת פלד כל ילד אכל יותר גלידה.

סעיף ב': משפחת פלד: 401.92 > 395.64.

תרגיל 141 עמוד 225

סעיף א': 128 סמ"ק = $\frac{8 \cdot 4 \cdot 12}{3} = \frac{a \cdot b \cdot h}{3}$.

סעיף ב': נפח קופסה א' : 33.3h סמ"ק = $V = \frac{10 \cdot 10 \cdot h}{3}$, נפח קופסה ב': 37.33h סמ"ק = $V = \frac{7 \cdot 8 \cdot 2h}{3}$.

בקופסה ב'.

סעיף ג': יש לחשב את שטח הפנים. קופסה א': תחילה יש לחשב את אורך המקצוע של כל פאה שהוא היתר במשולש ישר-זווית שבו הניצבים הם גובה הפירמידה (9 ס"מ) ומחצית אלכסון הבסיס (7.07 ס"מ).

11.44 ס"מ = אורך המקצוע. עכשיו יש לחשב את גובה הפאה הצדדית: 10.29 ס"מ.

שטח הפנים: 305.8 סמ"ר = 100 + $\frac{4 \cdot 10 \cdot 10.29}{2}$.

קופסה ב': תחילה יש לחשב את אורך המקצוע של כל פאה שהוא היתר במשולש ישר-זווית שבו הניצבים הם גובה הפירמידה (18 ס"מ) ומחצית אלכסון הבסיס (5.32 ס"מ).

18.77 ס"מ = אורך המקצוע. עכשיו יש לחשב את גובה הפאה הצדדית: 18.34 ס"מ, ו – 18.44 ס"מ.

שטח הפנים: 331.8 סמ"ר = 56 + $\frac{2(8 \cdot 18.34 + 7 \cdot 18.44)}{2}$.

קופסה ב'.

תרגיל 142 עמוד 225

סעיף א': נפח הקופסה: $V = 9 \cdot 5 \cdot 4 = 180$ סמ"ק.

סעיף ב': (1) נפח הפירמידה 90 סמ"ק.

(2) $\frac{6 \cdot 6 \cdot h}{3} = 90$, $h = 7.5$ ס"מ.

סעיף ג': $90x + 15 \cdot 180 = 3780$, $x = 12$, 12 קופסאות.

תרגיל 143 עמוד 226

סעיף א': נפח הכדור: $V = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 6^3 = 904.32$ סמ"ק.

סעיף ב': נפח נר החרוט הוא 723.46 סמ"ק. $\frac{3.14 \cdot 6^2 \cdot h}{3} = 723.46$, $h = 19.2$ ס"מ.

סעיף ג': $3.14 \cdot R^2 \cdot 3 = 904.32$, $R^2 = 9$, $R = 3$ ס"מ.

תרגיל 144 עמוד 226

סעיף א': נפח בקבוק א': $V = 3.14 \cdot 2^2 \cdot 8 = 100.48$ סמ"ק. נפח בקבוק ב': $V = 6 \cdot 3 \cdot 5 = 90$ סמ"ק. נפח הגליל גדול יותר.

סעיף ב': $\frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot R^3 = 90$, $R = 2.78$ ס"מ.

סעיף ג': $\frac{6 \cdot 5 \cdot h}{3} = 100.48$, $h = 10.05$ ס"מ.

תרגיל 145 עמוד 227

סעיף א': לעציץ בצורת תיבה יש נפח גדול יותר כי שטח בסיס שלו גדול יותר מהעציץ בצורת גליל שגובהם שווה.

בכיתות מתקשות ניתן להראות: $16 \cdot 16 > 8 \cdot 8 \cdot 3.14$.

סעיף ב': נמצא תחילה את נפח עציץ הגליל: 3617.28 סמ"ק, ואת נפח העציץ בצורת תיבה: 4,608 סמ"ק. ביחד 8225.28 סמ"ק, ולכן יש להשתמש בשק שנפחו 8,500 סמ"ק.

סעיף ג': נחשב את שטח הפנים של כל עציץ (רק בסיס אחד). תיבה: $4 \cdot 18 \cdot 16 + 16^2 = 1408$ סמ"ר. גליל: $2 \cdot 3.14 \cdot 8 \cdot 18 + 8^2 \cdot 3.14 = 1105.28$ סמ"ר. לעציץ בצורת תיבה שטח צביעה גדול יותר.

תרגול מסכם

בפרק זה אנו עוסקים בפתרון בעיות המשלבות את כל החומר הנלמד.

מספר השעות המוקצות לפרק זה: **1.5 שעות.**

תרגיל 146 עמוד 228

סעיף א': נפח הבריכה: $V = 4 \cdot 3 \cdot 0.8 = 9.6$ מ"ק.

סעיף ב': (1) שטח הבסיס: $3 \cdot 4 = 12$ מ"ר.

(2) מחיר המשטח הוא 840 שקלים.

סעיף ג': (1) שטח המעטפת: $M = 2 \cdot (3 \cdot 0.8 + 4 \cdot 0.8) = 11.2$ מ"ר.

(2) מחיר הציפוי הוא 1,568 שקלים.

סעיף ד': $a^3 \cdot 150 = 9.6$. $a^3 = 0.064$, $a = 0.4$ מ'.

תרגיל 147 עמוד 228

סעיף א': נפח המכל: 210,000 מ"ק.

סעיף ב': $210000 : \frac{3.14 \cdot 12^2 \cdot 42}{3} = 33.17$, 34 דליים.

סעיף ג': נפח החרוט הוא 6330.24 מ"ק, $3.14 \cdot R^2 \cdot 35 = 6330.24$, $R = 7.59$ מ'.

סעיף ד': נפח הדלי יגדל פי 4 כי $(2R)^2 = 4R^2$.

תרגיל 148 עמוד 229

סעיף א': נפח הדבש בצנצנת הנמוכה הוא 628 סמ"ק $V = 3.14 \cdot 5^2 \cdot 8 = 628$.

סעיף ב': נפח הדבש בצנצנת הגבוהה הוא 314 סמ"ק $V = 3.14 \cdot 2.5^2 \cdot 16 = 314$.

סעיף ג': $\frac{628}{314} = \frac{2}{1} = 2 : 1$.

סעיף ד': משתלם לקנות את הצנצנת הנמוכה כי נפחה גדול פי 2 אך מחירה הוא רק פי 1.6 ממחיר הצנצנת הגבוהה.
ניתן לחשב את המחיר לסמ"ק וראות את הכדאיות.

תרגיל 149 עמוד 229

סעיף א': נפח הקופסה הצהובה: 14,400 סמ"ק = $V = 24 \cdot 50 \cdot 12$
סעיף ב': נפח הקופסה הירוקה: 8,640 סמ"ק = $14400 \cdot 0.6$.
סעיף ג': גובה הקופסה = x ס"מ, אורך אחת הצלעות = $1.5x$ ס"מ, אורך הצלע האחרת = 40 ס"מ.
$40 \cdot x \cdot 1.5x = 8640$, $x^2 = 144$, $x = 12$ ס"מ (פסלנו את הפתרון השלילי).
סעיף ד': שטח הפנים של הקופסה הצהובה הוא: 4176 סמ"ר = $2 \cdot (24 \cdot 12 + 50 \cdot 12) + 2 \cdot 24 \cdot 50$.
שטח הפנים של הקופסה הירוקה הוא: 2832 סמ"ר = $2 \cdot (40 \cdot 12 + 18 \cdot 12) + 2 \cdot 18 \cdot 40$.
לצביעת הקופסה הצהובה דרושה כמות צבע גדולה יותר.
ניתן לדעת ללא חישוב: הגובה של שתי הקופסאות שווה, אולם ממדי הבסיס של התיבה הצהובה גדולים ממדי הבסיס של הקופסה הירוקה.

