חלק ב' – פתיח

- בספר זה יידרש שימוש במיומנויות, שנרכשו בחטיבת הביניים ובכיתות י' ו-י"א, והן:
  - ✔ פתרון משוואות ומערכות משוואות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה.
  - ✔ קריאה וסימון של נקודות במערכת צירים.
  - ✔ מערכת צירים, שיעורי נקודות וסימון נקודות במערכת צירים.
  - ✔ משוואת הקו הישר.
  - ✔ תכונות משולשים, מרובעים (כולל חישוב שטח והיקף).
  - ✔ שטח עיגול והיקף מעגל.

- חלק ב' של הספר מכיל 3 יחידות:

✔ <u>יחידה ראשונה</u>: למידת הנושא תכנון ליניארי.

ביחידה זו נלמד לזהות משתנים רלוונטים בסיפור האורייני הכלכלי/הפיננסי, לתרגם את מערכת האילוצים למערכת אי-שוויונות שתוצג בדרך גרפית.

נשתמש בהצגה הגרפית ובטכניקה אלגברית פשוטה על מנת למצוא את הפתרון האופטימלי לבעיה.

✔ <u>יחידה שנייה</u>: למידת הנושא גיאומטריה במרחב.

ביחידה זו נלמד על התכונות של הגופים במרחב. נכיר את הנוסחאות לחישוב נפח, שטח מעטפת ושטח פנים של הגופים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה ישרה שבסיסה משולש, גליל ישר, חרוט ישר, כדור, פירמידה ישרה (שבסיסה מלבן – כולל ריבוע, משולש) ופירמידה לא ישרה, שאחד מהמקצועות הצדדיים שלה מאונך לבסיס.

✔ <u>יחידה שלישית</u>: למידת הנושא ראייה מרחבית.

ביחידה זו נלמד להסתכל על גוף תלת-ממדי נתון מנקודות מבט שונות. נקבע כיצד יכול להיראות גוף תלת-ממדי, הבנוי מקוביות, על סמך תרשים מבטים ועל סמך תרשים מספרי.

יחידה ראשונה
תכנון ליניארי

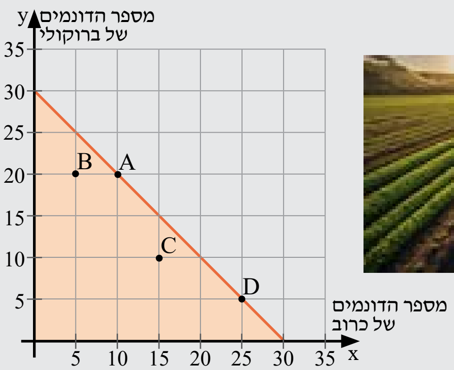
ביחידה זו נלמד על ענף במתמטיקה שימושית, שפותח בשנות הארבעים של המאה העשרים. מטרת ענף מתמטי זה היא למצוא **פתרון אופטימלי** לבעיות מורכבות בתחומים שונים, כגון: כלכלה, ניהול, תעשייה, חקלאות, תזונה וכדומה. ביחידה זו יושם דגש בהיבט הכלכלי. במציאות הבעיות מכילות לרוב מספר גדול של משתנים, ונהוג לפתור אותן באמצעות מחשבים, אך הבעיות שיוצגו ביחידה זו יכילו שני משתנים, וכך ניתן לענות עליהן באמצעות שיטות גרפיות פשוטות.

ביחידה זו נלמד לזהות משתנים רלוונטיים בסיפור האורייני כלכלי/פיננסי (או בסיפור אורייני בתחום אחר), לתרגם את מערכת האילוצים למערכת אי-שוויונות, להציג את מערכת אי-השוויונות בדרך גרפית, ולהשתמש בהצגה הגרפית ובטכניקה אלגברית פשוטה על מנת למצוא את הפתרון האופטימלי לבעיה.

ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:

- ✔ קריאה וסימון של נקודות במערכת צירים.
- ✔ משוואת ישר – משמעות המקדמים, סרטוט במערכת צירים.
- ✔ מציאת נקודת חיתוך של שני ישרים כפתרון מערכת משוואות ליניאריות.

משימת פתיחה



חקלאי מגדל כרוב וברוקולי.
בשל מגבלות השטח, ההשקיה, זמן הגידול ומשאבים נוספים הוא יכול לגדל בכל עונה כמות מוגבלת מכל ירק.
השטח הצבוע בסרטוט מתאר כמה דונמים יכול החקלאי לגדל מכל ירק לאור המגבלות.

א. כמה דונמים של כרוב וכמה דונמים של ברוקולי יכול החקלאי לגדל לפי הנקודות A, B, C, D?

ב. ציינו שיעורי נקודה, המתארת את הגידול של הכרוב בלבד.
ציינו שיעורי נקודה, המתארת את הגידול של הברוקולי בלבד.

ג. האם החקלאי יכול לגדל 20 דונמים של כרוב ו-20 דונמים של ברוקולי?

החקלאי מרוויח 800 שקלים לדונם של כרוב ו-1200 שקלים לדונם של ברוקולי.

ד. מה יהיה הרווח של החקלאי לפי הנקודות A, B, C, D?

ה. באיזו נקודה מבין הנקודות A, B, C, D רווח החקלאי יהיה הגדול ביותר?

התשובות למשימת הפתיחה – בעמ' 116.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר ניצב לציר

בפרק זה נתמקד בזיהוי ובסימון פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי כאשר הישר ניצב לאחד הצירים, כלומר: זיהוי וסימון של התחום, שעבורו מתקיים אי-השוויון במשתנה אחד.

נתייחס גם למצבים אוריייניים מחיי היום יום.

מה נלמד?

- ✔ זיהוי הפתרון הגרפי.
- ✔ סימון הפתרון הגרפי.

התשובות לתרגילים בפרק זה – בעמ' 116-117.

א. זיהוי הפתרון הגרפי

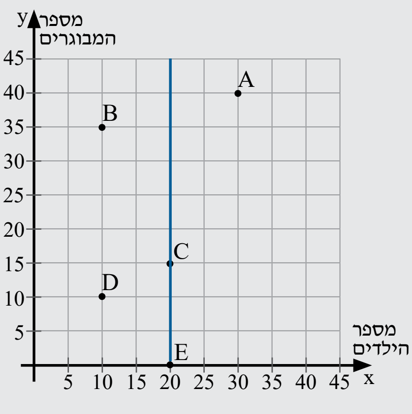
הסבר ודוגמה פתורה - זיהוי הפתרון הגרפי

נזכיר!

אי-שוויון מורכב משני אגפים של ביטויים אלגבריים, שביניהם מופיע אחד מהסימנים:

$>$, $<$, $\geq$, $\leq$, $\neq$.

למשל: $x < 1$, $y \geq 3$, $x \leq 0$, $y > 5$, $x \neq 2$.



דוגמה

במוזיאון מסוים ניתנת הדרכה לקבוצות שבהן ילדים ומבוגרים.

נסמן ב-x את מספר הילדים בקבוצה, וב-y את מספר המבוגרים בקבוצה.

א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בקבוצה המיועדת לסיור במוזיאון יכולים להיות לכל היותר 20 ילדים.

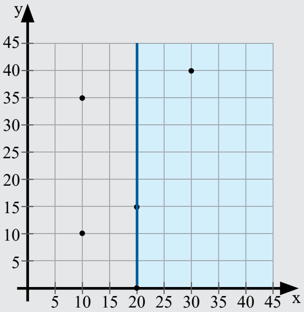
ב. (1) אילו מהנקודות המסומנות במערכת הצירים מתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים?

(2) משוואת הישר המסורטט היא $x = 20$.

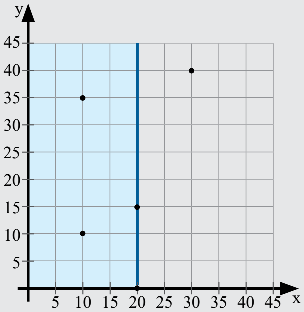
היכן ממוקמות הנקודות, המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים ביחס לישר המסורטט?

ג. מהו התחום המסומן (הצבוע), המתאים למגבלה לגבי מספר הילדים?

(1)



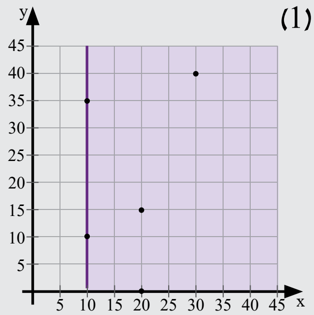
(2)



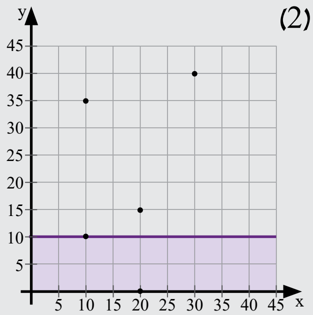
במוזיאון הוחלט שבקבוצה של הסיור יהיו <u>לפחות</u> 10 מבוגרים.

ד. מהו התחום המסומן, המתאים למגבלה לגבי מספר המבוגרים?

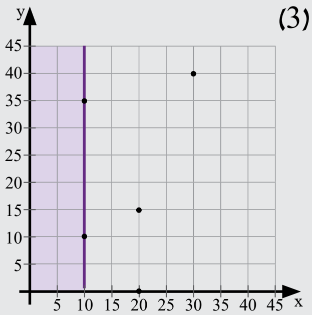
(1)



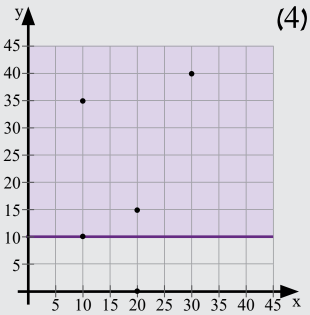
(2)



(3)



(4)



פתרון:

א. (30, 40)A – הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 30 ילדים ו-40 מבוגרים.

(10, 35)B – הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 10 ילדים ו-35 מבוגרים.

(20, 15)C – הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 20 ילדים ו-15 מבוגרים.

(10, 10)D – הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 10 ילדים ו-10 מבוגרים.

(20, 0)E – הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 20 ילדים ואין בו מבוגרים.

ב. (1) המגבלה לגבי מספר הילדים היא <u>לכל היותר</u> 20 ילדים, כלומר <u>לא יותר</u> מ-20 ילדים.

לכן הנקודות שמתארות מצב, שבו יש <u>עד</u> 20 ילדים (כולל 20 ילדים), תתאמנה למגבלה, כלומר הנקודות הן: B , C , D ו-E.

(2) הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים נמצאות משמאל לישר $x = 20$ ועל הישר $x = 20$.

ג. התחום המתאים הוא תחום (2). הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים נמצאות בתחום המסומן בסרטוט (2), כולל הישר $x = 20$ שמסומן **בקו רציף**.

ד. התחום המתאים הוא (4).

המגבלה לגבי מספר המבוגרים היא <u>לפחות</u> 10 מבוגרים, כלומר <u>לא פחות</u> מ-10 מבוגרים.

לכן הנקודות המתאימות למגבלה זו נמצאות מעל הישר $y = 10$ ועל הישר $y = 10$, בתחום המסומן בסרטוט (4), כולל הישר $y = 10$ שמסומן **בקו רציף**.

הערה:

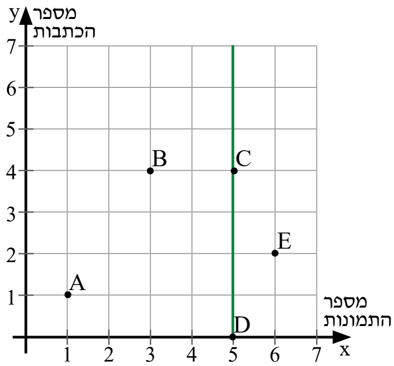
התחומים המסומנים במערכת הצירים מופיעים רק **ברביע הראשון**, כלומר בתחום שבו $x \geq 0$ וגם $y \geq 0$,

מכיוון שמספר הילדים וגם מספר המבוגרים לא יכול להיות שלילי.

בתחום זה נתייחס רק לנקודות ששיעוריהן מספרים שלמים.

1. בעלון פרסומי יש תמונות וכתבות.

נסמן ב-x את מספר התמונות שיש בעלון, וב-y את מספר הכתבות שיש בו.



א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בעלון הפרסומי מכניסים <u>לכל היותר</u> 5 תמונות כדי למנוע עומס ויזואלי.

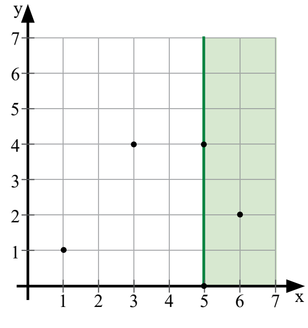
ב. (1) אילו נקודות מתאימות למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון?

(2) משוואת הישר המסורטט היא $x = 5$.

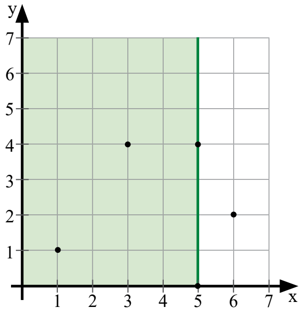
היכן ממוקמות הנקודות, המתאימות למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון, ביחס לישר המסורטט?

ג. מהו התחום המסומן, המתאים למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון?

