



התכנית נורמלית, איאומטריה אנליטית, מודל ריבועי



מתאים לתוכנית הלימודים החדשה

מספר אישור: 4631
אושר בתאריך: 12.8.25

הקדמה

הספר "מתמטיקה לכיתה י"ב – חלק א' " מתאים לתכנית הלימודים החדשה ברמת 3 יח"ל. ספר זה הוא הראשון מתוך שני ספרים, ועוסק בתכנים מתמטיים בהקשרים של תופעות מתחום המדעים וחברה ומתחום הפיננסי כלכלי. הספר מכיל את הנושאים הבאים: התפלגות נורמלית, גיאומטריה אנליטית ומודל ריבועי. העקרונות, שלפיהם נכתב הספר, הם: בסיס אורייני - מתמטי ורלוונטיות לחיי היום יום; הבנה ועיבוד של מידע; תובנה מספרית, מילולית, גרפית וגיאומטרית ועוד.

מה מיוחד בספר?



- כל יחידה מתחילה במשימת פתיחה המסומנת ב- . המשימה נלמדת בכיתה ומהווה כלי עזר מצוין לפתיחת הנושא הנלמד.
- כל יחידה מכילה פרקי לימוד, וכל פרק מכיל סעיפי לימוד.
- ברקע האפור שבכל פרק משולבים תזכורות, דוגמאות פתורות, הסברים והערות, כדי לאפשר הוראה יעילה ונוחה.
- הספר מכיל תרגול רב.
- ברוב המקרים התשובות המצורפות לתרגילים הן גם "מסבירי דרך", ולא רק תשובות סופיות.
- בסוף הספר יש חמישה נספחים בנושאים שנלמדו בחטיבת הביניים ובכיתות י' ו- י"א, והנדרשים לצורך לימוד הנושאים בספר זה. בנוסף מצורף נוסחאון מתמטיקה - 3 יחידות לימוד.

מדריך למורה

הספר מלווה במדריך למורה. בנוסף לרציונל הפדגוגי מופיעים בו פתרונות מפורטים של חלק מהשאלות, וכן הצעות לדרכי הוראה והמחשה.

תודתנו נתונה לטלי רואש, ד"ר תמרה אבישר-זלדיס, ניצה פיינרו, רתם פרוידנברג וצילה פרידמן, שהשתתפו בכתיבת חומרי הלמידה שבספר.

תקוותנו שספר זה יסייע למורים בעבודתם ויוביל את התלמידים להצלחה.

יצחק שלו & אתי עוזרי

מקרא

משימת פתיחה, בדרך כלל בתחילת לימוד יחידה.
המשימה תילמד בכיתה בהדרכת המורה.



שאלה לדיון בכיתה – בקבוצות או בשיח כיתתי, בהדרכת המורה.



שאלת חשיבה – שאלה בדרגת חשיבה גבוהה לפתרון בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.



שאלה, שבה מופיע קוד QR, יש להוריד לטלפון אפליקציה לקריאת הקוד. סריקת הקוד מקשרת ליישומון, סרטון או מידע נוסף. ברוב השאלות לא מופיע מידע, הנחוץ לפתרון השאלה עצמה, אלא מידע נוסף הקשור לנושא השאלה, המאפשר העשרה, השוואה או תרגול.