תרגיל 150 עמוד 230

סעיף א': נפח מלחייה א' הוא 90 סמ"ק = $V = 3 \cdot 3 \cdot 10$.
סעיף ב': (1) נפח מלחייה ב' הוא 36 סמ"ק.
(2) $V = \frac{3 \cdot 3 \cdot h}{3} = 36$, $h = 12$ ס"מ.
סעיף ג': 75% מנפח מלחייה א' משמע 67.5 סמ"ק, 75% ממלחייה ב' משמע 27 סמ"ק.
נסמן: מספר מלחיות ב' = a, מספר מלחיות א' = $a + 6$. $67.5(a + 6) + 27a = 1539$.
נחשב ונקבל: $a = 12$, משמע 12 מלחיות מסוג ב'.

תרגיל 151 עמוד 230

סעיף א': 6 סמ"ק = $V = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2}{3}$.
סעיף ב': (1) גובה הפאה הצדדית הוא 2.5 ס"מ השתמשנו במשפט פיתגורס כאשר היתר הוא גובה הפאה והניצבים הם מחצית צלע הבסיס וגובה הפירמידה.
(2) שטח המדבקה הוא 3.75 סמ"ר = $\frac{3 \cdot 2.5}{2}$.
סעיף ג': נפח החרוט: 14.13 סמ"ק = $\frac{3.14 \cdot 1.5^2 \cdot 6}{3}$.
סעיף ד': בכל מארז יש שני ממתקים בצורת פירמידה, ואחד בצורת חרוט, משמע 26.13 סמ"ק שוקולד.
נחשב: $262 : 26.13 = 10.02$, משמע 10 מארזים.

תרגיל 152 עמוד 231

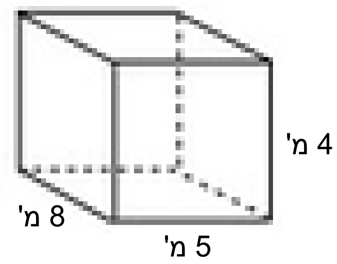
סעיף א': (1) אורך הקו היוצר: 12.08 ס"מ = $\sqrt{12^2 + 1.35^2}$.
(2) 51.21 סמ"ר = $M = 3.14 \cdot 1.35 \cdot 12.08$.
סעיף ב': נפח הקרם הוא 22.89 סמ"ק = $\frac{3.14 \cdot 1.35^2 \cdot 12}{3}$.
סעיף ג': (1) קוטר הבסיס החדש הוא 2.97 ס"מ = $2.7 \cdot 1.1$.
(2) גובה החרוט החדש הוא 10.8 ס"מ = $12 \cdot 0.9$.
סעיף ד': יהונתן צודק, נפח החרוט החדש הוא 24.93 סמ"ק.

תרגיל 153 עמוד 231

סעיף א': אורך האקווריום הוא 90 ס"מ.
סעיף ב': $141750 = 45 \cdot 90 \cdot b$. $b = 35$ ס"מ.
סעיף ג': שטח המעטפת הוא 11,250 סמ"ר = $2 \cdot (35 \cdot 45 + 90 \cdot 45)$. שטח הבסיס 3,150 סמ"ר.
סעיף ד': מחיר 1 מ"ר משטח בסיס הוא 80 שקלים, מחיר 1 מ"ר טפט הוא 64 שקלים.
נמיר את הגדלים ל - מ"ר. 1.125 מ"ר = שטח המעטפת, 0.315 מ"ר = שטח הבסיס.
העלות הכוללת: 97.2 שקלים = $1.125 \cdot 64 + 0.315 \cdot 80$.
סעיף ה': נפח הפירמידה הוא 12,250 סמ"ק, נפח החרוט הוא 11,775 סמ"ק, כדאי להשתמש בפירמידה.

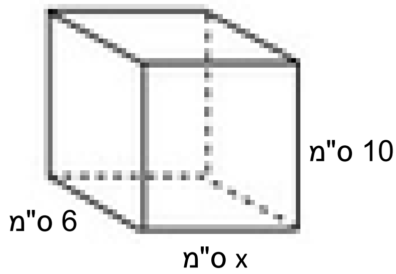
מאגר תרגילים מספר 1
בספר ובאתר יש הרבה תרגול לתלמידים רגילים ומתקדמים.
בחרנו להוסיף מספר תרגילים לתלמידים מתקשים.

תרגיל 1



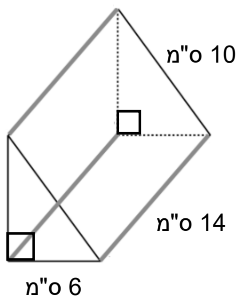
נתונה תיבה שממדיה רשומים על גבי הסרטוט.
א. חשבו את נפח התיבה.
ב. חשבו את מעטפת התיבה.
ג. חשבו את שטח הפנים של התיבה.
ד. מלאו 30% מהתיבה בחול, כמה חול מילאו?
רחל רצתה לעטוף את התיבה וקנתה בד שעלותו 35 שקלים למ"ר.
כדי שהבד יספיק, קנתה רחל כמות בד הגדולה ב – 20% מהדרוש.
סעיף ה': (1) כמה בד קנתה רחל? (2) כמה שילמה רחל עבור הבד?

תרגיל 2



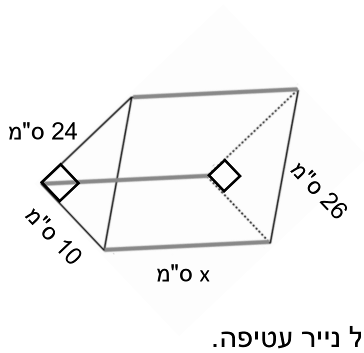
נתונה תיבה שנפחה 240 סמ"ק, ונתוניה רשומים על גבי הסרטוט.
א. מצאו את ערכו של x.
ב. חשבו את שטח הפנים של התיבה.
הגדילו את גובה התיבה פי 1.5.
ג. מהו נפח התיבה לאחר ההגדלה?
ד. בכמה סמ"ר גדל שטח הפנים שלה?

תרגיל 3



נתונה תיבת זכוכית בצורת מנסרה משולשת שבסיסה משולש ישר-זווית.
הנתונים רשומים על גבי הסרטוט.
א. מצאו את הממד החסר.
ב. חשבו את נפח המנסרה.
ג. חשבו את שטח המעטפת של המנסרה.
ד. חשבו את שטח הפנים של המנסרה.
עלות 10 סמ"ר של זכוכית עולה 50 שקלים.
ה. כמה עולה הזכוכית לייצור 3 מנסרות?

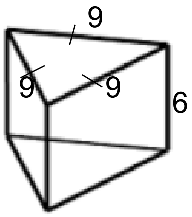
תרגיל 4



נתונה מנסרה משולשת ששטח המעטפת שלה הוא 1,800 סמ"ר.
בסיס המנסרה הוא משולש ישר-זווית, הנתונים רשומים על גבי הסרטוט.
א. מצאו את ערכו של x.
ב. מצאו את נפח המנסרה.
מלאו במים 70% מנפח המנסרה.
ג. מהי כמות המים שמילאו?
מחיר סמ"ר של נייר עטיפה עולה 5 שקלים.
ד. (1) מצאו את שטח הפנים של המנסרה. (2) חשבו את עלות הקנייה של נייר עטיפה.