(1)



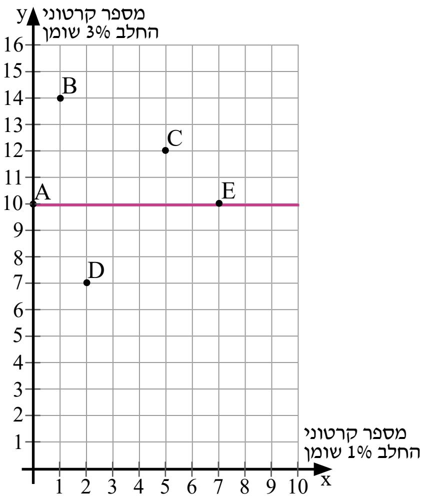
(2)



2. על מדף בסופרמרקט מונחים קרטוני חלב, שבהם 3% שומן ו-1% שומן.

נסמן ב-x את מספר קרטוני החלב שבהם 1% שומן,

וב-y את מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן.



א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בשל הביקוש המוגבר מקפידים העובדים שיהיו על המדף בסופרמרקט <u>לפחות</u> 10 קרטוני חלב שבהם 3% שומן.

ב. (1) אילו נקודות מתאימות למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן?

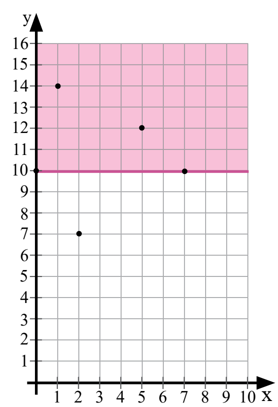
(2) איזו משוואה מתארת את הישר המסורטט?

I. $x = 10$ II. $y = 10$ III. $y = 10x$

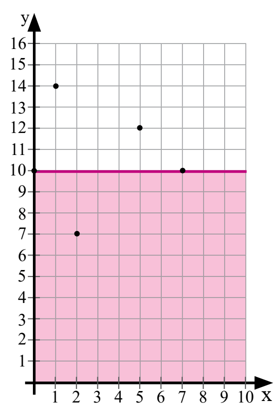
(3) היכן ממוקמות הנקודות, המתאימות למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן, ביחס לישר המסורטט?

ג. מהו התחום המסומן, המתאים למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן?

(1)



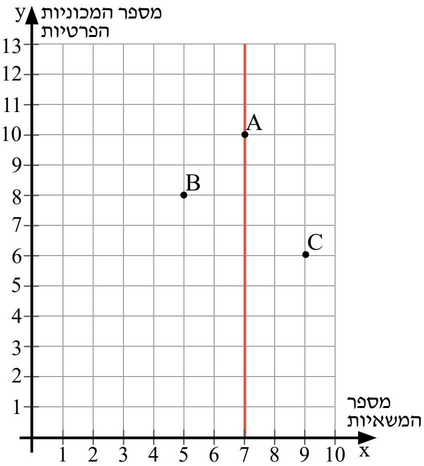
(2)



3. בקטע של כביש מסוים נוסעות משאיות ומכוניות פרטיות.

נסמן ב-x את מספר המשאיות שנוסעות בקטע כביש זה,

וב-y את מספר המכוניות הפרטיות שנוסעות בו.



א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בקטע כביש זה יכולות לנסוע לכל היותר 7 משאיות.

ב. תנו דוגמה לשיעורי נקודה, שמתאימה למגבלה לגבי מספר המשאיות.

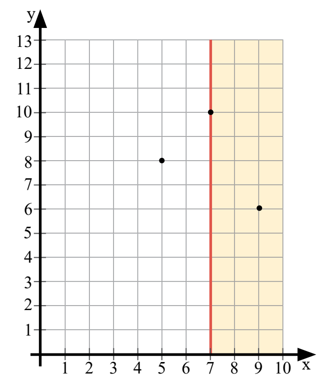
ג. (1) איזו משוואה מתארת את הישר המסורטט?

I. $x = 7$ II. $y = 7$ III. $y = 7x$

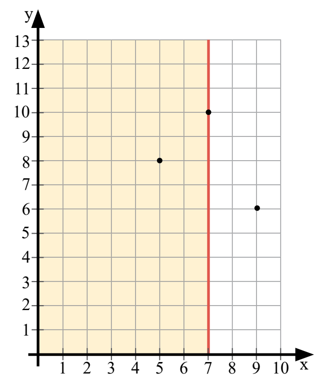
(2) היכן ממוקמות הנקודות, המתאימות למגבלה לגבי מספר המשאיות, ביחס לישר המסורטט?

ד. מהו התחום המסומן, המתאים למגבלה לגבי מספר **המשאיות**?

(1)



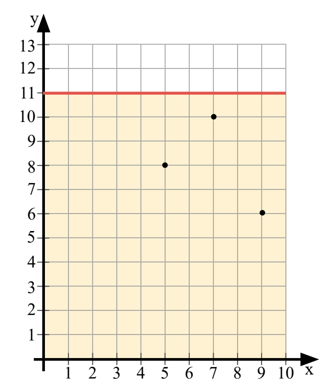
(2)



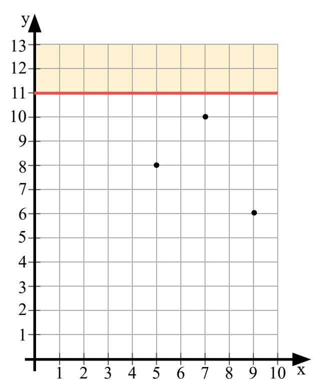
בקטע של כביש זה יכולות לנסוע לכל היותר 11 מכוניות פרטיות.

ה. מהו התחום המסומן, המתאים למגבלה לגבי מספר **המכוניות הפרטיות**?

(1)



(2)



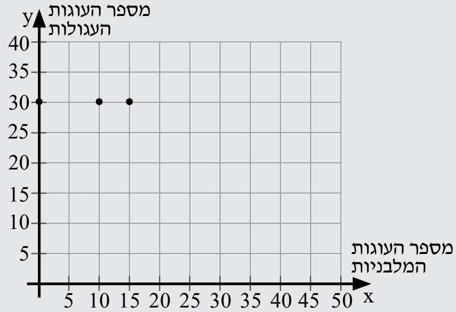
ב. סימון הפתרון הגרפי

דוגמה פתורה – סימון הפתרון הגרפי

בקונדיטוריה מוכרים עוגות עגולות ועוגות מלבניות.

בשל מגבלות זמן האפייה, כמות חומרי הגלם, שעות העבודה ומשאבים נוספים מכינים ביום מסוים כמות מוגבלת של עוגות.

נסמן ב-x את מספר העוגות המלבניות, וב-y את מספר העוגות העגולות שהכינה הקונדיטוריה ביום מסוים.



א. סַרטטו את הישר העובר דרך 3 הנקודות שבמערכת הצירים. מהי משוואתו?

בקונדיטוריה מכינים ביום <u>לכל היותר</u> 30 עוגות עגולות.

ב. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סמנו במערכת הצירים את התחום המתאים למספר העוגות העגולות.

בקונדיטוריה מכינים ביום <u>לכל היותר</u> 40 עוגות מלבניות.

ג. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סמנו במערכת צירים אחרת את התחום המתאים למספר העוגות המלבניות.

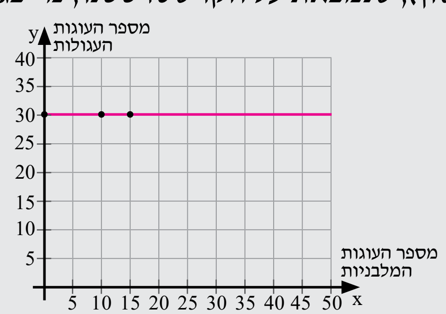
ד. איזו נקודה מבין הנקודות הבאות מתאימה לייצג את מספר העוגות המלבניות ואת מספר העוגות העגולות, שהכינה הקונדיטוריה ביום זה בהתאם למגבלות הנתונות? הסבירו.

(1) (30 ,35)　　(2) (45 ,15)　　(3) (25 ,20)　　(4) (10.5 , 15.5)

פתרון:

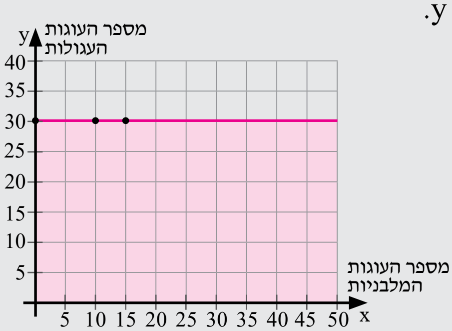
א. ל-3 הנקודות המסומנות במערכת הצירים יש אותו שיעור y, שהוא 30. משוואתו של הישר המחבר את 3 הנקודות היא $y = 30$. השאלה מתארת את מספר העוגות (העגולות או המלבניות), שאינו יכול להיות שלילי, ולכן נתייחס רק לרביע הראשון בלבד.

כל נקודה (ברביע הראשון), שנמצאת על הקו שסרטטנו, מייצגת אפייה של 30 עוגות עגולות בדיוק.



ב. (1) בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 30 עוגות עגולות, כלומר לא יותר מ-30 עוגות עגולות.

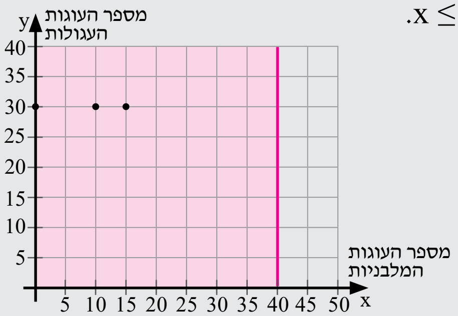
y מייצג את מספר העוגות העגולות, ולכן אי-השוויון הוא $y \le 30$.



(2) נסמן את התחום ברביע הראשון, שנמצא מתחת לישר $y = 30$. לכל נקודה בתחום המסומן (או על הישר) יש שיעור y קטן או שווה ל-30, המייצג מספר קטן או שווה ל-30 עוגות עגולות.

ג. (1) בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 40 עוגות מלבניות, כלומר לא יותר מ-40 עוגות מלבניות.

x מייצג את מספר העוגות המלבניות, ולכן אי-השוויון הוא $x \le 40$.



(2) נסרטט במערכת הצירים את הישר $x = 40$.

נסמן את התחום ברביע הראשון, שנמצא משמאל לישר $x = 40$. לכל נקודה בתחום המסומן (או על הישר), יש שיעור x קטן או שווה ל-40, המייצג מספר קטן או שווה ל-40 עוגות מלבניות.

ד. (1) הנקודה (30 ,35) לא מתאימה, כי $y = 35 > 30$, בניגוד למגבלה לגבי מספר העוגות העגולות לפי הנדרש בסיפור האורייני.

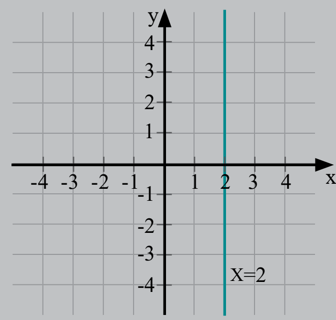
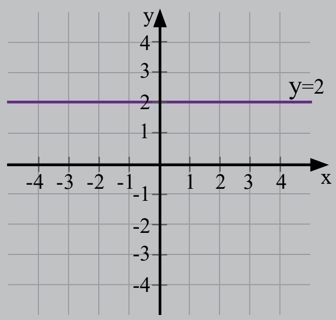
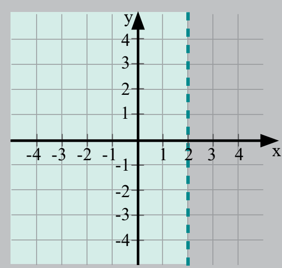
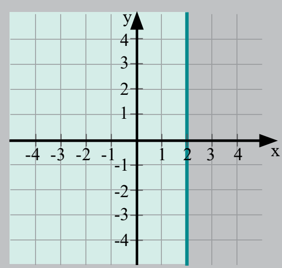
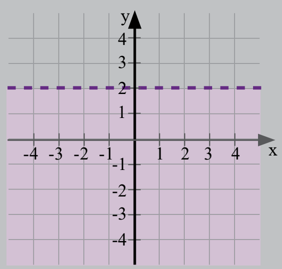
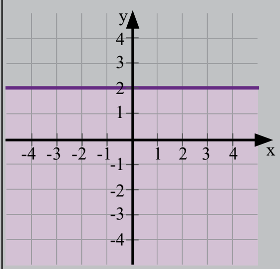
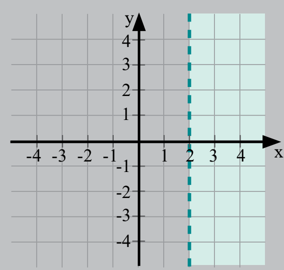
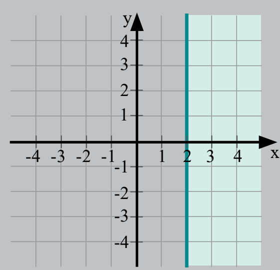
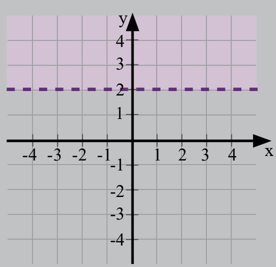
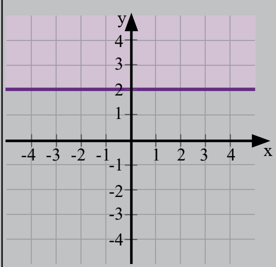
(2) הנקודה (45 ,15) לא מתאימה, כי $x = 45 > 40$, בניגוד למגבלה לגבי מספר העוגות המלבניות לפי הנדרש בסיפור האורייני.

(3) הנקודה (25 ,20) מתאימה, כי $x = 25 < 40$, ו-$y = 20 < 30$, כלומר מספר העוגות המלבניות קטן מ-40, ומספר העוגות העגולות קטן מ-30, בהתאם לנדרש בסיפור האורייני.