תוכן העניינים

חלק א' – פתיח.....1

יחידה ראשונה – התפלגות נורמלית.....2

4.....זיהוי ויזואלי של התפלגות נורמלית

מציאת האחוז/הסתברות בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

10.....א. העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות

19.....ב. העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן

27.....מציאת ערך המשתנה בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

33.....שימוש בסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית

מציאת ממוצע ו/או סטיית תקן בהתפלגות נורמלית

39.....א. מציאת הממוצע

44.....ב. מציאת סטיית התקן

48.....ג. מציאת הממוצע וסטיית התקן

ציוני תקן

56.....א. מציאת ציון תקן ומשמעותו

60.....ב. מציאת מדדים חסרים בהינתן חלק מהמדדים

63.....ג. השוואת המיקום היחסי של ערכי משתנים

66.....ציוני תקן בהתפלגות נורמלית

79.....תשובות

יחידה שנייה – גיאומטריה אנליטית.....87

קטעים במערכת צירים

89.....א. מרחק בין שתי נקודות

95.....ב. אמצע קטע

99.....ג. משולשים

107.....ד. מרובעים

משוואת הקו הישר

113.....א. שיפוע ישר על-פי שתי נקודות שעליו

116.....ב. משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה על הישר

121.....ג. משוואת ישר על-פי שתי נקודות שעליו

123.....ד. משולשים

129.....ה. מרובעים

133	א. ישרים מקבילים וישרים מתלכדים
136	ב. ישרים נחתכים
141	ג. משולשים
147	ד. מרובעים

ישרים ניצבים

154	א. ישרים ניצבים
158	ב. משולשים
165	ג. מרובעים
174	תשובות

יחידה שלישית – מודל ריבועי

קריאת מידע מגרף של פונקציה ריבועית

186	א. קדקוד הפרבולה, תחום עלייה ותחום ירידה, ציר סימטריה
197	ב. נקודות חיתוך עם הצירים, תחום חיוביות ותחום שליליות
	הקשר בין הפונקציה הריבועית $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) לבין גרף הפונקציה (הפרבולה)
206	א. תפקידי המקדמים a ו- c
212	ב. קדקוד הפרבולה, ציר הסימטריה, תחום עלייה ותחום ירידה
215	ג. נקודות חיתוך עם ציר ה- x , תחום חיוביות ותחום שליליות
223	ד. מציאת שיעורי נקודות על הפרבולה בהינתן ערך של y
232	הקשר בין הייצוגים השונים של הפונקציה הריבועית
245	תשובות

נספחים

252	נספח א' – תרגול נוסף
291	נספח ב' – מערכת צירים
294	נספח ג' – משוואת הקו הישר
299	נספח ד' – ההגדרות, התכונות, ההיקפים והשטחים של הצורות הגיאומטריות
304	נספח ה' – משוואות ממעלה שנייה (ריבועיות) עם נעלם אחד
308	נוסחאון מתמטיקה – 3 יחידות לימוד

חלק א' – פתיח

- בספר זה יידרש שימוש במיומנויות שנרכשו בחטיבת הביניים ובכיתות י' ו- י"א, והן:
 - ✓ פתרון משוואות ומערכות משוואות ממעלה ראשונה.
 - ✓ פתרון משוואות ריבועיות.
 - ✓ מערכת צירים, שיעורי נקודות וסימון נקודות במערכת צירים.
 - ✓ קריאת מידע מגרף.
 - ✓ תכונות משולשים, מרובעים וצורות מורכבות (כולל חישוב שטח והיקף).
- חלק א' של הספר מכיל 3 יחידות:
 - ✓ יחידה ראשונה: למידת התכונות של עקומת ההתפלגות הנורמלית ושימוש בעקומה זו. יוצגו מצבים בהקשר מדעי חברתי ובהקשר פיננסי כלכלי.
 - ✓ יחידה שנייה: למידת הנושא גיאומטריה אנליטית, המשלב אלגברה וגיאומטריה. יחידה זו היא המשך וחיזוק של הנושאים שנלמדו בשנים קודמות.
 - ✓ יחידה שלישית: למידת הנושא מודל ריבועי. יחידה זו היא המשך וחיזוק של הנושא שנלמד בחטיבת הביניים. יוצגו מצבים בהקשר מדעי חברתי ובהקשר פיננסי כלכלי.

יחידה ראשונה

התפלגות נורמלית

ביחידה זו נלמד על התכונות של **עקומת ההתפלגות הנורמלית** ושימוש בעקומה זו: למציאת הסתברות או למציאת החלק היחסי (באחוזים) של קבוצה בעלת תכונה משותפת, ולמציאת תכונה של קבוצה בהינתן החלק היחסי של הקבוצה. כמו כן יוקדש פרק לנושא **ציון תקן**.