תרגיל 5

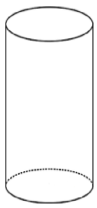
נתונה מנסרה שבסיסה משולש שווה צלעות.
הנתונים רשומים על גבי הסרטוט.



א. מצאו את אורך הגובה לצלע במשולש שהוא בסיס המנסרה.
ב. מצאו את נפח המנסרה.
ג. מצאו את שטח המעטפת של המנסרה.
דנה רוצה לצבוע את המנסרה ללא החלק התחתון שלה.
ד. מהו השטח שדנה רוצה לצבוע?

תרגיל 6

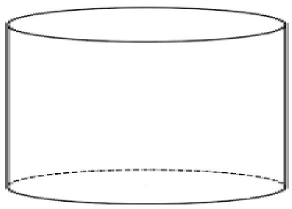
נתון גליל שקוטרו 10 ס"מ, וגובהו 12 ס"מ.



א. חשבו את נפח הגליל.
ב. חשבו את שטח המעטפת של הגליל.
ג. חשבו את שטח הפנים של הגליל.
מלאו את הגליל בקמח כדי 80% מנפחו.
ד. כמה קמח מלאו בגליל?

תרגיל 7

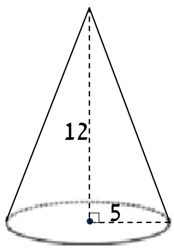
נתונה קופסת שימורים בצורת גליל שנפחה 2,260.8 סמ"ק, וקוטרה 12 ס"מ.



א. חשבו את גובה קופסת השימורים.
ב. חשבו את שטח הפנים של הקופסה.
עטפו את החלק החיצוני של הקופסה בנייר צבעוני
שעלותו 2 שקלים לסמ"ר.
ג. (1) חשבו את שטח הנייר הדרוש. (2) חשבו את עלות הנייר.

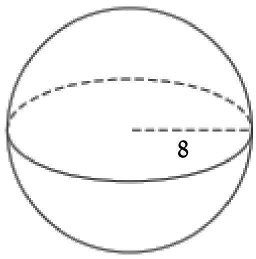
תרגיל 8

נתון חרוט, הנתונים רשומים על גבי הסרטוט.



א. חשבו את אורך הקו היוצר.
ב. חשבו את נפח החרוט.
ג. חשבו את שטח המעטפת של החרוט.
ד. חשבו את שטח הפנים של החרוט.
מילאו 60% מנפח החרוט בחול צבעוני שעלותו 52 שקלים לסמ"ר.
ה. מהי עלות החול שמילאו?

תרגיל 9



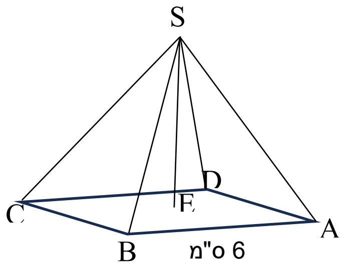
נתון כדור נתון שרדיוסו 8 מ'.
א. חשבו את נפח הכדור.
ב. חשבו את שטח הפנים של הכדור.
ג. עטפו את הכדור בנייר שעלותו 40 שקלים למ"ר.
מהי עלות עטיפת הכדור?

תרגיל 10

נתון כדור שנפחו 7,234.56 סמ"ק.
א. מהו רדיוס הכדור?
ב. חשבו את שטח הפנים של הכדור.

תרגיל 11

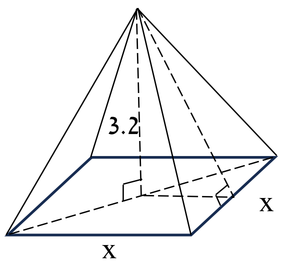
נתונה פירמידה שבסיסה ריבוע וגובהה 10 ס"מ.



א. מצאו את שטח הבסיס.
ב. חשבו את אורך אלכסון הבסיס.
ג. חשבו את אורך המקצוע של הפאה הצדדית.
ד. חשבו את אורך הגובה לבסיס של הפאה הצדדית.
ה. חשבו את נפח הפירמידה.
ו. חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה.
ז. חשבו את שטח הפנים של הפירמידה.

תרגיל 12

נתונה פירמידה שבסיסה ריבוע. גובה הפירמידה 3.2 מ' ונפחה 9.6 מ"ק.



א. חשבו את אורך צלע הבסיס.
ב. חשבו את אורך אלכסון הבסיס.
ג. חשבו את אורך גובה הפאה הצדדית.
ד. חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה.

תשובות:

1. א. 160 מ"ק, ב. 104 מ"ר, ג. 184 מ"ר, ד. 48 מ"ק, ה. (1) 220.8 מ"ר (2) 7,728 שקלים.
2. א. 4 ס"מ, ב. 248 סמ"ר, ג. 360 סמ"ק, ד. ב – 100 סמ"ר.
3. א. 8 ס"מ, ב. 336 סמ"ק, ג. 336 סמ"ר, ד. 384 סמ"ר, ה.5,040 שקלים.
4. א. 30 ס"מ, ב. 3,600 סמ"ק, ג. 2,520 סמ"ק, ד. (1) 2,040 סמ"ר (2) 10,200 שקלים.
5. א. 7.79 ס"מ, ב. 210.33 סמ"ק, ג. 162 סמ"ר, ד. 187.06 סמ"ר.
6. א. 942 סמ"ק, ב. 376.8 סמ"ר, ג. 533.8 סמ"ר, ד. 753.6 סמ"ק.
7. א. 20 ס"מ, ב. 979.68 סמ"ר, ג. (1) 753.6 סמ"ר, (2) 1,507.2 שקלים.
8. א. 13 ס"מ, ב. 26.17 סמ"ק, ג. 204.1 סמ"ר, ד. 282.6 סמ"ר, ה. 816.5 שקלים.
9. א. 2,143.6 מ"ק, ב. 803.84 מ"ר, ג. 32,153.6 שקלים.
10. א. 12 ס"מ, ב. 1,808.64 סמ"ר.
11. א. 36 סמ"ר, ב. 8.49 ס"מ, ג. 10.86 ס"מ, ד. 10.44 ס"מ, ה. 120 סמ"ק, ו. 125.28 סמ"ר, ז. 161.28 סמ"ר.
12. א. 3 מ', ב. 4.24 מ', ג. 5.31 מ', ד. 31.86 מ"ר.

יחידה שלישית: ראייה מרחבית

<u>תכנים הנלמדים ביחידה זו</u>

הסתכלות על גוף תלת ממדי נתון מנקודות מבט שונות.

זיהוי גוף תלת ממדי הבנוי מקוביות, על סמך תרשים מספרי

הערה: **תרשים מספרי** מתאר את בסיס המבנה של הקוביות (רק אלה הנוגעות בקרקע) כאשר בכל ריבוע רשום מספר הקוביות שיש לשים עליו.

זיהוי גוף תלת ממדי הבנוי מקוביות, על סמך תרשים מבטים.

הערה: תרשים מבטים מורכב מ:

(1) תרשים הבסיס או מבט מלמעלה.