(4) הנקודה (10.5 ,15.5) לא מתאימה, כי נקודה ששיעוריה לא שלמים לא מתאימה לייצג את מספר העוגות.

סיכום

- אי-שוויון ליניארי כאשר הישר ניצב לציר והתחום המתאים לו :

	ישר הניצב לציר ה-x	ישר הניצב לציר ה-y
משוואה	x = מספר 	y = מספר 
אי-שוויון	$x < 2$  $x \le 2$ 	$y < 2$  $y \le 2$ 
	$x > 2$  $x \ge 2$ 	$y > 2$  $y \ge 2$ 

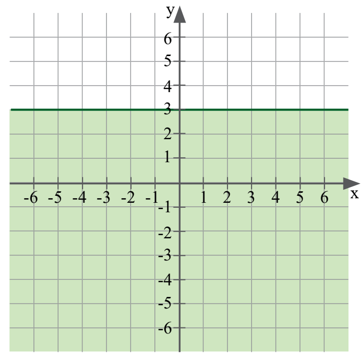
- **קו רציף** – כולל את הנקודות שעל הישר. **קו מקווקו** – לא כולל את הנקודות שעל הישר.
- ביחידה זו נתמקד באי-שוויונות מהסוג : $\ge$, $\le$.

4. לפניכם 4 תחומים מסומנים (צבועים). לגבי כל אחד מהתחומים המסומנים ציינו:

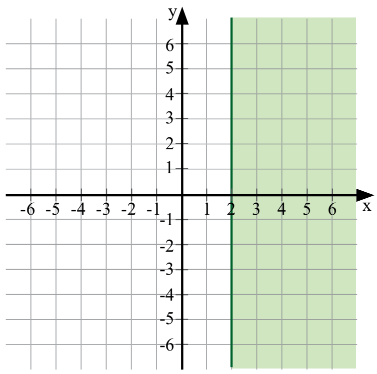
(1) מהי משוואת הישר בגבול של התחום המסומן?

(2) מהו אי-השוויון המתאים לתחום המסומן?

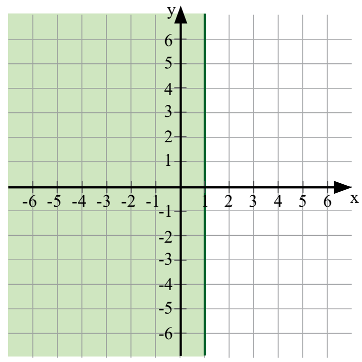
א.



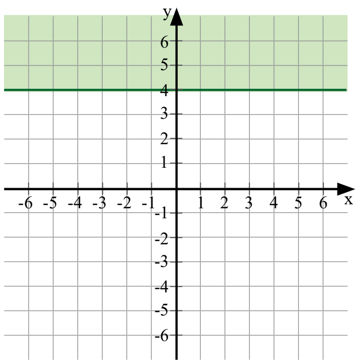
ב.



ג.



ד.

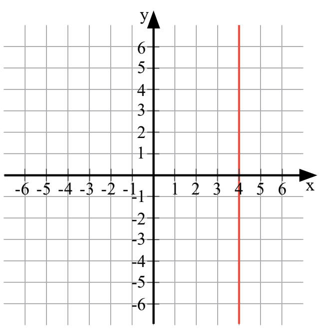


5. א. רשמו את משוואת הישר המסורטט.

ב. רשמו שיעורים של שלוש נקודות, ששיעור ה-x שלהן **קטן** מ-4.

ג. סמנו את התחום המתאים לנקודות, ששיעור ה- x שלהן **קטן** מ-4.

ד. רשמו את אי-השוויון המתאים לתחום המסומן, כולל הישר.

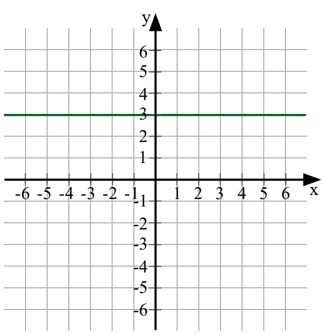


6. א. רשמו את משוואת הישר המסורטט.

ב. רשמו שיעורים של שלוש נקודות, ששיעור ה- y שלהן **גדול** מ-3.

ג. סמנו את התחום המתאים לנקודות, ששיעור ה- y שלהן **גדול** מ-3.

ד. רשמו את אי-השוויון המתאים לתחום המסומן, כולל הישר.



7. א. סמנו במערכת צירים שלוש נקודות, ששיעור ה-x שלהן **שווה** ל-5.

ב. רשמו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות שסימנתם.

ג. סמנו את התחום שבו נמצאות כל הנקודות, ששיעור ה-x שלהן **גדול או שווה** מ-5.

ד. רשמו אי-שוויון המתאים לתחום המסומן.

8. א. סרטטו ישר המתאים לנקודות, ששיעור ה-y שלהן **שווה** ל-6.

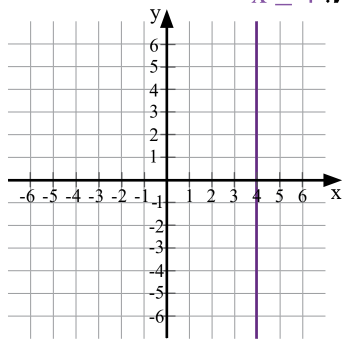
ב. סמנו את התחום שבו נמצאות כל הנקודות, ששיעור ה-y שלהן **קטן או שווה** מ-6.

ג. רשמו אי-שוויון המתאים לתחום המסומן.

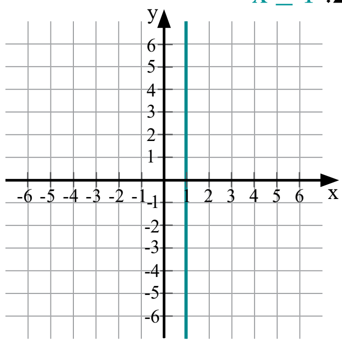
9. לפניכם אי-שוויונות. מתחת לכל אי-שוויון מסורטט הישר המתאים לשוויון.

העתיקו את הסרטוט למחברתכם וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.

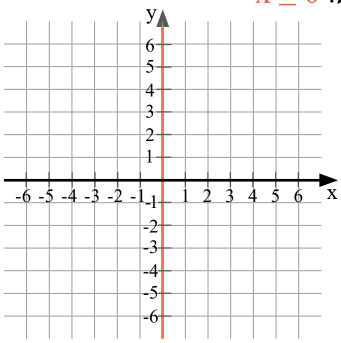
א. $x \leq 4$



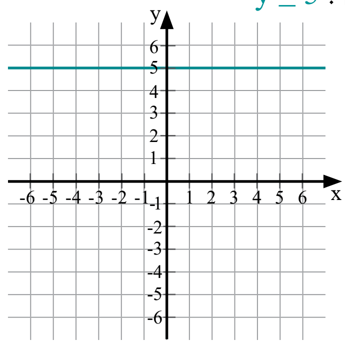
ב. $x \geq 1$



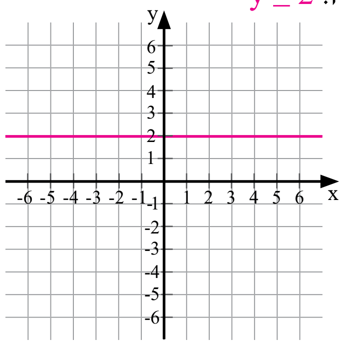
ג. $x \geq 0$



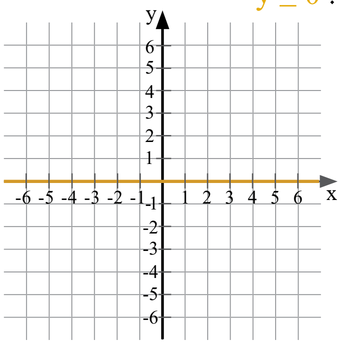
ד. $y \leq 5$



ה. $y \geq 2$



ו. $y \geq 0$



10. לפניכם 4 אי-שוויונות.

א. $x \geq 0$ ב. $y \geq 0$ ג. $x \leq 5$ ד. $y \geq 3$

לגבי כל אי-שוויון:

(1) סרטטו את הישר המתאים לשוויון.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.

(3) ציינו נקודה אחת שנמצאת בתחום שסימנתם.

תזכורת

כאשר כופלים או מחלקים אי-שוויון במספר שלילי, סימן אי השוויון **מתחלף**.

למשל: $/ :(-2)$ $\quad -2x \geq 8 \quad \Leftarrow \quad x \leq -4$

11. לפניכם 4 אי-שוויונות.

א. $x-1 \leq 0$ ב. $y+4 \geq 0$ ג. $2x \geq 6$ ד. $-y \leq 2$

לגבי כל אי-שוויון:

(1) בודדו את המשתנה.

(לדוגמה: $y+5 \geq 0 \quad \Leftarrow \quad y \geq -5$)

(2) סרטטו את הישר המתאים לשוויון.

(3) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.

12. בפיצרייה מוכרים פיצות אישיות ופיצות משפחתיות.

נסמן ב-x את מספר הפיצות האישיות, וב-y את מספר הפיצות המשפחתיות.

כדי שהפיצרייה תהיה רווחית, עליה למכור ביום <u>לפחות</u> 40 פיצות אישיות.

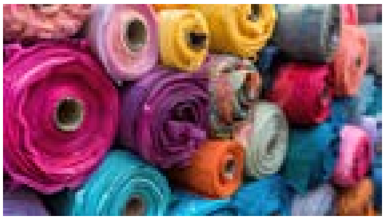
א. (1) רשמו אי-שוויון מתאים, כדי שהפיצרייה תהיה רווחית.

(2) סרטטו במערכת צירים את הישר $x = 40$, וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון (שימו לב! מספר הפיצות אינו שלילי).

לפיצרייה יש מגבלות לגבי ציוד וכוח אדם, ולכן היא יכולה למכור <u>לא יותר</u> מ-60 פיצות משפחתיות.

ב. (1) רשמו אי-שוויון שמתאים למגבלה לגבי מספר הפיצות המשפחתיות.

(2) סרטטו במערכת צירים אחרת את הישר $y = 60$, וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון (שימו לב! מספר הפיצות אינו שלילי).



13. במתפרה משתמשים בכל יום בשני סוגים של בד: בד כותנה ובד סינתטי.

נסמן ב-x את מספר גלילי בד הכותנה, וב-y את מספר גלילי הבד הסינתטי.

במתפרה משתמשים <u>לכל היותר</u> ב-20 גלילים של בד כותנה בכל יום.

א. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סרטטו במערכת צירים את התחום המתאים לאי-השוויון.

במתפרה משתמשים <u>לכל היותר</u> ב-15 גלילים של בד סינתטי בכל יום.

ב. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סרטטו במערכת צירים אחרת את התחום המתאים לאי-השוויון.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר משופע

בפרק זה נתמקד בזיהוי ובסימון של פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי כאשר הישר משופע, כלומר זיהוי וסימון התחום, שעבורו מתקיים אי-השוויון בשני משתנים.

נתייחס גם למצבים אוריינים מחיי היום יום.

מה נלמד?

- ✔ זיהוי וסימון של הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט.
- ✔ סרטוט הישר המשופע וסימון הפתרון הגרפי.

התשובות לתרגילים בפרק זה – בעמ' 117-118.

א. זיהוי וסימון של הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט

הסבר ודוגמה פתורה - סימון הפתרון הגרפי

נזכיר!

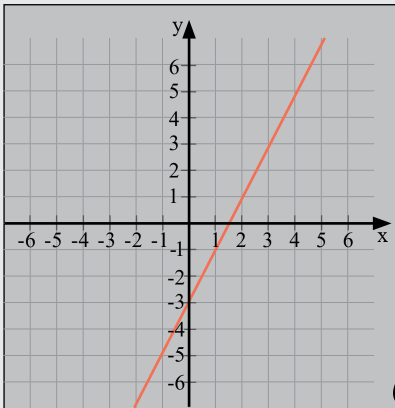
- **משוואת ישר מפורשת** היא מהצורה: $y = mx + b$.

  (m – שיפוע הישר, ו-b הוא האיבר החופשי).

  למשל: $y = 2x - 3$ ($m = 2$, $b = -3$).

- **משוואת ישר כללית** היא מהצורה: $Ax + By + C = 0$.

  למשל: $2x - y - 3 = 0$ ($A = 2$, $B = -1$, $C = -3$).



(שתי משוואות הישרים שהוצגו כאן מתארות את אותו הישר שמסורטט משמאל.)

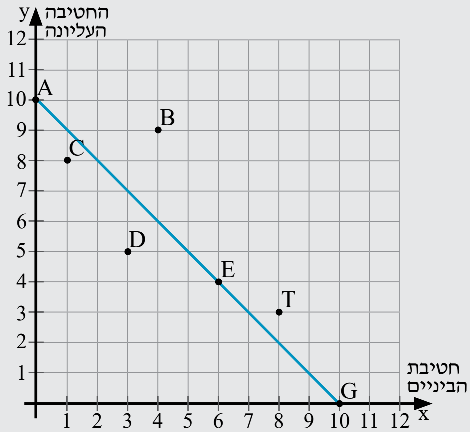
- **באי-שוויון ליניארי בשני משתנים מופיעים המשתנים x ו-y.**

  למשל: $y \le 2x - 3$, $2x - y - 3 \ge 0$.

- **ישר משופע** מתקבל מאי-שוויון ליניארי בשני משתנים, כאשר משנים את סימן אי-השוויון לסימן שוויון.

  למשל: $y \le 2x - 3$ $\Leftarrow$ $y = 2x - 3$

  $2x - y - 3 \ge 0$ $\Leftarrow$ $2x - y - 3 = 0$



<u>דוגמה</u>

בית ספר על-יסודי יכול לשלוח לכנס מסוים עד 10 נציגים.