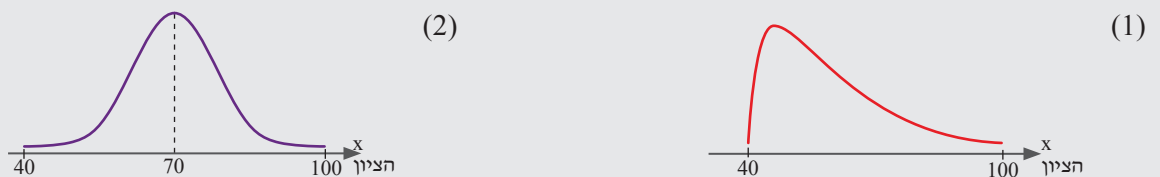
ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:

- פתרון משוואות ממעלה ראשונה.
- פתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה.
- מדדי מרכז (ממוצע, חציון ושכיח) וסטיית תקן.

משימת פתיחה



לפניכם 2 גרפים המתארים התפלגות של ציונים במבחן במתמטיקה.



נועה אמרה: גרף (1) מתאר התפלגות של ציונים, שבה רוב הנבחנים קיבלו ציונים גבוהים.

הילה אמרה: גרף (2) מתאר התפלגות של ציונים, שבה הציון 70 הוא החציון.

מי צודקת? הסבירו.

התשובה למשימת הפתיחה – בעמ' 79.

בסטטיסטיקה כאשר נאספים נתונים לגבי תופעה מסוימת, מתקבלת רשימה של ערכים.

התפלגות היא תיאור האופן שבו הערכים מתפזרים.

עקומת ההתפלגות היא תיאור גרפי רציף שמציג את פיזור הערכים שנאספו.

יש סוגים רבים של התפלגויות, אך השימושית והנפוצה מכולן היא **ההתפלגות הנורמלית**.

ההתפלגות הנורמלית היא אחד המודלים הסטטיסטיים החשובים ביותר, והוא מתאר תופעות רבות בטבע,

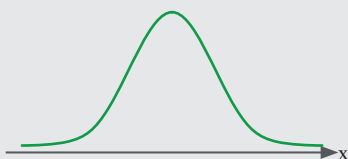
בחברה, בכלכלה ובמדע, כאשר המדידות נלקחות מאוכלוסייה גדולה.

תכונותיה המתמטיות הייחודיות הופכות אותה לכלי יסודי בניתוח נתונים, במבחנים

סטטיסטיים ובמחקר.

בהתפלגות נורמלית רוב הערכים מרוכזים סביב הממוצע, ומספרם פוחת ככל שמתרחקים ממנו.

כלומר, מעטים נמצאים בקצוות – גבוהים מאוד או נמוכים מאוד ביחס לממוצע.



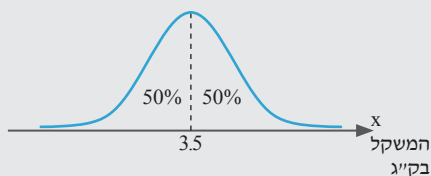
עקומת ההתפלגות הנורמלית מוכרת גם בשם "**עקומת פעמון**",

כי צורתה הגרפית מזכירה פעמון או בשם "**עקומת גאוס**" על שם

המתמטיקאי שחקר אותה - **קארל פרידריך גאוס** (1777–1855).

דוגמה

אם במדינה מסוימת ידוע שמשקל היילודים מתפלג נורמלית ומשקלם הממוצע הוא 3.5 ק"ג,



המשמעות היא שמשקליהם של רוב היילודים במדינה מتركזים סביב

הממוצע, ומספרם פוחת ככל שמתרחקים ממנו.

בנוסף, משקלם של כמחצית מהיילודים נמוך מהמשקל הממוצע,

ומשקלם של כמחצית מהיילודים גבוה מהמשקל הממוצע.

זיהוי ויזואלי של התפלגות נורמלית

בפרק זה נתמקד בזיהוי ויזואלי של התפלגות נורמלית לפי מאפייניה המרכזיים בהינתן גרפים של התפלגויות שונות. יוצגו מצבים בהקשר מדעי חברתי ובהקשר פיננסי כלכלי.

התשובות לתרגילים בפרק זה – בעמ' 79-80.