(2) מבט של המבנה מימין או משמאל.

(3) מבט של המבנה מלפנים או מאחור.

<u>מטרות כלליות</u>

1. התלמיד יפתח את יכולת הראייה המרחבית שלו.
2. התלמיד יבין שהסתכלות על צורה תלת-ממדית, מנקודת מבט אחת בלבד או משתי נקודות מבט אינה מספיקה על מנת לקבוע כיצד נראית הצורה.
3. התלמיד יבין את האופן שבו ניתן לזהות את המבטים של צורה תלת-ממדית נתונה ולהיפך.
4. עבור צורה תלת-ממדית, המורכבת מקוביות, התלמיד יבין את החשיבות של קבלת תרשים המבטים על מנת לקבוע כצד נראית הצורה.
5. התלמיד יבין שכאשר נתון תרשים המבטים של גוף (כולל גוף המורכב מקוביות), יתכנו שני מצבים:
   א. ניתן לקבוע באופן חד-משמעי כיצד נראה הגוף.
   ב. יתכנו מספר אפשרויות לגופים.

<u>מטרות אופרטיביות</u>

1. התלמיד ידע להסביר מדוע יש צורך לייצג גוף תלת-ממדי מנקודות מבט שונות.
2. בהינתן גוף תלת-ממדי (כולל מבנה הבנוי מקוביות או תרשים מספרי של מבנה), התלמיד יזהה ו/או יסרטט כיצד נראית הצורה בהסתכלות עליה מנקודות מבט שונות (כולל סרטוט תרשים מבטים עבור מבנה הבנוי מקוביות).

3. בהינתן שלושה מבטים (מבט על/תרשים הבסיס, מבט מלפנים/מאחור, מבט מימין/משמאל) של צורה תלת- ממדית – כולל מבנה הבנוי מקוביות, התלמיד ידע לקבוע כיצד יכולה להיראות הצורה (כולל קביעת מבנה קוביות בעל המספר המינימלי/המקסימלי האפשרי).
   במקרים בהם קיימות מספר אפשרויות – התלמיד יקבע את כולן.

4. התלמיד יקבע מהו מספר הקוביות במבנה, בהינתן מבנה הבנוי מקוביות או בהינתן תרשים המבטים של מבנה (כולל קביעת מספר הקוביות המינימלי/המקסימלי האפשרי).

ראייה מרחבית

ביחידה זו נלמד להסתכל על גוף תלת-ממדי נתון מנקודות מבט שונות.

ביחידה זו ייעשה שימוש בנושאים: שטח ריבוע ונפח קובייה.

הידעתם עמוד 239

מידע על המושג "ראייה מרחבית".

<u>משימת פתיחה</u> עמודים 239, 240

רצוי להגיע לכיתה עם כמות מספקת שלקוביות (ניתן לרכישה, או להשתמש בקוביות "לגו דופלו" (הן גדולות יותר) לשם המחשה הנושא.

סעיף א': המבנה המתאים הוא מבנה (5).

ניתן להסביר מדוע שאר המבנים אינם מתאימים.

סעיף ב': ההסבר בדפי התשובות.

תרשים מבטים

פרק זה מהווה פתיחה לנושא ומטרתו להגיע להבנה מדוע יש צורך בקביעת האופן שבו אנו רואים מבנה מנקודות מבט שונות.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד מעבר ממבנה של קוביות לתרשים מבטים.

√ התלמיד ילמד לעבור מתרשים מבטים למבנים של קוביות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **2 שעות.**

א. <u>מעבר ממבנה של קוביות לתרשים מבטים</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – מעבר ממבנה של קוביות לתרשים מבטים</u>, עמודים 241 - 243

הגדרה: **<u>מבנה מקוביות</u>** הוא מבנה המורכב מקוביות זהות המונחות על משטח או על קובייה אחרת.

הגדרה: **<u>תרשים מבטים</u>** הוא סרטוט דו-ממדי (סרטוט במישור) של צורה תלת-ממדית, כולל מבנה הבנוי מקוביות.

סרטוטים דו-ממדיים אלה נקראים תרשים מבטים והם מורכבים משלושה סרטוטים:

(1) מבט <u>מלמעלה</u>.

(2) מבט של המבנה <u>מימין</u> או מבט <u>משמאל</u>.

(3) מבט של המבנה <u>מלפנים</u> או מבט <u>מאחור</u>.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

חשוב לקרוא ולהפנים את ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.

בספר יש הפנייה ליישומון , שבאמצעותו ניתן לסרטט מבנים מקוביות, הוספת קוביות, הסרת קוביות, סיבוב המבנה וכו'.השימוש ביישומון ייעשה על-פי שיקול דעתו של המורה, ורמת הכיתה.

תרגיל 1 עמוד 243

המבט מלמעלה המתאים למבנה הוא תרשים (3) ניתן להסביר מדוע האחרים אינם מתאימים.

תרגיל 2 עמוד 243

המבט מלפנים המתאים הוא מבט (4) המבנה כ"מגדל" בנוי מ – 2 קוביות, קובייה אחת ו – 3 קוביות.

תרגיל 3 עמוד 243

המבט מימין המתאים הוא מבט (4) גובה "המגדל" מימין לשמאל: 3 קוביות, 2 קוביות, וקובייה אחת.

תרגיל 4 עמוד 244
למבנה א' מתאים תרשים (3), למבנה ב' מתאים תרשים ((1) ולמבנה ג' מתאים תרשים (2).

תרגיל 5 עמוד 244
סעיף א': המבט מלפנים הוא תרשים (1) 1, 2, 2, המבט מימין הוא תרשים (2) – 2, 2, 1.
סעיף ב': המבט מאחור הוא תרשים (2) 2, 2, 1, המבט משמאל הוא תרשים (1) – 1, 2, 2.

תרגיל 6 עמוד 244
שימו לב לכיוון החץ.
סעיף א': המבט מלפנים הוא תרשים (2) – 2, 1, 1.
סעיף ב': המבט משמאל הוא תרשים (5) - 2, 2, 1.

תרגיל 7 עמוד 244
סעיף א': המבט מלפנים הוא מבט (1) – 1, 2, 1.
סעיף ב': המבט מימין הוא מבט (5) – 2, 2.

תרגיל 8 עמוד 245
סעיף א': המבט מלמעלה הוא תרשים (2).
סעיף ב': תרשים המבט מלפנים הוא תרשים (5) – 2, 1, 3.
סעיף ג': תרשים המבט מאחור הוא תרשים (3) השיקוף של המבט מלפנים.
סעיף ד': המבט מימין הוא תרשים (1) – 3, 2, 1.
סעיף ה': המבט משמאל הוא תרשים (4) השיקוף של המבט מימין.

ב. <u>מעבר מתרשים מבטים למבנים של קוביות</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – מעבר מתרשים מבטים למבנים של קוביות</u>, עמודים 245, 246
נתון תרשים מבטים, התלמידים נדרשים למצוא את המבנה המתאים.
למבנה נתון מתאים תרשים מבטים אחד בלבד, לתרשים מבטים יכול להיות יותר ממבנה אחד.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
חשוב לקרוא ולהפנים את ההערות שבסוף הדוגמה הפתורה.