נסמן ב-x את מספר הנציגים מחטיבת הביניים,

וב-y את מספר הנציגים מהחטיבה העליונה.

א. אילו נקודות מציגות מצב, שבו נשלחו לכנס <u>בדיוק</u> 10 נציגים?
מה מקומן ביחס לישר המסורטט?

ב. אילו נקודות מציגות מצב, <u>שלא מתאים</u> למגבלה לגבי הכנס?

ג. מה משותף לנקודות <u>המתאימות</u> למגבלה לגבי הכנס?
מה מקומן ביחס לישר המסורטט?

ד. איזה אי-שוויון מתאים לישר המסורטט ולתיאור המגבלה לגבי הכנס?

(1) $y \le x + 10$ (2) $y \le -x - 10$ (3) $x + y \ge 10$ (4) $x + y \le 10$

ה. סמנו במערכת הצירים את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף קודם.

פתרון:

א. נקודות A, E ו-G מציגות מצב, שבו נשלחו לכנס בדיוק 10 נציגים.
- שיעורי הנקודה A הם (0, 10) - במצב זה כל הנציגים לכנס הם מהחטיבה העליונה.
- שיעורי הנקודה E הם (6, 4) - במצב זה נשלחים לכנס 6 תלמידים מחטיבת הביניים, ו-4 תלמידים מהחטיבה העליונה.
- שיעורי הנקודה G הם (10, 0) - במצב זה כל הנציגים לכנס הם מחטיבת הביניים.
- שלוש הנקודות נמצאות על הישר המסורטט.

ב. נקודות B ו-T מציגות מצב, שאינו מתאים למגבלת הכנס, שלפיה נשלחים לכנס עד 10 נציגים, שהרי:
- שיעורי הנקודה B שהם (4, 9) - מצב שבו יש 4 נציגים מחטיבת הביניים ו-9 נציגים מהחטיבה העליונה, כלומר 13 נציגים בסך-הכול.
- שיעורי הנקודה T הם (8, 3) - מצב שבו יש 8 נציגים מחטיבת הביניים ו-3 נציגים מהחטיבה העליונה, כלומר 11 נציגים בסך-הכול.

ג. הנקודות המתאימות למגבלה לגבי הכנס הן: A, C, D, E, G. המשותף לנקודות אלו הוא שסכום שיעוריהן קטן או שווה ל-10. סכום שיעוריהן מייצג את המספר הכולל של התלמידים מחטיבת הביניים ומהחטיבה העליונה שנשלחים לכנס. לפי מגבלות הכנס מספר זה הוא קטן או שווה ל-10.
ניתן לראות בסרטוט שהן נמצאות על הישר המסורטט (A , E , G) או מתחתיו (C , D).

ד. • הביטוי שבסעיף (1) אינו מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון:
$y = x + 10$. נקבל ישר ששיפועו $m = 1$. השיפוע חיובי ולכן הוא ישר עולה. בסרטוט מתואר ישר יורד.

- הביטוי שבסעיף (2) אינו מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון: $y = -x - 10$. נקבל ישר ששיפועו שלילי ($m = -1$). אולם האיבר החופשי שלו, $b = -10$, אינו מתאים לנקודת החיתוך של הישר המסורטט עם ציר ה-y. בסרטוט מתואר ישר יורד, שנקודת החיתוך שלו עם ציר ה-y היא (0 ,10), המתאימה ל-$b = 10$.
- הביטוי שבסעיף (3) מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון: $x + y = 10$.

נמצא את נקודות החיתוך שלו עם הצירים:

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 + y = 10 \quad \Rightarrow \quad y = 10 \quad \Rightarrow \quad (0,10)$$

$$y = 0 \quad \Rightarrow \quad x + 0 = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 10 \quad \Rightarrow \quad (10,0)$$

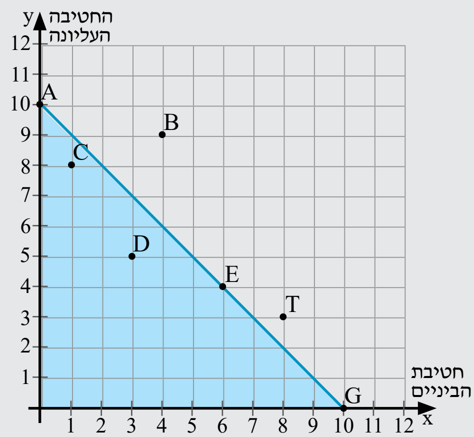
(ניתן גם לעבור להצגה המפורשת של הישר: $y = 10 - x$.)

הישר מתאים לישר המסורטט, אבל אי-השוויון אינו מתאים למגבלה לגבי הכנס, כי הוא מייצג מצב, שבו המספר הכולל של הנציגים ($x+y$) גדול מ-10, אך נתון שלכנס נשלחים עד 10 נציגים ולא יותר.

- הביטוי שבסעיף (4) מציג משוואת ישר זהה לזו שבסעיף (3). אי-השוויון מתאים למגבלה לגבי הכנס, כי הוא מייצג מצב, שבו המספר הכולל של הנציגים קטן או שווה ל-10, שזו בדיוק מגבלת הכנס.

ה. הישר המסורטט מחלק את המישור ל-3 חלקים.

- הנקודות שעל הישר מתארות מצב, שבו נשלחים לכנס <u>בדיוק</u> 10 נציגים – מקיימות את השוויון $x + y = 10$.
- הנקודות שמתחת לישר מתארות מצב, שבו נשלחים לכנס <u>פחות</u> מ-10 נציגים – מקיימות את השוויון $x + y < 10$.
- הנקודות שמעל לישר מתארות מצב, שבו יש <u>יותר</u> מ-10 נציגים – מקיימות את השוויון $x + y > 10$.



שתי האפשרויות הראשונות מתאימות למגבלה לגבי הכנס, ולכן התחום המתאים כולל את הנקודות הללו, כלומר התחום הצבוע בכחול והקו התוחם אותו (הישר המשופע).

שימו לב! התחום הוגבל לרביע הראשון (כולל את החלקים החיוביים של הצירים ואת ראשית הצירים), כי מספר הנציגים אינו שלילי.

הערות:

- **התאמת משוואת ישר לגרף שלו**

✔ אם משוואת הישר מוצגת בצורתה המפורשת $y = mx + b$: נבדוק התאמה של השיפוע (m) ושל האיבר החופשי (b).

✔ אם משוואת הישר מוצגת בצורתה הכללית $Ax + By + C = 0$: נבדוק התאמה של נקודות החיתוך עם הצירים (ניתן גם לעבור מהמשוואה הכללית למשוואה המפורשת).

- **זיהוי וסימון של התחום המתאים**

<u>דרך א' - בעזרת הצבה</u>

נבחר נקודה במערכת הצירים (שלא נמצאת על הישר) ונבדוק אם שיעוריה מקיימים את אי-השוויון. למשל:

אם אי-השוויון הוא: $x + 2y \le 4$, נציב בו את הנקודה (0,0):

$$0 + 2 \cdot 0 \le 4 \quad \Rightarrow \quad 0 \le 4$$

הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון, ולכן היא שייכת לתחום המתאים לאי-השוויון.

הערה: הנקודה (0,0) קלה להצבה, ולכן כדאי לבחור בה. אם (0,0) נמצאת <u>על</u> הישר, יש לבחור נקודה אחרת.

✔ אם שיעורי נקודה כלשהי בתחום מקיימים את אי-השוויון, אז שיעורי כל הנקודות באותו תחום מקיימים את אי-השוויון.

✔ אם שיעורי נקודה כלשהי בתחום לא מקיימים את אי-השוויון, אז שיעורי כל הנקודות באותו תחום לא מקיימים את אי-השוויון.

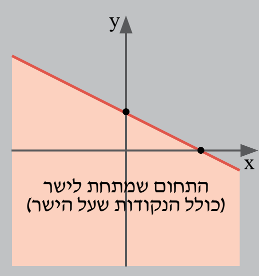
<u>דרך ב' - בעזרת סימן אי-השוויון</u>

✔ נקפיד שהמקדם של y יהיה חיובי (אם הוא שלילי, נכפול את שני אגפי אי-השוויון ב-(1-) ונהפוך את סימן אי-השוויון, או שנעביר את y לאגף השני).

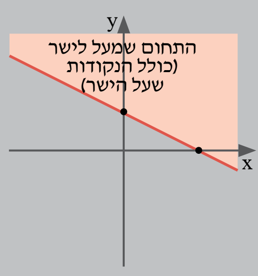
✔ אם y נמצא באגף <u>הקטן</u> מבין השניים, נסמן את התחום <u>שמתחת</u> לישר.

אם y נמצא באגף <u>הגדול</u> מבין השניים, נסמן את התחום <u>שמעל</u> לישר.

$x + 2y \le 4$



$x + 2y \ge 4$



✔ כל נקודה בתחום הצבוע שייכת לתחום המתאים לאי-השוויון, וכל נקודה בתחום שאינו צבוע איננה מתאימה לאי-השוויון.

✔ **קו רציף** מעיד על כך שגם הנקודות שעליו שייכות לתחום.

14. לפניכם 3 אי-שוויונות.

(1) $x + y \le 5$ (2) $3x + y \ge 8$ (3) $3x - 2y \ge 4$

א. לגבי כל אי-שוויון בדקו אם הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון.

ב. לגבי כל אי-שוויון מצאו נקודה נוספת שמקיימת אותו.

15. לפניכם 3 אי-שוויונות:

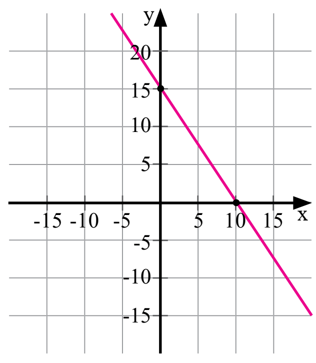
(1) $y \le 9 - 3x$ (2) $3x + 2y \ge 30$ (3) $-2x \ge 12 - 3y$

א. לגבי כל אי-שוויון בדקו אם הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון.

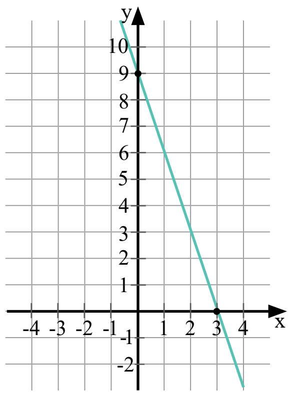
ב. לפניכם סרטוטים של 3 ישרים.

התאימו לכל משוואת ישר, המתקבל מאי-השוויון, את הגרף שלו.

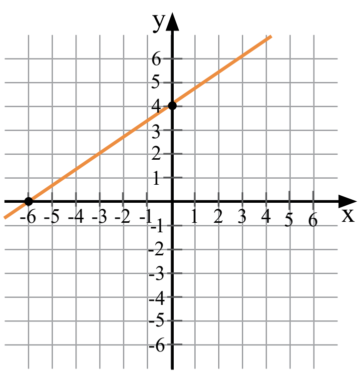
I



II



III



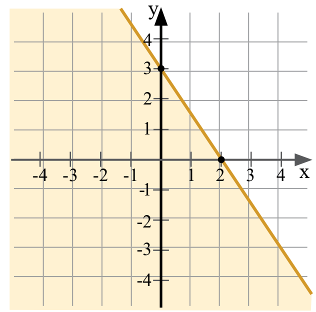
16. בכל סעיף התאימו לכל אי-שוויון את הסרטוט המתאים לו.

(הדרכה: הציבו נקודה לבדיקה או התייחסו לסימן אי-השוויון.)

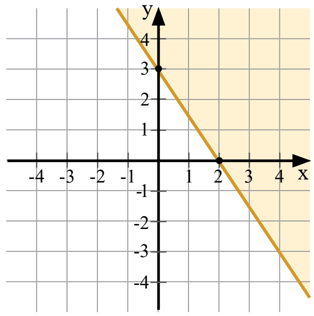
לגבי כל אי-שוויון בדקו אם הנקודה $(0,0)$ מקיימת את אי-השוויון.

א. (1) $3x + 2y \le 6$ (2) $3x + 2y \ge 6$

I.

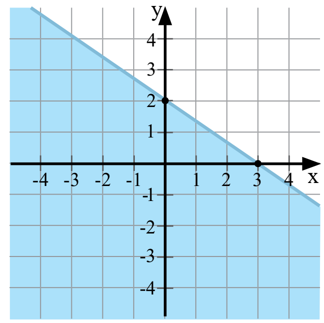


II.

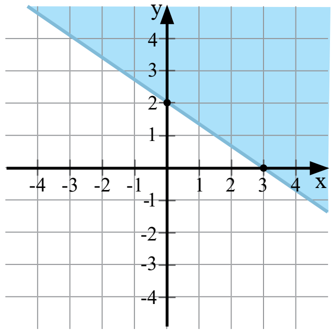


ב. (1) $2x + 3y \ge 6$ (2) $2x + 3y \le 6$

I.



II.

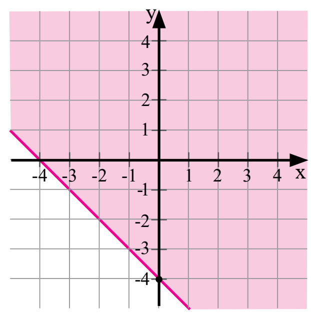


17. לפניכם 6 אי-שוויונות ו-6 סרטוטים. התאימו לכל אי-שוויון את הסרטוט שלו.