הסבר ודוגמה פתורה

תזכורת - הגדרה

סטיית התקן (s) מציגה את מידת הפיזור של ערכי המשתנה סביב הממוצע.
ככל שפיזור ערכי המשתנה סביב הממוצע קטן יותר, סטיית התקן קטנה יותר.
ככל שפיזור ערכי המשתנה סביב הממוצע גדול יותר, סטיית התקן גדולה יותר.

יש אינסוף עקומות נורמליות המאופיינות על ידי שני גדלים:

הממוצע וסטיית התקן של האוכלוסיה:

✓ **הממוצע ($\bar{x}$)** קובע את מיקום העקומה הנורמלית על הציר האופקי.

✓ **סטיית התקן (s)** קובעת את גובה העקומה הנורמלית ואת הפריסה שלה על הציר האופקי.

מקרה ראשון

בשתי מדינות משקל היילודים מתפלג נורמלית עם אותה סטיית תקן.

במדינה א' המשקל הממוצע הוא 3.5 ק"ג, וב**מדינה ב'** המשקל הממוצע הוא 3.6 ק"ג.

המשקל הממוצע של היילודים **במדינה א'** קטן יותר מהמשקל הממוצע של היילודים **במדינה ב'.**

לכן הממוצע של מדינה א' יופיע משמאל לממוצע של **מדינה ב'.**

כלומר: שתי העקומות הנורמליות הן "רחבות" באותה המידה, כי פיזור המשקלים סביב הממוצע הוא שווה.

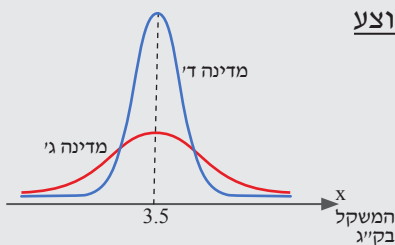


מקרה שני

בשתי מדינות אחרות משקל היילודים מתפלג נורמלית עם אותו משקל ממוצע של 3.5 ק"ג.

סטיית התקן **במדינה ד'** קטנה יותר מסטיית התקן **במדינה ג'.**

סטיית תקן קטנה מעידה על ריכוז גדול של משקלים סביב המשקל הממוצע, וסטיית תקן גדולה מעידה על פיזור רחב יותר של המשקלים סביב המשקל הממוצע, מה שגורם "להשטחת" העקומה.
כלומר העקומה הנורמלית של **מדינה ג'** "רחבה יותר".



- ההתפלגות הנורמלית מופיעה בתחומים רבים סביבנו, ומכאן חשיבותה.
כאשר ידוע שנתונים מתפלגים נורמלית, ניתן להסיק היכן יתרכזו רוב הערכים, לחזות מה יקרה במדידות נוספות, מה נחשב לתוצאה חריגה, וניתן אף להשוות בין תוצאות שונות.



- נדגים את ההתפלגות הנורמלית באמצעות מכשיר, שמורכב מלוח, ועליו מסמרים המסודרים בצורת משולש. כאשר כדורים נופלים מלמעלה, הם מתנגשים במסמרים בדרכם למטה, וכל התנגשות גורמת לכדור לנוע באופן אקראי ימינה או שמאלה. הכדורים נאספים בתאים שבתחתית הלוח, ומתקבלת צורה של התפלגות נורמלית.



- לפניכם יישומון המדגים את פעולת הלוח.



- ביישומון יש לבחור באפשרות של גלגול כדורים רבים ולחיצה על הפעלה.
ככל שיהיו יותר כדורים, כך העקומה, שתיווצר מהצטברות הכדורים בתאים, תתקרב לצורת גרף ההתפלגות הנורמלית.