תרגיל 9 עמוד 246
שימו לב לכיוון החץ.
המבנה המתאים הוא מבנה (2) – 1, 2, 3.
תרגיל 10 עמוד 246
המבנה המתאים הוא מבנה (3) – 3, 1, 2.
תרגיל 11 עמוד 246
המבנה המתאים הוא מבנה (3).
תרגיל 12 עמוד 247
המבנים המתאימים הם מבנים (2) ו – (3) – 1, 3, 2.
תרגיל 13 עמוד 247
המבנים המתאימים הם מבנים (1) ו – (2) – 2, 3, 1.
תרגיל 14 עמוד 247
המבנים המתאימים הם מבנים (1) ו (3).
תרגיל 15 עמוד 247
סעיף א': מבנה (1) לא מתאים למבט מלפנים.
סעיף ב': לא! על-פי סעיף א' ראינו כי יש שני מבנים אפשריים.
תרגיל 16 עמוד 248
סעיף א': המבנים המתאימים הם מבנים (2), (3), (4) ו (5).

(1) לא מתאים כי יש לו 3 שורות, (6) לא מתאים כי בשתי השורות יש גובה של שתי קוביות.
סעיף ב': לא (ראו תרגיל קודם, או סעיף א').

תרגיל 17 עמוד 248

דרך לתיאור: נתון משטח המורכב מ – 16 משבצות (4 X 4). כאשר המשטח מונח לפניך על השורה האחרונה מונחות 4 קוביות (שורה מלאה), על הקובייה השמאלית הניחו 2 קוביות אחת מעליה, ואח מלפניה.

תרגיל 18 עמוד 248

דרך לתיאור: נתון משטח המורכב מ – 16 משבצות (4 X 4). כאשר המשטח מונח לפניך:
בשורה הראשונה מונחות 3 קוביות (המשבצת הימנית ריקה), על הקובייה הימנית מונחת קובייה נוספת.
בשורה השנייה מונחת קובייה אחת בלבד במשבצת השנייה משמאל.
בשורה השלישית מונחות שתי קוביות בשתי המשבצות השמאליות, כשעל הקובייה הימנית מבין השתיים הניחו שתי קוביות נוספות.

דרך נוספת: לספר את המשבצות והשורות כך:

	א	ב	ג	ד
1				
2				
3				
4				

להסביר על אילו משבצות מונחת קובייה אחת (למשל ד – 4), ועל אילו משבצות מונחות 2 או 3 קוביות.

קביעת מספר הקוביות הלא מוסתרות והמוסתרות במבנה

בפרק זה נלמד לקבוע את מספר הקוביות במבנה תלת-ממדי הבנוי מקוביות.
המבנה יכול להיות בנוי כך שאין קוביות מוסתרות, או שיש קביות מוסתרות.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **שעה אחת.**

<u>הסבר ודוגמה פתורה – קוביות לא מוסתרות ומוסתרות במבנה מקוביות</u>, עמודים 249, 250

הסבר מהן קוביות גלויות, מהן קוביות לא מוסתרות, ומהן קוביות מוסתרות.
דוגמה: מבנה בן שתי קומות בשורה האמצעית שמונח על לוח 3 X 3.
קביעת המספר המינימלי והמקסימלי של קוביות מוסתרות.

תרגיל 19 עמוד 250

סעיף א': אם אין קוביות מוסתרות אזי המבנה מורכב מ – 4 קוביות.
סעיף ב': למבנה יכולה להיות קובייה מוסתרת אחת, ולכן המספר המינימלי של קוביות המבנה הוא 5 קוביות.
סעיף ג': 5 קוביות (ראו הסבר סעיף ב').

תרגיל 20 עמוד 251

סעיף א': במבנה 6 קוביות.
סעיף ב': למבנה יש אפשרות להניח 2 קוביות מוסתרות, לכן המספר המינימלי של קוביות במבנה הוא 7 קוביות.
סעיף ג': על-פי סעיף ב', המספר המקסימלי הוא 8 קוביות.

תרגיל 21 עמוד 251

סעיף א': בהנחה שאין קוביות מוסתרות, מספר הקוביות המרכיבות את המבנה הוא 8 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא 3, ולכן המספר המינימלי של קוביות המרכיבות את המבנה הוא 9 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף הקודם, המספר המקסימלי של הקוביות הוא 11 קוביות.
בכיתות מתקשות הגיעו לכיתה עם קוביות המאפשרות להמחיש את התרגיל.

תרגיל 22 עמוד 251
סעיף א': המבנה בנוי מ – 10 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות המקסימלי הוא 3, ולכן המספר המינימלי של קוביות המרכיבות את המבנה הוא 11 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף ב' המספר המקסימלי של הקוביות הוא 13 קוביות.
תרגיל 23 עמוד 251
סעיף א': המבנה מורכב מ – 8 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא 3, ולכן המספר המינימלי האפשרי למבנה הוא 9 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף ב' המספר המקסימלי של הקוביות במבנה הוא 11 קוביות.
תרגיל 24 עמוד 252
שימו לב להבדל בין המבנה של תרגיל 23 למבנה של תרגיל 24
זהו אותו מבנה, אך הוא מונח על "מצע אחר" ולכן מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא שונה.
סעיף א': המבנה מורכב מ – 8 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא 6, ולכן המספר המינימלי האפשרי למבנה הוא 9 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף ב' המספר המקסימלי של הקוביות במבנה הוא 14 קוביות.
תרגיל 25 עמוד 252
סעיף א': המבנה מורכב מ – 11 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא 3, ולכן המספר המינימלי האפשרי למבנה הוא 12 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף ב' המספר המקסימלי של הקוביות במבנה הוא 14 קוביות.
תרגיל 26 עמוד 252
סעיף א': המבנה מורכב מ – 13 קוביות.
סעיף ב': מספר הקוביות המוסתרות האופציונלי הוא 6, ולכן המספר המינימלי האפשרי למבנה הוא 14 קוביות.
סעיף ג': לפי ההסבר בסעיף ב' המספר המקסימלי של הקוביות במבנה הוא 19 קוביות.
תרגיל 27 עמוד 252
סעיף א': מבנה (1) מורכב מ – 8 דירות, מבנה (2) מורכב מ – 12 דירות, מבנה (3) מורכב מ – 27 דירות, ומבנה (4) מורכב מ- 10 דירות.
סעיף ב': למבנה (1) יש אופציה לדירה מוסתרת אחת, ולכן המספר המקסימלי של הדירות בבניין זה הוא 9 דירות, למבנה (2) יש אופציה ל – 2 דירות מוסתרת, ולכן מספר הדירות האפשרי בבניין זה הוא 13 או 14 דירות, למבנה (3) יש אופציה ל – 4 דירות מוסתרות, ולכן מספר הדירות האפשרי בבניין זה הוא 29 או 30 או 31 דירות, למבנה (4) יש אופציה ל – 2 דירות מוסתרות, ולכן מספר הדירות האפשרי בבניין זה הוא 11 או 12 דירות.
תרגיל 28 עמוד 253
סעיף א': המבנה בנוי מ – 9 קוביות.
סעיף ב': כדי לקבל מבנה של קובייה יש צורך ב – 27 קוביות, ולכן מספר הקוביות החסר הוא 18 קוביות.
סעיף ג': (1) המבט מלפנים הוא II (1, 2, 3).
(2) המבט מימין הוא I (0, 3, 2).
(3) תרשים הבסיס הוא III.
תרגיל 29 עמוד 253
סעיף א': למבט מלפנים מתאים מבנה (2): 1, 2, 3, 2.
סעיף ב': המבנה בנוי מ – 14 קוביות לא מוסתרות.
סעיף ג': כדי לבנות קובייה יש צורך ב – 64 קוביות, ולכן חסרות 50 קוביות.