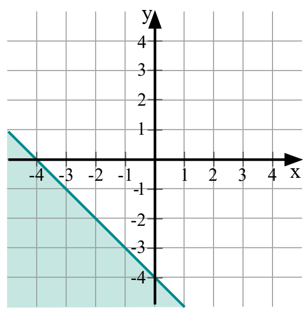
א. $y \le -x + 4$ ג. $y \ge x - 4$ ה. $y \le x - 4$

ב. $y \ge -x - 4$ ד. $y \le -x - 4$ ו. $y \ge -x + 4$

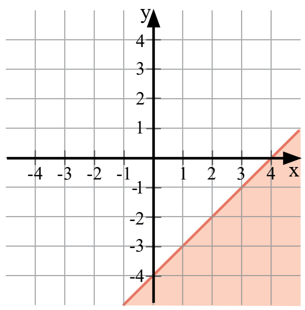
(1)



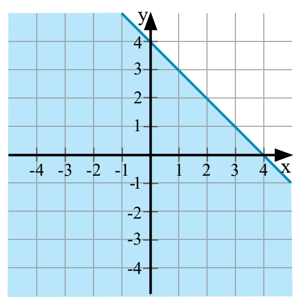
(2)



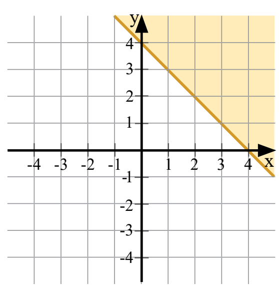
(3)



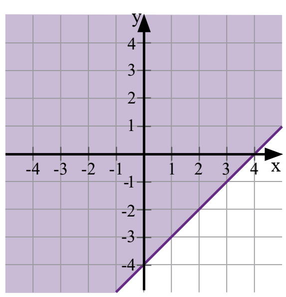
(4)



(5)

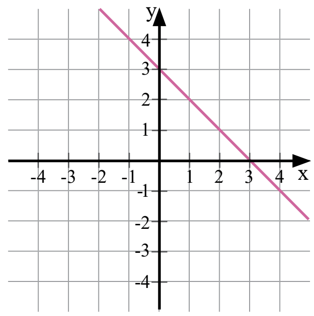


(6)

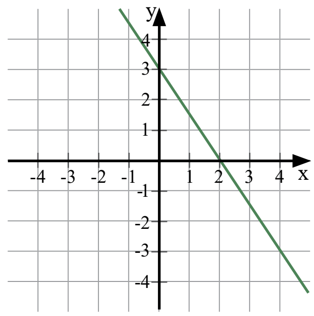


18. לפניכם אי-שוויונות. מתחת לכל אי-שוויון מסורטט הישר המתאים לשוויון. לגבי כל אחד מאי-השוויונות:
(1) העתיקו את הסרטוט למחברתכם.
(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון (הציבו נקודה לבדיקה או התייחסו לסימן אי-השוויון).

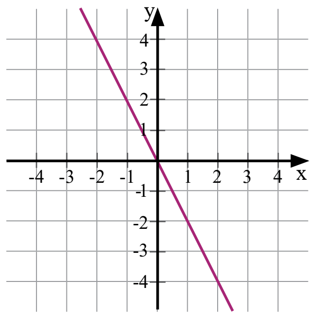
א. $x + y \le 3$



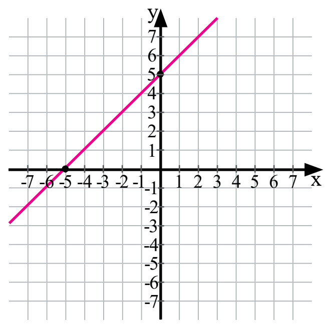
ב. $3x + 2y \ge 6$



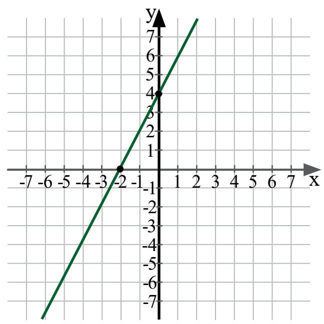
ג. $2x + y \ge 0$



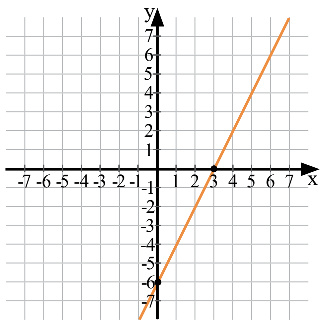
ד. $-x + y \le 5$



ה. $-2x + y \ge 4$



ו. $2x - y \le 6$



ב. סרטוט הישר המשופע וסימון הפתרון הגרפי

הסבר ודוגמה פתורה – סרטוט ישר משופע

בחלק מהשאלות הישר המשופע אינו מסורטט. נצטרך לסרטט את הישר ולסמן את התחום המתאים לאי-השוויון.

נסרטט את הישר באופן הבא:

✔ נבנה טבלת ערכים, שבה יש 2 נקודות שנמצאות על הישר.
אנו ממליצים למצוא נקודה שלישית, שתהווה בקרה לנכונות ההצבה.
רצוי ששתיים משלוש הנקודות תהינה נקודות החיתוך עם הצירים.

✔ נסמן את הנקודות במערכת צירים.

✔ נסרטט את הקו הישר העובר דרכן.

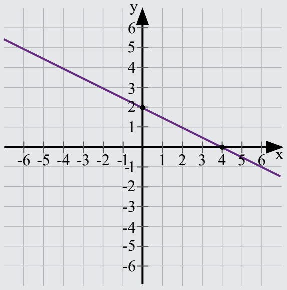
<u>דוגמה</u>

נסרטט את הישר שמשוואתו: $x + 2y = 4$.

נבנה טבלת ערכים: $x + 2 \cdot 0 = 4 \;\rightarrow\; x = 4$.

x	0	4	2
y	2	0	1

$0 + 2y = 4 \;\rightarrow\; y = 2$ $\qquad$ $2 + 2y = 4 \;\rightarrow\; y = 1$



נסמן במערכת צירים את הנקודות שהתקבלו:

$(0\,,\,2)\,,\,(4\,,\,0)\,,\,(2\,,\,1)$.

נסרטט את הישר העובר דרכן.

19. א. סרטטו במערכת צירים את הישר $y = x + 2$.

ב. (1) סמנו את הנקודות הבאות באותה מערכת הצירים: $(2, -2)$, $(3, 4)$, $(2, 6)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$.

(2) אילו נקודות מבין הנקודות שבסעיף הקודם מקיימות את אי-השוויון: $y \ge x + 2$?

ג. סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \ge x + 2$.

20. א. סרטטו במערכת צירים את הישר $y = -x + 3$.

ב. (1) סמנו את הנקודה $(-4, 2)$ באותה מערכת הצירים.

(2) הציבו את שיעורי הנקודה באי-השוויון $y \le -x + 3$. האם שיעורי הנקודה מקיימים את אי-השוויון?

ג. סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \le -x + 3$.

21. א. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $y = x + 1$.

(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \ge x + 1$.

ב. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $x - y = 5$.

(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $x - y \le 5$.

ג. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $2x + y = 6$.

(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $2x + y \le 6$.

22. בחנות אופניים מוכרים זוגות אופניים לילדים וזוגות אופניים למבוגרים.

נסמן ב-x את מספר זוגות האופניים לילדים,

וב-y את מספר זוגות האופניים למבוגרים.

א. תנו דוגמה לשיעורי נקודה הנמצאת על הישר שבסרטוט.

מה מייצגים שיעורי הנקודה?

החנות צריכה למכור ביום <u>לפחות</u> 12 זוגות אופנים כדי שתהיה רווחית.

ב. האם החנות תרוויח, אם יימכרו ביום מסוים 4 זוגות אופניים לילדים ו-9 זוגות אופניים למבוגרים?

היכן ממוקמת הנקודה ביחס לישר המסורטט?

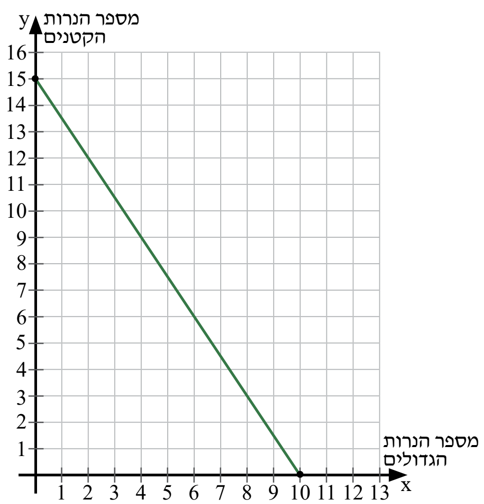
ג. תנו דוגמה לשיעורי נקודה, שאינה מייצגת מצב שבו החנות מרוויחה.

ד. איזה אי-שוויון מתאים לתיאור המגבלה כדי שהחנות תהיה רווחית?

(1) $x + y \geq 12$ (2) $x + y \leq 12$

ה. העתיקו את הגרף למחברתכם, וסמנו בו את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף ד'.

23. תמר מכינה נרות נוי ומוכרת אותם לחברותיה.



הכנת נר נוי גדול אורכת 3 שעות, והכנת נר נוי קטן אורכת 2 שעות.

נסמן ב-x את מספר הנרות הגדולים, וב-y את מספר הנרות הקטנים.

א. מהם שיעורי הנקודות שמציגות מצב, שבו תמר מכינה רק סוג אחד של נרות?

מה מתארות הנקודות?

תמר מקדישה בשבוע <u>לכל היותר</u> 30 שעות להכנת נרות נוי.

ב. הסבירו מדוע הנקודה (10, 2) מתאימה למגבלה הנתונה בשאלה.

מה מתארת הנקודה?

ג. איזה אי-שוויון מתאים לישר המסורטט ולתיאור המגבלה לגבי מספר השעות?

(1) $3x + 2y \geq 30$ (2) $2x + 3y \leq 30$

ד. העתיקו את הגרף למחברתכם, וסמנו בו את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף ג'.

מערכת אי-שוויונות ליניאריים והתחום המתאים לה

בפרק זה נתמקד בסרטוט התחום, המתאים למערכת אי-שוויונות לינאריים, וברישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים, המתאימה לתחום נתון. נתייחס גם למצבים אוריייניים מחיי היום יום.

מה נלמד?

✔ סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים.

✔ רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון.

התשובות לתרגילים בפרק זה – בעמ' 118-119.

א. סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים

הסבר ודוגמה פתורה - סרטוט תחום אפשרי

נגדיר:

- **מערכת אי-שוויונות ליניאריים** מורכבת מ-2 אי-שוויונות או יותר.

לדוגמה:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

- **פתרון מערכת אי-שוויונות ליניאריים** הוא מציאת התחום המשותף, שבו נמצאות כל הנקודות, ששיעוריהן מקיימים כל אחד מאי-השוויונות המרכיבים את המערכת.

- התחום המשותף נקרא **התחום האפשרי**.

הפתרון של מערכת אי-השוויונות שבדוגמה הוא התחום הצבוע:

✔ שני אי-השוויונות הראשונים מגבילים את התחום לרביע הראשון (כולל החלקים החיוביים של הצירים וראשית הצירים).

✔ אי-השוויון השלישי מתאר את התחום שמתחת לישר $x + y = 4$ אך ברביע הראשון.

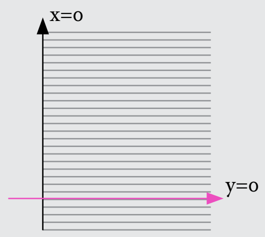
<u>סימון התחום</u>

✔ נסרטט כל אחד מהישרים במערכת הצירים: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 4$

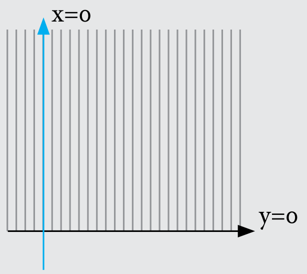
✔ **נזהה את התחום:**

דרך א' – <u>סימון התחום</u>, **שמתאר** כל אחד מאי-השוויונות
ומציאת התחום האפשרי (התחום המשותף).

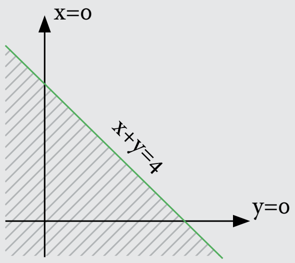
$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + y \le 4 \end{cases}$$



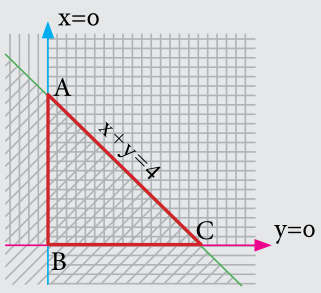
- $x \ge 0$, התחום שמימין לישר $x = 0$ (כולל הישר), בסרטוט הוא מסומן באמצעות קווים שמקבילים לציר ה-x.



- $y \ge 0$, התחום שמעל לישר $y = 0$ (כולל הישר), בסרטוט הוא מסומן באמצעות קווים שמקבילים לציר ה-y.

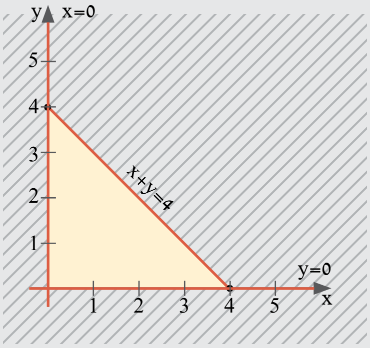


- $x + y \le 4$, התחום שמתחת לישר $x + y = 4$ (כולל הישר), בסרטוט הוא מסומן באמצעות קווים אלכסוניים שמתחת לישר. ניתן גם להציב את הנקודה $(0 , 0)$ ולוודא שהיא מקיימת את אי-השוויון.