- ניתן לראות זאת גם בסרטון הבא:

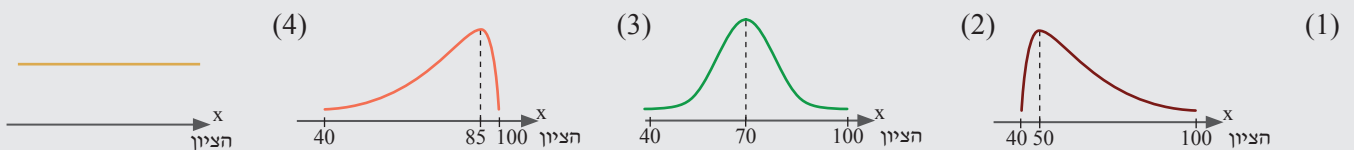


התכונות שלפיהן נזהה את גרף ההתפלגות הנורמלית:

- סימטריה.
 - נקודת מקסימום יחידה.
 - ציר הסימטריה הוא הממוצע ועובר בנקודת המקסימום.
 - ככל שמתרחקים מהמרכז, הערכים קטנים בהדרגה ומתקרבים לאפס – דעיכה בקצוות הגרף.
- בגרף ההתפלגות הנורמלית צריכות להופיע כל התכונות. די שאחת התכונות לא תופיע בגרף כדי לשלול שמדובר בגרף של התפלגות נורמלית.

דוגמה

לפניכם 4 גרפים, המתארים ציוני מבחנים. במבחן (2) מתפלגים נורמלית.

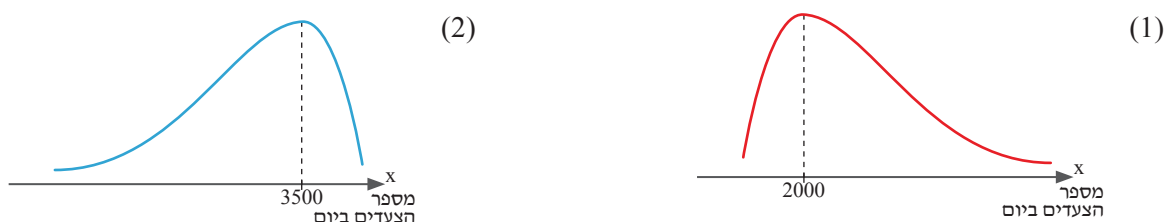


- היעזרו בתכונות של גרף ההתפלגות הנורמלית והראו שכל התכונות מתקיימות בגרף (2).
- הסבירו מדוע הגרפים האחרים אינם מתארים התפלגות נורמלית.
- תארו את הישגי התלמידים במבחנים בכל אחד מהגרפים.

- א.
 - גרף (2) הוא סימטרי ביחס לציון 70, בעל נקודת מקסימום יחידה (70) שדרכה עובר ציר הסימטריה, וקיימת דעיכה בקצוות הגרף.
 - גרפים (1) ו-(3) לא מתארים התפלגות נורמלית, כי הם לא סימטריים.
 - גרף (1) מכונה "התפלגות עם זנב ימני", וגרף (3) מכונה "התפלגות עם זנב שמאלי".
 - גרף (4) אינו מתאר התפלגות נורמלית. אין בו נקודת מקסימום ואין בו דעיכה בקצוות.
 - גרף זה מכונה "התפלגות אחידה".
- ב.
 - גרף (1) מתאר מצב, שבו רוב הנבחנים קיבלו ציונים נמוכים, ומעט נבחנים קיבלו ציונים גבוהים.
 - גרף (2) מתאר מצב, שבו כמחצית מהנבחנים קיבלו ציונים הנמוכים מציון 70, וכמחצית מהנבחנים קיבלו ציונים הגבוהים מציון 70.
 - גרף (3) מתאר מצב, שבו רוב הנבחנים קיבלו ציונים גבוהים, ומעט נבחנים קיבלו ציונים נמוכים.
 - גרף (4) מתאר מצב, שבו אין ריכוז של ציונים סביב ערך מסוים – ציוני הנבחנים מתפזרים באופן שווה על פני כל טווח הציונים האפשרי. כלומר: מספר הנבחנים שיקבלו ציונים נמוכים זהה למספר הנבחנים שיקבלו ציונים גבוהים.

1. בשני יישובים ערכו סקר מקיף לגבי מספר הצעדים ביום שהנשאלים צועדים.

הגרפים שלפניכם, (1) ו-(2), מתארים את התפלגות מספר הצעדים היומי בכל אחד מהיישובים.