זיהוי גוף תלת-ממדי מנקודות מבט שונות

בפרק זה יוצג גוף תלת-ממדי מנקודת מבט מסוימת, ונלמד לקבוע כיצד הוא נראה כאשר מסתכלים עליו מנקודות מבט אחרות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **שעה אחת.**

<u>דוגמה פתורה – זיהוי גוף תלת-ממדי מנקודת מבט שונה</u>, עמוד 254

נתונה תמונה של מחסן, התלמידים נדרשים לזהות דגם המציג את המחסן במבט מאחור.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 30 עמוד 254

התמונה המתאימה היא תמונה ב'.

תרגיל 31 עמוד 255

התמונה מציגה מבט מלפנים של סירה.
תמונה א' מציגה מבט מאחור (השיקוף של מבט מלפנים).
תמונה ג' מציגה מבט מלמעלה (ראו מכולות צבעוניות).
תמונות ב' ו – ד' מציגות מבט מימין ומבט משמאל, פלופלור הספינה מכוון אותנו כך שתמונה ד' היא מבט מימין, ותמונה ב' היא מבט משמאל.

תרגיל 32 עמוד 255

התמונה המקורית מראה מבט מלפנים, ולכן תמונה ד' מראה מבט מאחור (שיקוף של התמונה מלפנים).
תמונה ב' מראה את הבניין ממבט מימין (אנו רואים את החלק הגבוה של הבניין).
תמונה א' מראה את הבניין ממבט משמאל (רואים את החלק הנמוך של הבניין יחד עם "הגב" של החלק הגבוה).
תמונה ג' מראה את הבניין ממבט מלמעלה (רואים רק א "הגג" ללא דירות או קומות).

תרגיל 33 עמוד 256

שידה ג' מציגה את המבט מימין של השידה.
שידה א' מראה את המבט משמאל, שידות ב' ו – ד' לא מראות את השידה המקורית.

תרגיל 34 עמוד 256

רק מבנה (2) מציג את המבנה מאחור בהנחה שאין קוביות מוסתרות.

תרגיל 35 עמוד 256

תמונה (1) מציגה את הבית מלפנים, תמונה (2) מציגה ממבט ימין את המבנה, תמונה (3) מציגה ממבט משמאל את המבנה, תמונה (4) מציגה את המבנה ממט מלמעלה.

תרגיל 36 עמוד 257

תמונה (1) מציגה את המבט מימין של הבניין, ותמונה (2) היא השיקוף של תמונה (1) ולכן זהו המבט משמאל של הבניין, תמונה (3) מציגה את המבט מלמעלה את הבניין, ותמונה (4) מציגה את הבניין ממבט לאחור.

תרגיל 37 עמוד 257

תמונה (1) לא יכולה להיות מבט מלפנים (ראו עמודה אמצעית), תמונה (4) לא יכולה להיות מבט מלפנים כל שורה היא בגובה של 3 קוביות (ולא 2), תמונות 2, 3, ו – 5 יכולות להיות מבט מלפנים.

תרשים מספרי

בפרק זה, בהינתן מבנים הבנויים מקוביות, נלמד לזהות ולסרטט תרשים מספרי ותרשים מבטים של המבנה.
הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד מעבר ממבנה של קוביות לתרשים מבטים.
√ התלמיד ילמד לעבור מתרשים מבטים למבנים של קוביות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **3 שעות.**

א. <u>מעבר מתרשים מספרי למבנה מקוביות</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – מעבר מתרשים מספרי למבנה מקוביות</u>, עמודים 258, 259

נגדיר: **תרשים מספרי** (או תרשים מספרים) מתאר את המבנה מקוביות באמצעות תרשים הבסיס, שבו כל ריבוע מציין את מספר הקוביות המונחות על הריבוע, זו על גבי זו.
בספר יש מבנה מקוביות, לידו את תרשים הבסיס (המבט מלמעלה) ואת התרשים המספרי.
אנו רואים כי התרשים המספרי דומה לתרשים הבסיס בתוספת הכמות המספרית של הקוביות בכל משבצת.
דוגמה ופתרונה.

תרגיל 38 עמוד 259

סעיף א': במבנה 7 קוביות.
סעיף ב': מבנה קוביות (2) מתאים לתרשים המספרי.

תרגיל 39 עמוד 259

סעיף א': במבנה יש 8 קוביות.
סעיף ב': מבנה (3) הוא המתאים לתרשים המספרי.
סעיף ג': לא! תרשים מספרי יכול להתאים רק למבנה אחד ויחיד.

תרגיל 40 עמוד 260

סעיף א': תרשים (1) מתאים למבנה III, תרשים (2) מתאים למבנה I ותרשים (3) מתאים למבנה II.
סעיף ב': לא! תרשים מספרי מציג בפנינו את מספר הקוביות במבנה, בין אם הן גלויות או נסתרות.

תרגיל 41 עמוד 260

סעיף א': תרשים (1) מתאים למבנה III, תרשים (2) מתאים למבנה II ותרשים (3) מתאים למבנה I.
סעיף ב': לא! תרשים מספרי מציג בפנינו את מספר הקוביות במבנה, בין אם הן גלויות או נסתרות.

תרגיל 42 עמוד 261

סעיף א': במבנה 10 קוביות.
סעיף ב': מבנה (1) הוא המתאים לתרשים המספרי. **טעות אפשרית** מבנה (2).

ב. <u>מעבר ממבנה מקוביות לזיהוי וסרטוט תרשים מבטים ותרשים מספרי</u>

<u>דוגמה פתורה – מעבר ממבנה מקוביות לזיהוי וסרטוט תרשים מבטים ותרשים מספרי</u>, עמודים 261, 262

דוגמה ופתרונה.
נתון מבנה מקוביות, רישום תרשים הבסיס, מבט מלפנים ומבט מימין.
רישום התרשים המספרי.

תרגיל 43 עמוד 262

התרשים המספרי המתאים הוא תרשים (2).

תרגיל 44 עמוד 263

מבנה א' מתאים לתרשים (3) ומבנה ב' מתאים לתרשים (1).

תרגיל 45 עמוד 263

למבנה א' מתאים תרשים (2), למבנה ב' מתאים תרשים (3) ולמבנה ג' מתאים תרשים (1).

תרגיל 46 עמוד 264

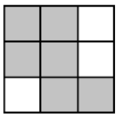
סעיף א': תרשים הבסיס המתאים הוא תרשים (2).

סעיף ב': סרטוט התרשים המספרי:

2	1	
1	1	
	1	1

תרגיל 47 עמוד 264

סעיף א': סרטוט תרשים הבסיס:



סעיף ב': סרטוט התרשים המספרי:

2	1	
3	2	
	1	1

תרגיל 48 עמוד 264

שימו לב! המבנים מונחים על רשת של 4 X 4. בסעיף ד' כיוון החץ שונה.

סעיף א': סרטוט מספרי של מבנה א':

במבנה 7 קוביות.

	1	2	
	2	1	
	1		

סרטוט מספרי של מבנה ב':

במבנה 9 קוביות.

	3	2	
1	1		
	2		

סרטוט מספרי של מבנה ג':

במבנה 10 קוביות.