התחום המבוקש הוא משולש ΔABC,
שבו יש קווים אלכסונים, קווים מקבילים לציר ה- x
וקווים מקבילים לציר ה- y .
התחום המבוקש, משולש ΔABC, הוא פתרון
של מערכת אי-השוויונות, כולל הקטעים התוחמים:
AC, AB ו- BC, והוא הפתרון של מערכת אי-השוויונות,
כי הוא מקיים את כל 3 אי-השוויונות.

כפי שניתן לראות, כאשר מסמנים את שלושת התחומים המתוארים על ידי אי-השוויונות, קשה מאוד לזהות את התחום האפשרי (התחום המשותף). דרך זו אינה מומלצת.



דרך ב' - <u>מחיקת התחום</u> **שלא מתאר** כל אחד מאי-השוויונות.

בדרך זו התחום אפשרי (התחום המשותף), הוא התחום שנשאר "נקי", כלומר ללא קווקו.

ראו בדוגמה הבאה.

<u>דוגמה</u>

מרצה מעבירה x הרצאות ו-y סדנאות בשבוע.

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ y \geq x - 2 \end{cases}$$

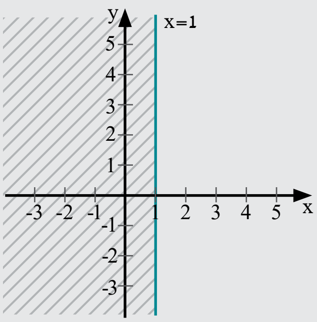
א. מצאו את התחום האפשרי (התחום המשותף) של מערכת אי-השוויונות, המתאימה למגבלות של המרצה.

ב. הראו בדרך גרפית ובדרך אלגברית שהנקודה (1, 2) מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

פתרון:

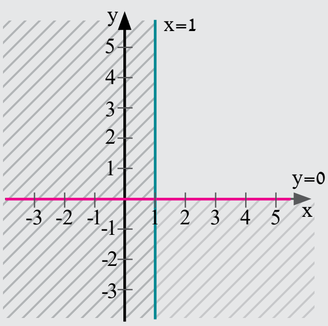
א. נסרטט בהדרגה באותה מערכת צירים כל אחד מהישרים, <u>ונמחק</u> את התחום שהוא <u>לא מתאר</u>.

נקפיד לרשום את משוואת הישר בסרטוט.



- נסרטט את הישר $x = 1$.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $x \geq 1$ הוא השטח שמימין לישר (או עליו), ולכן <u>נמחק</u> את השטח שמשמאלו.

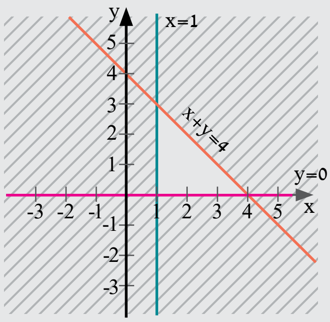


- נוסיף לסרטוט את הישר $y = 0$.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $y \geq 0$ הוא השטח שמעל לישר (או עליו), ולכן <u>נמחק</u> את השטח שמתחתיו.

• נוסיף לסרטוט את הישר $x + y = 4$.

כדי לסרטט את הישר נבנה טבלת ערכים (שתי נקודות החיתוך עם הצירים ונקודה נוספת):

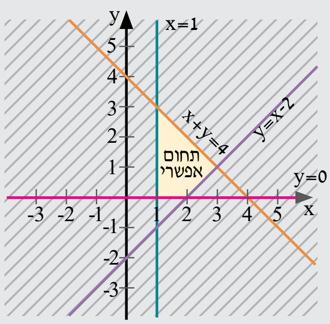


x	0	4	1
y	4	0	3

נסמן את הנקודות במערכת הצירים, ונסרטט את הישר העובר דרכן.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $x + y \le 4$ הוא השטח שמתחת לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמעליו (נוכל גם למצוא את התחום המתאים לאי-השוויון על ידי הצבת נקודה כלשהי למשל $(0,0)$).

• נוסיף לסרטוט את הישר $y = x - 2$. נבנה טבלת ערכים:



x	0	2	1
y	-2	0	-1

נסמן את הנקודות במערכת הצירים, ונסרטט את הישר העובר דרכן.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $y \ge x - 2$ הוא השטח שמעל לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמתחתיו.

התחום האפשרי (התחום המשותף), המהווה את הפתרון של מערכת אי-השוויונות, הוא התחום המרובע שנותר לאחר שמחקנו את התחומים "הלא-מתאימים", כולל הקטעים התוחמים תחום זה. ניתן להדגיש בצבע אחר את השטח שנותר לא מחוק (כאן הודגש בצהוב).

ב. הנקודה $(2, 1)$ מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

בדרך גרפית – הנקודה נמצאת בתחום האפשרי (התחום המשותף), כלומר שיעוריה מקיימים כל אחד מאי-השוויונות המרכיבים את המערכת.

בדרך אלגברית – נראה על ידי הצבה:

$$\begin{cases} x \ge 1 & \Rightarrow & 2 \ge 1 & \checkmark \\ y \ge 0 & \Rightarrow & 1 \ge 0 & \checkmark \\ x + y \le 4 & \Rightarrow & 2 + 1 \le 4 & \Rightarrow 3 \le 4 \; \checkmark \\ y \ge x - 2 & \Rightarrow & 1 \ge 2 - 2 & \Rightarrow 1 \ge 0 \; \checkmark \end{cases}$$

<u>סיכום</u>

כדי למצוא את הפתרון הגרפי של מערכת אי-שוויונות, כלומר מציאת התחום האפשרי (התחום המשותף) של אי-השוויונות המרכיבים את המערכת, נפעל לפי השלבים הבאים:

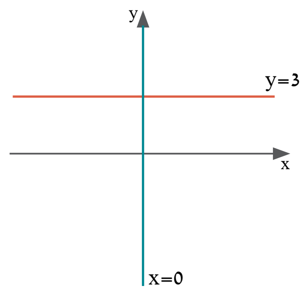
- נסרטט כל אחד מהישרים, שמשוואתם מתקבלת ממערכת אי-השוויונות.

  כל אחד מהישרים תוחם את התחום האפשרי, כלומר מהווה את הגבול של התחום האפשרי, והוא חלק מהתחום.
- לגבי כל ישר <u>נמחק</u> את התחום "<u>הלא מתאים</u>" לפי סימן אי-השוויון שלו.
- **התחום המשותף** הוא התחום שיישאר לבן ("נקיי"), והוא נקרא **התחום האפשרי**.

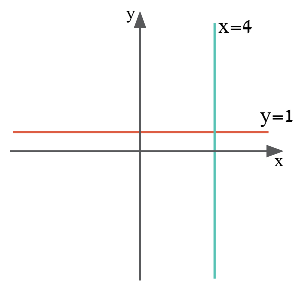
24. סמנו את התחום האפשרי של מערכות אי-השוויונות הבאים.

(מומלץ למחוק את התחום ש"<u>אינו מתאים</u>" לאי-השוויון).

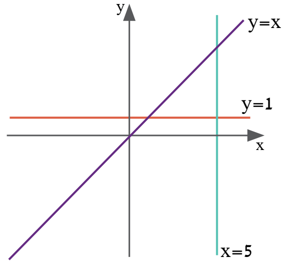
א. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$



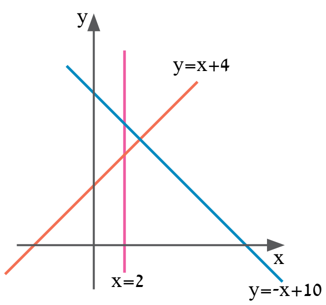
ב. $\begin{cases} x \leq 4 \\ y \geq 1 \end{cases}$



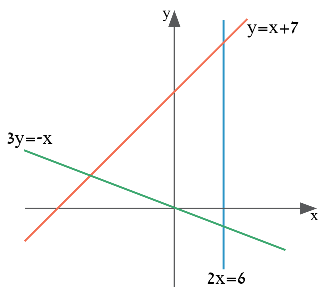
ג. $\begin{cases} x \geq 5 \\ y \geq 1 \\ y \leq x \end{cases}$



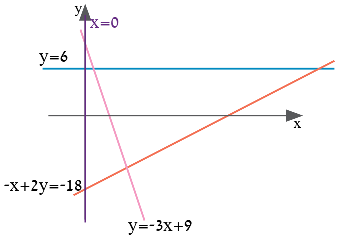
ד. $\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq x + 4 \\ y \leq -x + 10 \end{cases}$



ה. $\begin{cases} 2x \geq 6 \\ 3y \geq -x \\ y \leq x + 7 \end{cases}$

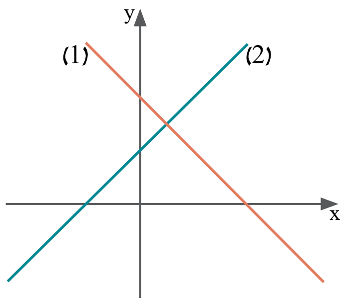


ו. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 6 \\ y \geq -3x + 9 \\ -x + 2y \geq -18 \end{cases}$



25. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הישרים:

$y = -x + 4$, $y = x + 2$.



א. התאימו כל ישר למשוואתו.

(הדרכה: היעזרו בשיפוע הישר ו/או בנקודת החיתוך עם ציר ה-y.)

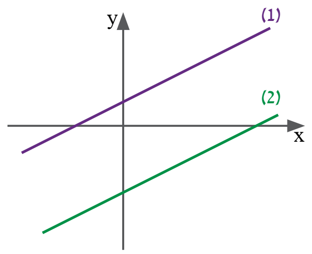
ב. סמנו בסרטוט את התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות:

$y \le -x + 4$, $y \ge x + 2$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).

26. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הישרים:

$-x + 2y = 4$, $y = 0.5x - 6$.



א. התאימו כל ישר למשוואתו.

ב. סמנו בסרטוט את התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות:

$-x + 2y \le 4$, $y \ge 0.5x - 6$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

27. א. (1) סרטטו את הישר $x = 0$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x \ge 0$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

ב. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $y = 0$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $y \ge 0$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

ג. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $x + 2y = 4$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x + 2y \le 4$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

28. א. (1) סרטטו את הישר $x = 3$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x \ge 3$.

ב. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $y = 2$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $y \ge 2$.

ג. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $x + y = 7$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x + y \le 7$.

ד. מהי הצורה של התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות הבאה?

$$\begin{cases} x \ge 3 \\ y \ge 2 \\ x + y \le 7 \end{cases}$$

29. מצאו את התחום האפשרי של כל אחת ממערכות אי-השוויונות הבאים.

א. $\begin{cases} x \ge 3 \\ y \le x \end{cases}$

ב. $\begin{cases} y \le 5 \\ y \le -x + 6 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \le 4 \\ y \ge x - 1 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} x \le 7 \\ y \ge 0 \\ -2x + y \le -2 \end{cases}$

30. נתונה מערכת אי-השוויונות הבאה:

$$\begin{cases} y \ge 0 \\ y + 2x \ge 4 \\ y \le x + 6 \end{cases}$$

א. בדקו על-ידי הצבה אם הנקודה (2, 0) מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

ב. מצאו את התחום האפשרי (התחום המשותף) למערכת אי-השוויונות.

ג. האם הנקודה (2, 0) ממוקמת בתחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות?

ד. ציינו שיעורי נקודה, שממוקמת בתחום האפשרי, ובדקו על-ידי הצבה שהיא אכן מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

31. בסופרמרקט יש שני סוגים של קופות: קופה מהירה וקופה רגילה.
בשעה מסוימת שילמו בשתי הקופות לכל היותר 30 אנשים.
נסמן ב-x את מספר הלקוחות ששילמו בקופה המהירה,
וב-y את מספר האנשים ששילמו בקופה הרגילה.
לפניכם מערכת אי-שוויונות המתאימה לסיפור האורייני:

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x + y \le 30 \end{cases}$$

א. סרטטו במערכת צירים אחת את מערכת אי-השוויונות, ומצאו את התחום האפשרי.

ב. (1) רשמו שיעורי נקודה, הנמצאת בתחום האפשרי ומתאימה לסיפור האורייני.
(2) רשמו שיעורי נקודה, הנמצאת בתחום האפשרי, אך לא מתאימה לסיפור האורייני.

ג. רשמו שיעורי נקודה, הנמצאת על אחד הקטעים התוחמים את התחום האפשרי.
מה מייצגים שיעורי הנקודה?

ד. היכן נמצאות הנקודות, המתארות בדיוק 30 לקוחות ששילמו בקופות?

32. במהלך שיעור חזרה לקראת מבחן נותנת המורה לתלמידיה תרגילים קצרים ותרגילים ארוכים.

כדי לקבל בונוס במבחן יש לפתור <u>לפחות</u> 10 תרגילים במהלך השיעור.

הדס פותרת תרגיל קצר ב-2 דקות, תרגיל ארוך ב-5 דקות, והשיעור נמשך 50 דקות.

נסמן ב-x את מספר התרגילים הקצרים, וב-y את מספר התרגילים הארוכים.

לפניכם מערכת אי-השוויונות, המתאימה לתרגילים שפתרה הדס במהלך השיעור:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 10 \\ 2x + 5y \leq 50 \end{cases}$$

א. סרטטו במערכת צירים אחת את מערכת אי-השוויונות ומצאו את התחום האפשרי.

ב. (1) האם הנקודה (6, 10) מתארת מצב, שהדס קיבלה בונוס וגם ניצלה את כל זמן השיעור?

(2) האם הנקודה נמצאת בתחום האפשרי?