- א. שני הגרפים לא מתארים התפלגות נורמלית. היעזרו בתכונות של גרף ההתפלגות הנורמלית והסבירו מדוע.
- ב. ציינו איך נקראת כל אחת מההתפלגויות המוצגות בגרפים.

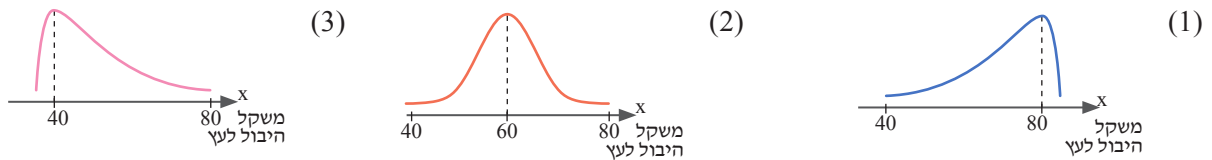
2. שני ספקים שולחים חבילות רבות במהלך שבוע מסוים.

שני הגרפים שלפניכם מתארים את התפלגות כמות החבילות ששלחו הספקים לפי משקל החבילות (בק"ג).
התפלגות המשלוח של כל ספק שונה ומתוארת באמצעות אחד הגרפים.



- א. לפניכם 2 היגדים המתארים את התפלגות המשלוח של כל ספק. התאימו כל היגד לגרף המתאים לו.
- I. הספק שלח חבילות שרובן במשקל 2, ק"ג ויש מעטות קלות מאוד או כבדות מאוד.
- II. הספק שלח חבילות במשקלים שונים, מספר חבילות זהה בכל משקל.
- ב. נתון שגרף (2) מתאר התפלגות נורמלית. היעזרו בתכונות של גרף ההתפלגות הנורמלית והראו שכל התכונות מתקיימות בו.

3. שלושה חקלאים בדקו בעונה מסוימת את התפלגות המשקל של יבול התפוזים לעץ (בק"ג) בפרדסים שלהם.
הגרפים שלפניכם מתארים את התפלגות משקל התפוזים לעץ בשלושת הפרדסים.

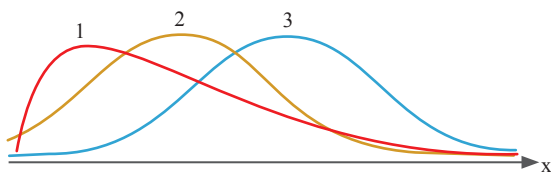


- א. גרף (2) מתאר התפלגות נורמלית של משקל התפוזים לעץ. היעזרו בתכונות של גרף ההתפלגות הנורמלית והראו שכל התכונות מתקיימות בו.
- ב. לגבי גרפים (1) ו-(3), שאינם מתארים התפלגות נורמלית, תארו את משקל יבול התפוזים לעץ בכל אחד מהפרדסים.

4. התפלגות המשכורות במחלקת שיווק ובמחלקת מחקר בחברה גדולה היא התפלגות נורמלית.

ממוצע המשכורות בשיווק גבוה מממוצע המשכורות במחלקת מחקר.

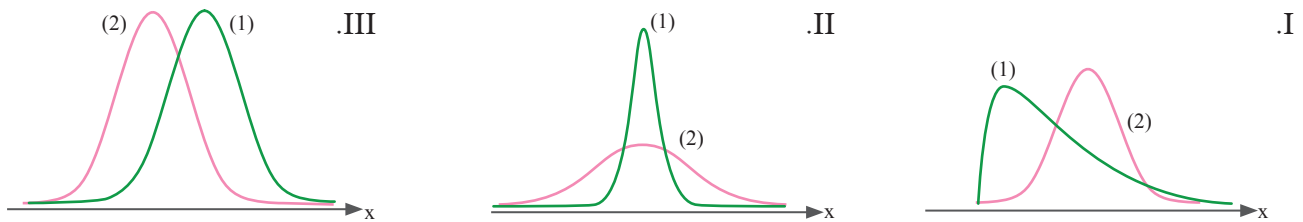
לפניכם 3 גרפים של התפלגויות שונות.



איזה גרף מתאר את התפלגות המשכורות במחלקת שיווק?