		3	
1	2	2	
	1	1	

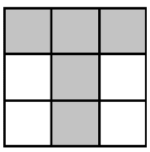
סרטוט מספרי של מבנה ד':

במבנה 15 קוביות.

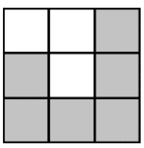
	4	3	2
1	1	2	
	1	1	

תרגיל 49 עמוד 264

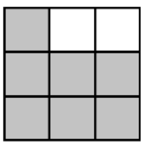
סעיף א': תרשים הבסיס:

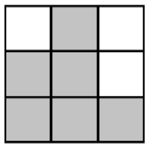
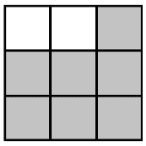
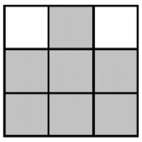


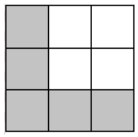
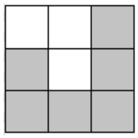
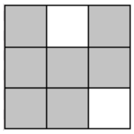
מבט מימין:



מבט מלפנים:



סעיף ב': התרשים המספרי המתאים למבנה הוא תרשים (3).
סעיף ג': למבנה 9 קוביות.
תרגיל 50 עמוד 265
סעיף א': במבנה 11 קוביות.
סעיף ב': המבנה המתאים הוא מבנה (2).
סעיף ג': תרשים הבסיס:

מבט מימין:

מבט מלפנים:


תרגיל 51 עמוד 265
סעיף א': מבט מלפנים:

מבט מימין:

מבט מלמעלה:


סעיף ב': תרשים מספרי:

3		1
1	1	1
2	1	

סעיף ג': יש שתי אפשרויות: האחת להוסיף קובייה בפינה הימנית למעלה, או בקובייה האמצעית בשורה הראשונה.
תרגיל 52 עמוד 266
סעיף א': ראו דפי תשובות.
סעיף ב': (1) במבנה השני 18 דירות (קוביות).
(2) כדי שתרשים המבטים לא ישתנה הוספנו קובייה במשבצת האמצעית של המטריצה.
תרגיל 53 עמוד 267
סעיף א': ראו דפי תשובות.
סעיף ב': תרשים מספרים:

		3
1	2	2
1		2

סעיף ג': כן, יש אפשרות להוסיף קובייה בטור הימני באמצע, או במשבצת הפינתית מימין.

ג. <u>מעבר מתרשים מספרי לזיהוי וסרטוט תרשים מבטים</u>

<u>דוגמה פתורה – מעבר מתרשים מספרי לסרטוט תרשים מבטים</u>, עמודים 267, 268
דוגמה למעבר מתרשים מספרים לתרשים מבטים.
מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה על הלוח לשם הבנה טובה יותר של הנלמד.
נזכיר כי המבט מימין מראה את "גובה" המגדל הגבוה באותה עמודה. גם המבט מלפנים מראה את "גובה" המגדל הגבוה ביותר באותה עמודה.
בספר יש יישומון שהוצג בתחילת היחידה שבו תוכלו להיעזר לפתרון חלק מהשאלות.
מבנים מקוביות:
הוספת קובייה מתבצעת על ידי לחיצה קצרה על העכבר במקום הרצוי,
מחיקת קובייה מתבצעת על ידי לחיצה ארוכה עליה.
ניתן לסובב את המבנה על ידי לחיצה על העכבר וגרירתו.
תרגיל 54 עמוד 268
תרשים הבסיס המתאים הוא תרשים (3).
תרגיל 55 עמוד 269
התרשים המתאים הוא תרשים (2).

תרגיל 56 עמוד 269

התרשים המתאים הוא תרשים (3).   בספר (1)

תרגיל 57 עמוד 269

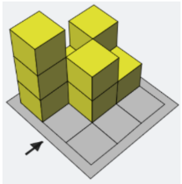
תרשים(1) הוא מבט מלפנים, תרשים (2) הוא תרשים הבסיס (מבט מלמעלה) ותרשים (3) הוא המבט מימין.

תרגיל 58 עמוד 269

סעיף א': ניתן להיעזר ביישומון או בהבנה היכן נמצאות "המשבצות הריקות":

2	1	
1	2	
3		

לפיכך נבנה את הבניין:



סעיף ב': ברגע שיש לנו את הבניין, קל לסרטט את המבט מימין (ראו דפי תשובות).

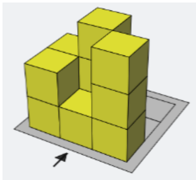
סעיף ג': ראו דפי תשובות.

תרגיל 59 עמוד 270

סעיף א': נסרטט את מקום "המשבצות הריקות":

2	3	
2	1	3

נבנה את הבניין:



סעיף ב': ראו דפי תשובות.

סעיף ג': ראו דפי תשובות.

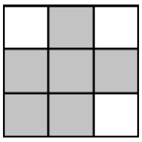
תרגיל 60 עמוד 270

ראו דפי תשובות.

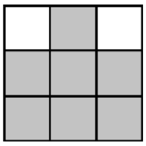
תרגיל 61 עמוד 270

סעיף א': במבנה 10 קוביות.

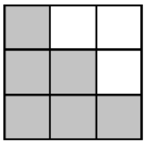
סעיף ב': תרשים הבסיס:



מבט מימין:



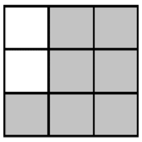
מבט מלפנים:



תרגיל 62 עמוד 270

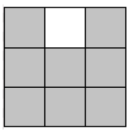
סעיף א': תרשים (3) הוא המבנה המתאים לתרשים המספרים הנתון.

סעיף ב': (1)



(2) המבט מימין של שלושת המבנים זהה.

סעיף ג': (1)



(2) המבט מלפנים של שלושת המבנים זהה.

סעיף ד': לא! לפי התשובה לסעיפים ב' ו – ג' יש צורך במידע נוסף.

התאמת תרשימים למבנה מקוביות

בפרק זה יינתנו מבטים של גוף תלת-ממדי. נלמד לקבוע כיצד יכול להיראות הגוף התלת-ממדי, ומהו מספר הקוביות המינימלי/מקסימלי המרכיבות את המבנה.
מספר השעות המוקצה לנושא זה: **1.5 שעות.**

<u>דוגמה פתורה – זיהוי גוף תלת-ממדי בהינתן תרשים מבטים</u>, עמודים 271, 272

נתונים שלושה מבטים של מבנה, אנו צריכים להחליט מי מבין המבנים הנתונים מתאים **לשלושת** התרשימים.
ברגע שבחרנו את המבנה המתאים אנו יכולים לקבוע מהו מספר הקוביות המינימלי/מקסימלי הדרושים לבניית המבנה המסוים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 63 עמוד 272

סעיף א': המבנה המתאים הוא מבנה (2), תרשים (1) לא מתאים לא מתאים למבט מלפנים, ותרשים (3) לא מתאים למבט מימין.

סעיף ב': התרשים המספרי:

3	1	
2		

סעיף ג': בבניין יש 6 דירות.

תרגיל 64 עמוד 273

סעיף א': המבנה המתאים הוא מבנה (3). מבנה (1) לא מתאים למבט מלפנים, ומבנה (2) לא מתאים למבט מלפנים.

סעיף ב': התרשים המספרי הוא:

	3	4	
3	1	1	

סעיף ג': במבנה יש 12 דירות.