(באתרנו יש יישומון, שבו ניתן להיעזר לצורך פתרון השאלה:)

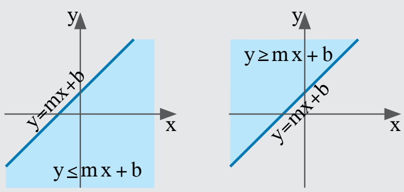
ב. <u>רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון</u>

<u>הסבר ודוגמה פתורה – התאמת ישר למשוואתו ורישום מערכת אי-שוויונות</u>

- כאשר משוואת הישר היא מהצורה $y = mx + b$, אז:

<u>דרך א' (המומלצת)</u>

נבחר נקודה מתוך התחום הנתון (הצבוע), נציב את שיעורי הנקודה במשוואת הישר, ולפי התוצאה נקבע את סימן אי-השוויון (ראו בדוגמה הבאה).



<u>דרך ב'</u>

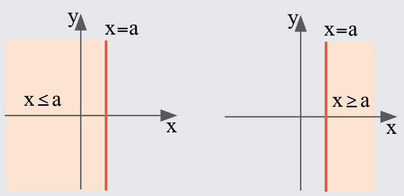
✔ אם התחום המסומן מעל הישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $y \geq mx + b$

✔ אם התחום המסומן מתחת לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $y \leq mx + b$.

- כאשר משוואת הישר היא מהצורה $x = a$, אז:

<u>דרך א' (המומלצת)</u>

נבחר נקודה מתוך התחום הנתון (הצבוע), נציב את שיעור ה-x של הנקודה במשוואת הישר, ולפי התוצאה נקבע את סימן אי-השוויון (ראו בדוגמה הבאה).

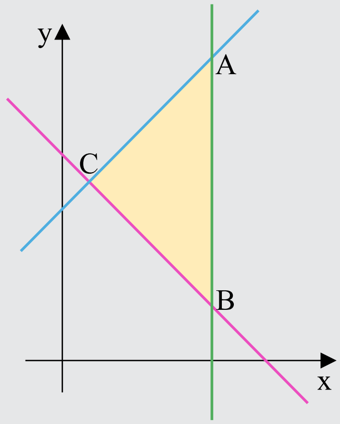


<u>דרך ב'</u>

✔ אם התחום המסומן מימין לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $x \geq a$.

✔ אם התחום המסומן משמאל לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $x \leq a$.

דוגמה



במכון שטיפה יכולים לטפל ביום ב-x מכוניות פרטיות

וב-y מכוניות מסחריות.

בסרטוט שלפניכם מופיע התחום האפשרי של מערכת

אי-שוויונות, המתאים למגבלות מכון השטיפה.

משוואות הישרים הן :

$x = 10$, $y = -x + 16$, $-x + y = 12$

א. התאימו כל אחת מהמשוואות לגרף המופיע בסרטוט.

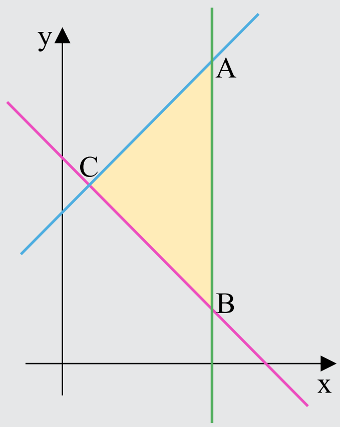
ב. רשמו אי-שוויונות המתאימים לתחום המסומן.

פתרון :

א. בסרטוט מופיעים 3 ישרים. הישר המתאים למשוואה $x = 10$ הוא הישר המאונך לציר ה-x,

כלומר הישר AB.

את הישרים AC ו-BC נתאים בשתי דרכים.



<u>דרך א' - לפי שיפוע</u>

- שיפוע של הישר $y = -x + 16$ הוא $m = -1$. הישר המתאים למשוואה $y = -x + 16$ הוא הישר BC, שהוא ישר יורד.
- כדי לזהות את שיפוע של הישר $-x + y = 12$, נעבור למשוואה המפורשת של הישר, ונקבל : $y = x + 12$.

  שיפוע של ישר זה הוא $m = 1$.

  הישר AC הוא ישר עולה.

<u>דרך ב' - לפי נקודת החיתוך עם ציר ה-y</u>

- האיבר החופשי במשוואת הישר $y = -x + 16$ הוא $b = 16$. לכן ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, 16)$.
- הצגתו המפורשת של הישר $-x + y = 12$ היא $y = x + 12$. האיבר החופשי הוא $b = 12$.

  לכן ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, 12)$.

$16>12$, לכן הישר המתאים ל-BC הוא $y = -x + 16$, כי הוא חותך את ציר ה-y בנקודה גבוהה יותר לעומת הישר המתאים ל-AC, שהוא $-x + y = 12$.

<u>תשובה</u> : $x = 10$ מתאים לישר AB, $y = -x + 16$ מתאים לישר BC, $-x + y = 12$ מתאים לישר AC.

ב. נבנה את מערכת אי-השוויונות.

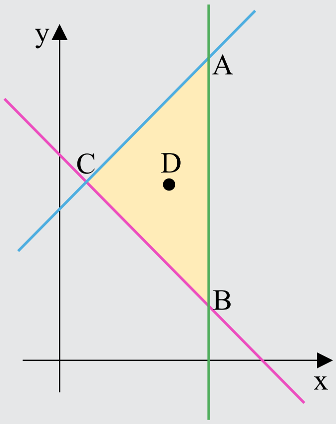
<u>דרך א׳</u>

כדי למצוא נקודה בתחום הנתון, נמצא תחילה את שיעורי הנקודה C.

הנקודה C היא נקודת חיתוך של הישרים $y = -x + 16$ ו-$y = x + 12$.

למדנו כי נקודת חיתוך של שני ישרים היא פתרון של מערכת המשוואות שלהם.

$$\begin{cases} y = -x + 16 \\ y = x + 12 \end{cases} \Rightarrow \quad -x + 16 = x + 12 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$



נציב $x = 2$ באחת המשוואות ונקבל: $y = 2 + 12 = 14$.

שיעורי הנקודה C הם $(2, 14)$, ומשוואת הישר AB היא $x = 10$.

נבחר את הנקודה $D(8, 14)$, שנמצאת בתוך התחום (בין הנקודה C לישר AB).

- נציב את שיעורי הנקודה D במשוואת הישר AC:

$$y = x + 12 \quad \Rightarrow \quad 14 \stackrel{?}{=} 8 + 12 \quad \Rightarrow \quad 14 \le 20 \quad \Rightarrow \quad y \le x + 12$$

- נציב את שיעורי הנקודה D במשוואת הישר BC:

$$y = -x + 16 \quad \Rightarrow \quad 14 \stackrel{?}{=} -8 + 16 \quad \Rightarrow \quad 14 \ge 8 \quad \Rightarrow \quad y \ge -x + 16$$

- נציב את שיעור ה-x של הנקודה D במשוואת הישר AB:

$$x = 10 \quad \Rightarrow \quad 8 \stackrel{?}{=} 10 \quad \Rightarrow \quad 8 \le 10 \quad \Rightarrow \quad x \le 10$$

<u>דרך ב׳</u>

- התחום המסומן הוא <u>מתחת</u> לישר $y = x + 12$ (AC) ועל הישר (כי הקו רציף).
  המקדם של y הוא חיובי, ולכן אי-השוויון המתאים הוא $y \le x + 12$.
- התחום המסומן הוא <u>מעל</u> לישר $y = -x + 16$ (BC) ועל הישר (כי הקו רציף),
  המקדם של y חיובי, ולכן אי-השוויון המתאים הוא $y \ge -x + 16$.
- התחום המסומן הוא <u>משמאל</u> לישר $x = 10$ (AB) ועל הישר (כי הקו רציף),
  ולכן אי-השוויון המתאים הוא $x \le 10$.

הערה: אם המקדם של y הוא שלילי, נכפול ב-(-1) ונשנה את סימן אי-השוויון.

<u>תשובה</u>: מערכת אי-השוויונות המתאימה לתחום המסומן היא:

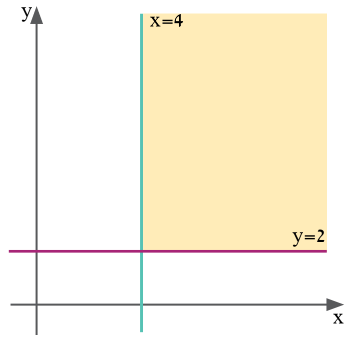
$$\begin{cases} y \le x + 12 \\ y \ge -x + 16 \\ x \le 10 \end{cases}$$

33. בכל סעיף מתוארת סיטואציה מחיי היום יום.

רשמו מערכת אי-שוויונות, המתאימה לתחום הצבוע שלצידה.

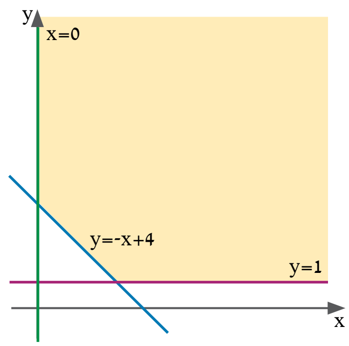
א. בחנות שטיחים מוכרים ביום x שטיחים קטנים ו-y שטיחים גדולים.

התחום הצבוע מתאים למגבלות החנות.



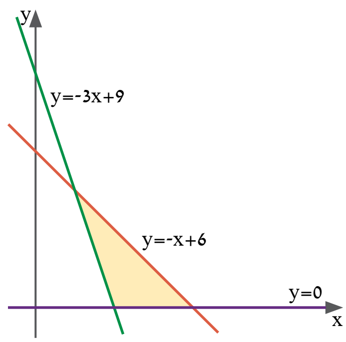
ב. בית ספר מוציא בשבוע x טיולים ו-y ימי עיון.

התחום הצבוע מתאים למגבלות בית הספר.



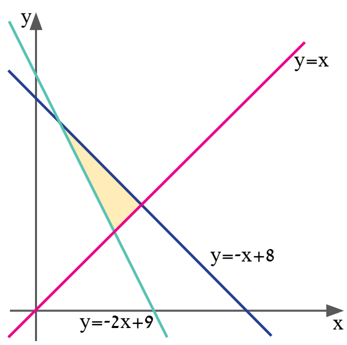
ג. במעדנייה מוכרים ביום x פשטידות עם בסיס בצק ו-y פשטידות ללא בסיס בצק.

התחום הצבוע מתאים למגבלות המעדנייה.



ד. במשתלה מוכרים x שתילי פרחים ו-y שתילים של צמחי תבלין.

התחום הצבוע מתאים למגבלות המשתלה.



34. בכל סעיף מתוארת סיטואציה, מוצגות משוואות ישרים, ולצידם תחומים אפשריים. לגבי כל סעיף:

I. התאימו כל ישר למשוואתו.

II. רשמו את מערכת אי-השוויונות של התחום האפשרי (מסומן בצהוב).

א. חשמלאי מטפל ביום ב-x פניות לתיקון תקלה

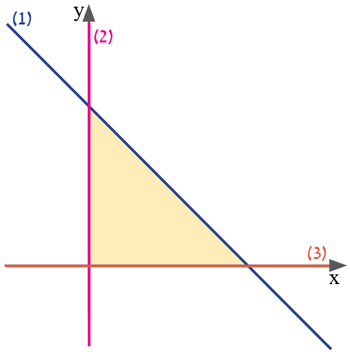
וב-y פניות להתקנת מכשירי חשמל.

התחום הצבוע מתאים למגבלות החשמלאי.

$x = 0$

$y = 0$

$y = -x + 7$



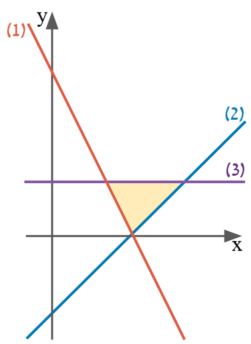
ב. סַפָּר מְסַפֵּר בשעה x גברים ו-y ילדים.

התחום הצבוע מתאים למגבלות הַסַּפָּר.

$y = 2$

$y = -2x + 6$

$y = x - 3$



ג. במפעל מועסקים x עובדים מתחילים

ו-y עובדים מנוסים.

התחום הצבוע מתאים למגבלות המפעל.

$x + 2y = 12$

$y = -2x + 10$

$x + y = 6$

תשובות - תכנון ליניארי

משימת פתיחה

א) A - 10 דונם כרוב ו-20 דונם ברוקולי, B - 5 דונם כרוב ו-20 דונם ברוקולי, C - 15 דונם כרוב ו-10 דונם ברוקולי, D - 25 דונם כרוב ו-5 דונם ברוקולי.

ב) כרוב בלבד: למשל (0 , 20), ברוקולי בלבד: למשל (22 , 0).

ג) לא, הנקודה (20 , 20) נמצאת מחוץ לתחום הצבוע.

ד) A - 32,000 שקלים, B - 28,000 שקלים, C - 24,000 שקלים, D - 26,000 שקלים.

ה) בנקודה A.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי - הישר ניצב לציר

1. א) A(1 , 1) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון תמונה אחת וכתבה אחת. B(3 , 4) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 3 תמונות ו-4 כתבות. C(5 , 4) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 5 תמונות ו-4 כתבות. D(5 ,0) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 5 תמונות ובלי כתבות. E(6 ,2) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 6 תמונות ו-2 כתבות.

ב) (1) נקודות A, B, C, D.   (2) משמאל לישר או עליו - ברביע הראשון   ג) (2)

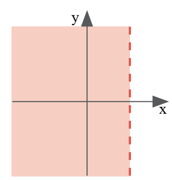
2. א) A(0 , 10) - הנקודה מתארת מצב, שבו אין על המדף קרטון חלב 1% שומן, ויש 10 קרטוני חלב 3% שומן. B(1 , 14) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף קרטון חלב אחד 1% שומן ו-14 קרטוני חלב 3% שומן. C(5 , 12) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 5 קרטוני חלב 1% שומן ו-12 קרטוני חלב 3% שומן. D(2 , 7) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 2 קרטוני חלב 1% שומן ו-7 קרטוני חלב 3% שומן. E(7 , 10) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 7 קרטוני חלב 1% שומן ו-10 קרטוני חלב 3% שומן.