ואיזה גרף מתאר את התפלגות המשכורות במחלקת מחקר? נמקו.

5. התפלגות התשלום החודשי עבור שיחות טלפון בחברה מסוימת היא התפלגות נורמלית לטלפון נייד ולטלפון קווי. ידוע שהסכום הממוצע לתשלום בטלפון נייד גבוה יותר מהסכום הממוצע לתשלום בטלפון קווי. לפניכם שלושה זוגות של גרפים המתארים התפלגויות שונות.

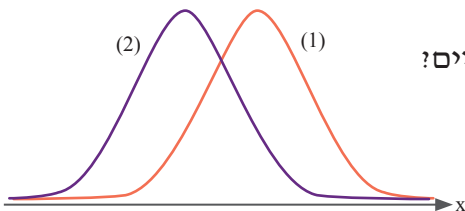


- א. איזה זוג גרפים מתאר את התפלגות התשלום החודשי עבור שיחות הטלפון בחברה? נמקו.
 ב. בזוג הגרפים שבחרתם איזה גרף מייצג את התפלגות התשלום החודשי בטלפון נייד? ואיזה גרף מייצג את התפלגות התשלום החודשי בטלפון קווי? נמקו.

6. משך הזמן הדרוש לספורטאים חובבים ולספורטאים מקצועיים לרוץ 10 ק"מ מתפלג נורמלית.
 א. איזה משפט נכון:

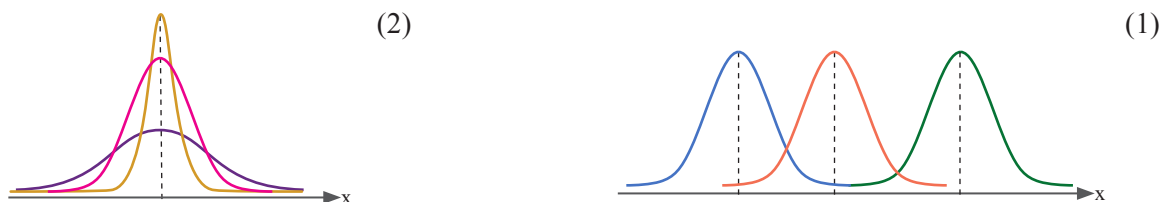
- (1) ממוצע הזמן של ספורטאים חובבים **קטן** מממוצע הזמן של ספורטאים מקצועיים.
 (2) ממוצע הזמן של ספורטאים חובבים **שווה** לממוצע הזמן של ספורטאים מקצועיים.
 (3) ממוצע הזמן של ספורטאים חובבים **גדול** מממוצע הזמן של ספורטאים מקצועיים.

ב. לפניכם שני גרפים של התפלגויות שונות.



איזה גרף מתאר את התפלגות זמני הריצה של ספורטאים מקצועיים?
 ואיזה גרף מתאר את התפלגות זמני הריצה של ספורטאים חובבים? נמקו.

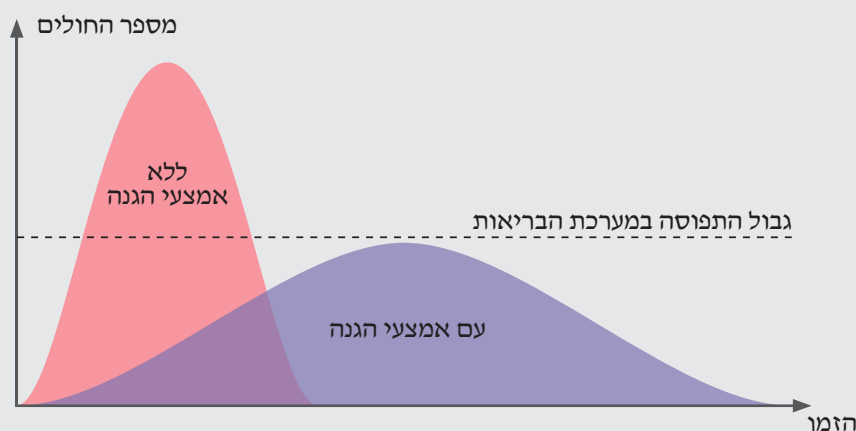
7. לפניכם 2 סרטוטים. בכל סרטוט מופיעים 3 גרפים, שמתארים את השכר החודשי המתפלג נורמלית בכל אחת מ-3 חברות.