תרגיל 65 עמוד 273

סעיף א': לפי המבט מלמעלה ניתן לקבוע כי כל הבניינים מתאימים, על פי המבט מלפנים פוסלים את בניין (1), על-פי המבט מימין פוסלים את בניין (3), ולכן הבניין המתאים הוא בניין (2).

סעיף ב': התרשים המספרי הוא:

1		2
2	1	1
1		1

סעיף ג': בקובייה של 3 X 3 יש צורך ב – 27 קוביות, ולכן מספר הקוביות החסר הוא 18.

תרגיל 66 עמוד 274

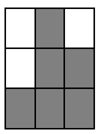
סעיף א': כבר על-פי המבט מלמעלה ניתן לקבוע כי המבנה המתאים הוא מבנה (3).
סעיף ב': במבנה (3) יש 8 קוביות, וניתן להסיר קובייה אחת ועדיין תרשים המבטים לא ישתנה, לכן מספר הקוביות המינימלי יהיה 7 קוביות. לבניין זה ניתן להוסיף עוד קובייה אחת ועדיין תרשים המבטים לא ישתנה, ולכן מספר הקוביות המקסימלי הוא 9 קוביות.

תרגיל 67 עמוד 274

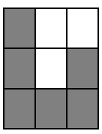
סעיף א': מבנה (2) מתאים לכל שלושת תרשימי המבטים.
סעיף ב': הבניין מורכב מ – 12 קוביות. לא ניתן להסיר אף קובייה, וכן 12 קוביות זה המספר המינימלי. ניתן להוסיף עוד 3 קוביות, ולכן המספר המקסימלי הוא 15 קוביות.

תרגיל 68 עמוד 275

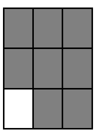
סעיף א': מבט מימין:



מבט מלפנים:



מבט מלמעלה:



תרשים מספרים:

2	1	2
3	1	1
	1	1

במבנה 12 קוביות.

סעיף ב': למבט מלמעלה מתאימים כל הבניינים, למבט מלפנים לא מתאים מבנה (1), מבנה (2) לא מתאים למבט מימין.

תרגיל 69 עמוד 276

סעיף א': תרשים המבטים מתאים למבנים (1) ו – (2) אך אינו מתאים למבנה (3) בגלל המבט מימין.

סעיף ב': קיים מבנה נוסף שתרשים המבטים מתאים לו בשינוי תרשים המספרים: הוספת קובייה בפינה השמאלית העליונה.

תרגול מסכם

<u>מספר השעות המוקצה לנושא זה</u>: **1.5 שעות.**

תרגיל 70 עמוד 277

סעיף א': התרשים המספרי:

3	4	2	1
2			1

סעיף ב': במבנה 13 קוביות.

סעיף ג': (1) סרטוט (3) מציג את המבט מלפנים.

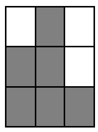
(2) סרטוט (1) מציג את המבט מימין.

סעיף ד': ל – 7 דירות יש חלון הפונה למזרח.

תרגיל 71 עמוד 277

סעיף א': רק תרשים (1) מתאים לנתוני המבנה.

סעיף ב': המבט מלפנים:



סעיף ג': כן, אפשר להוסיף קובייה בטור הימני באמצע.

תרגיל 72 עמוד 278

סעיף א': ראו דפי תשובות.

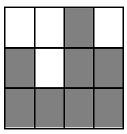
סעיף ב': (1) במבנה 15 דירות/קוביות.

(2) נוסיף קובייה/דירה במשבצת האמצעית.

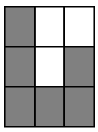
תרגיל 73 עמוד 278

המבנה מונח על משטח 4 X 4.

סעיף א': בספר נתון תרשים ללא השורה הקדמית:



סעיף ב': המבט משמאל:



סעיף ג': (1) הוסיפו למבנה 6 קוביות. (2) תרשים מספרי:

(3) המבט מימין לא השתנה.

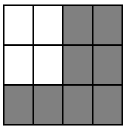
3	3	3	3
1	1	1	1
2	2	2	2

תרגיל 74 עמוד 279

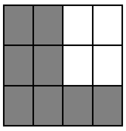
סעיף א': תרשים מספרים:

1	2	3
1	3	1
1	1	1
		1

סעיף ב': מבט מימין:



מבט משמאל:



סעיף ג': (1) 5 קוביות.

(2) 10 קוביות.

תרגיל 75 עמוד 279

סעיף א': עבור מבנה 1 התרשים מתאים למבט מלפנים, עבור מבנה 2 התרשים יכול להיות מבט מימין.

סעיף ב': מבנה מספרים:

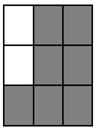
1		
2	1	2
		1

סעיף ג': המבט משמאל זהה למבט מימין.

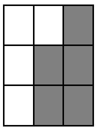
תרגיל 76 עמוד 280

סעיף א': (1) מבנה 2 מתאים לשני המבטים.

(2) עבור מבנה 1, המבט מלפנים:



המבט מימין:



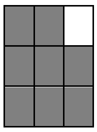
סעיף ב': תרשים המספרים של מבנה 1:

1	3	3
	1	2

תרגיל 77 עמוד 281

סעיף א': התרשים מתאר מבט מימין.

סעיף ב': המבט משמאל:



סעיף ג': תרשים המספרים:

3	3	3
3	2	2
1	2	1

סעיף ד': במבנה 20 קוביות, הוסיפו 7 קוביות כדי ליצור מבנה בצורת קובייה.

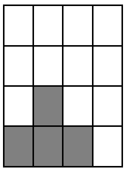
תרגיל 78 עמוד 282

סעיף א': תרשים II הוא מבט של מבנה (2), תרשים I הוא מבט של מבנה (1) ושל מבנה (3).

סעיף ב': תרשים המספרים של מבנה (1):

1	2		
1	1	1	
1	1		
	1		

סעיף ג': מבט מלפנים של מבנה (1):



סעיף ד': (1) למבנה (1) הוסיפו 3 קוביות.
(2) תרשים המספרים:

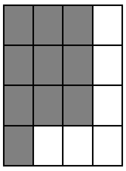
1	2		
1	2	1	
1	2		
	2		

תרגיל 79 עמוד 283

סעיף א': (1) תרשים המספרים החלקי מתאים למבנה א'.
(2) תרשים המספרים המלא:

2	2	1	
2	2	1	
2	1		
3			

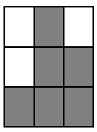
סעיף ב': תרשים מלמעלה של מבנה ב':



סעיף ג': במבנה א' 16 קוביות, במבנה ב' 17 קוביות, ההפרש קובייה אחת.
סעיף ד': (1) לא נכון, למבנה א' חסרה קובייה בשורה הימנית מלפנים.
(2) לא נכון המבטים זהים.

תרגיל 80 עמוד 284

סעיף א': מבט מלמעלה מתאים לשניהם, מבט מימין מתאים רק למבנה II.
סעיף ב': מבט מלפנים של מבנה II:



סעיף ג': (1) ניתן להסיר קובייה אחת.
(2) תרשים המספרים:

1	3	1
	1	

סעיף ד': (1) נכון, שני המבטים זהים.
(2) לא נכון, הם שונים.

הערה: בספר ובאתר יש מספיק תרגול, ולכן לא מצאנו צורך להוסיף.