ב) (1) נקודות A, B, C, E.   (2) II   (3) מעל לישר או עליו - ברביע הראשון   ג) (1)

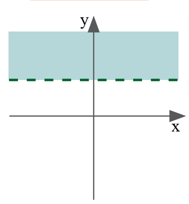
3. א) A(7 ,10) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 7 משאיות ו-10 מכוניות פרטיות.
B(5 ,8) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 5 משאיות ו-8 מכוניות פרטיות.
C(9 ,6) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 9 משאיות ו-6 מכוניות פרטיות.

ב) למשל: (7 , 0)   ג) (1) I   (2) משמאל לישר או עליו - ברביע הראשון.   ד) (2)   ה) (1)

4. א) (1) $y = 3$ (2) $y \le 3$ ב) (1) $x = 2$ (2) $x \ge 2$
ג) (1) $x = 1$ (2) $x \le 1$ ד) (1) $y = 4$ (2) $y \ge 4$

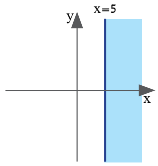
5. א) $x = 4$
ב) למשל: (2 ,3), (3 ,7), (1 ,1)
ג)


ד) $x \le 4$

6. א) $y = 3$
ב) למשל: (2 ,4) , (3 ,5) , (1 ,6)
ג)


ד) $y \ge 3$

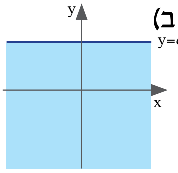
.7 א) למשל: (5, 1), (5, 0), (5, 3) ג)



ב) $x = 5$

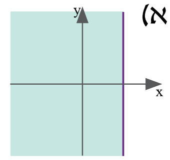
ד) $x \geq 5$

.8 א+ב)

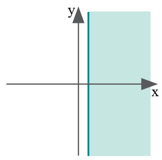


ג) $y \leq 6$

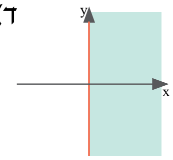
.9 א)



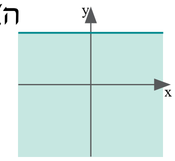
ב)



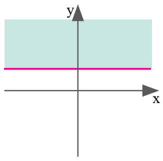
ג)



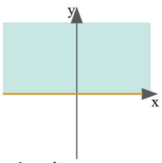
ד)



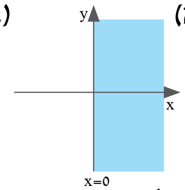
ה)



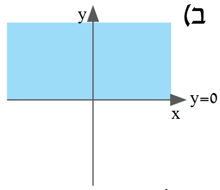
ו)



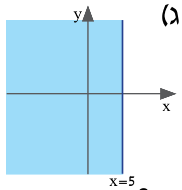
.10 א)



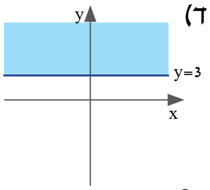
ב) (3, 2)



ג) (5, 3)

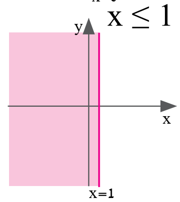


ד) (2, 5)

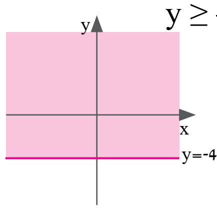


(1, 4)

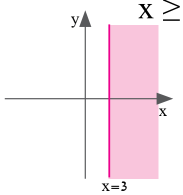
.11 א) $x \leq 1$



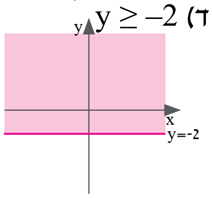
ב) $y \geq -4$



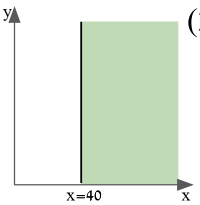
ג) $x \geq 3$



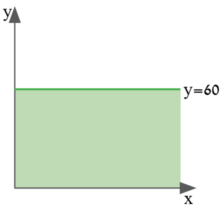
ד) $y \geq -2$



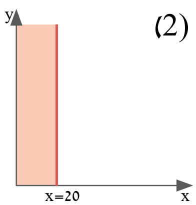
.12 א) (1) $x \geq 40$ (2)



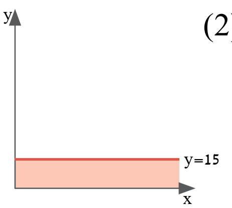
ב) (1) $y \leq 60$ (2)



.13 א) (1) $x \leq 20$ (2)



ב) (1) $y \leq 15$ (2)



פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר משופע

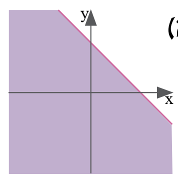
.14 א) (1) כן (2) לא (3) לא ב) (1) למשל: (1, 1) (2) למשל: (1, 10) (3) למשל: (2, 0)

.15 א) (1) כן (2) לא (3) לא ב) (1) - (II), (2) - (I), (3) - (III)

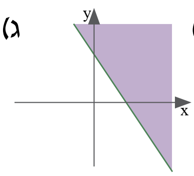
.16 א) (1) - (I), (2) - (II) ב) (1) - (II), (2) - (I)

.17 א) (4) ב) (1) ג) (6) ד) (2) ה) (3) ו) (5)

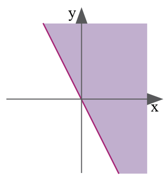
.18 א)



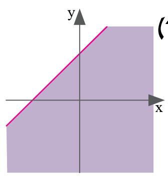
ב)



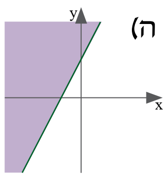
ג)



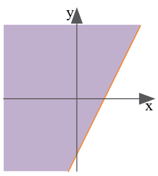
ד)



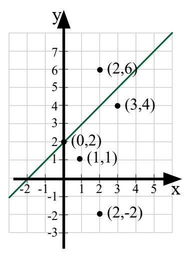
ה)



ו)

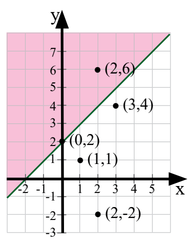


.19 א+ב) (1)

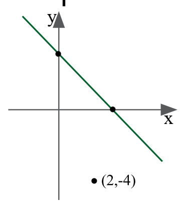


(2) (2, 6), (0, 2)

ג)

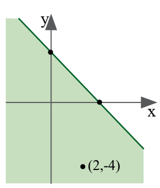


.20 א+ב) (1)

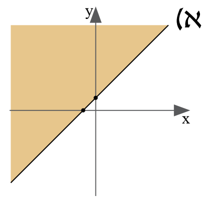


(2) כן

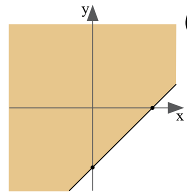
ג)



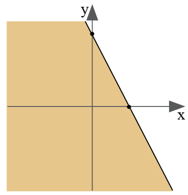
21. א)



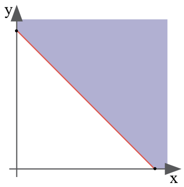
ב)



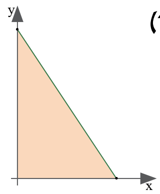
ג)



22. א) למשל: (7, 5). המשמעות היא מכירה של 7 זוגות אופניים לילדים ו-5 זוגות אופניים למבוגרים.
ב) כן, כדי שהחנות תרוויח עליה למכור לפחות 12 זוגות אופניים (13>12). הנקודה נמצאת מעל הישר.
ג) למשל: (5, 5), מייצגת מצב, שבו נמכרו 5 זוגות אופניים מכל סוג, כלומר 10 זוגות אופניים בסך-הכול (10<12). הנקודה נמצאת מתחת לישר.
ד) (1)
ה)

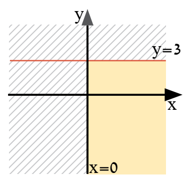


23. א) (0, 10) - תמר מכינה 10 נרות גדולים בלבד. (15 , 0) - תמר מכינה 15 נרות קטנים בלבד.
ב) (10, 2) - הכנה של 2 נרות גדולים ו-10 נרות קטנים. הכנה של 2 נרות גדולים אורכת 6 שעות ($2 \cdot 3 = 6$), והכנה של 10 נרות קטנים אורכת 20 שעות ($10 \cdot 2 = 20$). בסך-הכול מדובר ב-26 שעות ($20 + 6$) של הכנת נרות - קטן מ-30 השעות האפשריות בשבוע.
ג) (2)
ד)

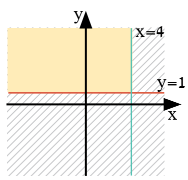


מערכת אי-שוויונות ליניאריים והתחום המתאים לה

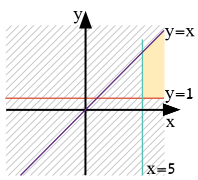
24. א)



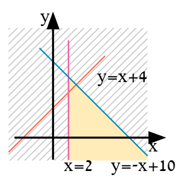
ב)



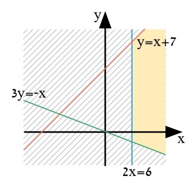
ג)



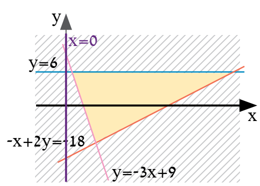
ד)



ה)

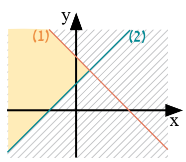


ו)



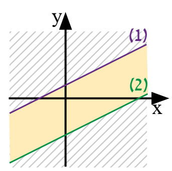
25. א) $y = -x + 4$ (1)
$y = x + 2$ (2)

ב)

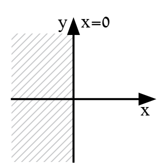


26. א) $-0.5x + y = 2$ (1)
$y = 0.5x - 6$ (2)

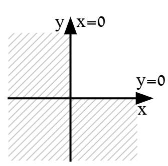
ב)



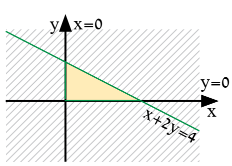
27. א)

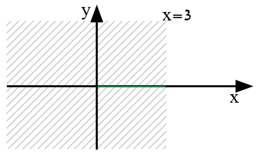


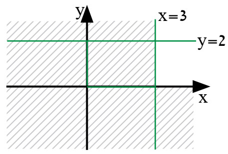
ב)

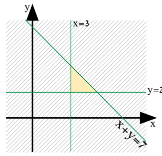


ג)

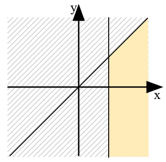
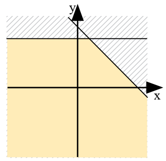
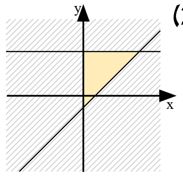
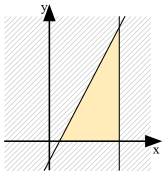


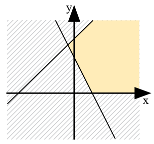
28. א)


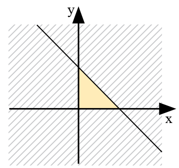
ב)


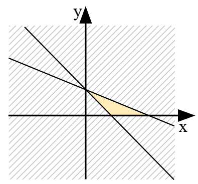
ג)


ד) משולש ישר-זווית

29. א)

ב)

ג)

ד)


30. א) לא
ב)

ג) לא
ד) למשל (3, 2)

31. א)

ב) (1) למשל: (10, 15), (20, 5)   (2) למשל: (10, 2.5)
ג) למשל: (10, 20) - המשמעות היא 20 אנשים בקופה המהירה ו-10 אנשים בקופה הרגילה.
ד) ברביע הראשון על הישר: $x + y = 30$.

32. א)

ב) (1) כן, הנקודה נמצאת על הישר $2x + 5y = 50$.
(2) הנקודה נמצאת בתחום האפשרי - על הקו התוחם.

33. א) $\begin{cases} x \ge 4 \\ y \ge 2 \end{cases}$ ב) $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 1 \\ y \ge -x + 4 \end{cases}$ ג) $\begin{cases} y \ge 0 \\ y \le -x + 6 \\ y \ge -3x + 9 \end{cases}$ ד) $\begin{cases} y \ge x \\ y \ge -2x + 9 \\ y \le -x + 8 \end{cases}$

34. א) I. (1) $y = -x + 7$, (2) $x = 0$, (3) $y = 0$ II. $\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ y \le -x + 7 \end{cases}$
ב) I. (1) $y = -2x + 6$, (2) $y = x - 3$, (3) $y = 2$ II. $\begin{cases} y \ge -2x + 6 \\ y \ge x - 3 \\ y \le 2 \end{cases}$
ג) I. (1) $x + y = 6$, (2) $y = -2x + 10$, (3) $x + 2y = 12$ II. $\begin{cases} x + y \ge 6 \\ y \le -2x + 10 \\ x + 2y \le 12 \end{cases}$

מערכת אילוצים ופונקציית מטרה

35. א) כן   ב) כן   ג) לא

36. א) $\begin{cases} x \ge 0 \\ x \le 100 \end{cases}$ ב) (1) $\begin{cases} x \ge 0 \\ x \ge 30 \end{cases}$ (2) האילוץ $x \ge 0$ מכיל את האילוץ $x \ge 30$. אם רוצים ששני האילוצים יתקיימו, די לרשום את האילוץ $x \ge 30$, כי כל מספר הגדול או שווה ל-30 הוא גם גדול מ-0 או שווה לו.

37. א) (1)   ב) למשל: 2 כוסות לימונדה ו-5 כוסות מים.

38. א) (3)   ב) (2)