לפניכם 3 היגדים. התאימו לכל סרטוט את ההיגד המתאים לו. הסבירו.

- I. ב-3 החברות השכר החודשי הממוצע שווה, וסטיית התקן שווה.
 II. ב-3 החברות השכר החודשי הממוצע שווה, אך סטיית התקן שונה.
 III. ב-3 החברות סטיית התקן של השכר החודשי שווה, אך הממוצע שונה.

המושג "Flatten the Curve" - לשטח את העקומה – היה נפוץ בתקופת מגפת הקורונה. המשמעות היתה להקטין את קצב ההתפשטות של הנגיף כדי למנוע עומס יתר על מערכות הבריאות. הגרף שדובר עליו הציג את מספר החולים לאורך הזמן.



בגרסה הלא-רצויה של הגרף היתה עלייה חדה במספר החולים בזמן קצר, מה שהוביל לעומס בלתי אפשרי על בתי החולים.

לעומת זאת, אם אנשים היו נוקטים אמצעי הגנה - כמו ריחוק חברתי, עטיית מסכות וסגר - ניתן היה להאט את קצב ההדבקה, ואז העקומה היתה נמוכה יותר ונמשכת זמן רב יותר. במקרה זה מערכת הבריאות היתה מסוגלת לטפל בכל החולים.

במונחים סטטיסטיים מדובר על שינוי בצורה של העקומה הנורמלית: המטרה היתה להפוך את העקומה מצררה וגבוהה לרחבה ונמוכה יותר, וכך תתפרס ההדבקה על פני תקופה ארוכה יותר.

מציאת האחוז/הסתברות בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

בפרק זה נתמקד בחישוב החלק היחסי של אוכלוסייה בעלת תכונה מסוימת (ההסתברות של תכונה מסוימת באוכלוסייה) בעזרת קריאה וחישוב מתוך גרף ההתפלגות הנורמלית, שמתאים לממוצע ולסטיית התקן של האוכלוסייה. הדוגמאות שתוצגנה הן בהקשר מדעי חברתי ובהקשר פיננסי כלכלי.

מה נלמד?

✓ העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות.

✓ העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן.

התשובות לתרגילים בפרק זה – בעמ' 80-82.

א. העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות

בסעיף זה נתמקד באצ'את החלק היחסי (ההסתברות) של אוכלוסייה בעלת תכונה מסוימת בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית, שמתאים לממוצע ולסטיית תקן של האוכלוסייה. נתייחס לערכים מתחת לעקומה הנורמלית שנבנתה עם מרווחים של סטיות תקן שלמות ונחלק אותם בין שני ערכי משתנה נתונים, או מתאימים לערכי משתנה אדולפיס/קטניס אצ'תנה נתון או ערכים אפוזיטי.

הסבר ודוגמה פתורה – סימון ערכי המשתנה על הציר האופקי

- כאמור, בכל עקומה נורמלית ציר הסימטריה הוא הממוצע. מסמנים שנתות על הציר האופקי, המייצגות את המרחק מהממוצע ביחידות של סטיית תקן שלמות.

✓ מימין לציר הסימטריה:

$\bar{x} + s$ מייצג ערך הגדול בסטיית תקן אחת מהממוצע.

$\bar{x} + 2s$ מייצג ערך הגדול ב-2 סטיות תקן מהממוצע.

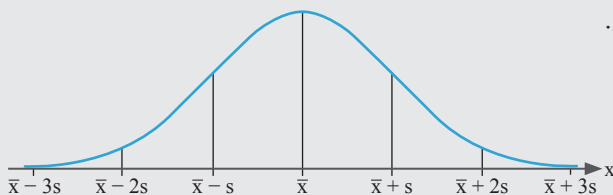
$\bar{x} + 3s$ מייצג ערך הגדול ב-3 סטיות תקן מהממוצע.

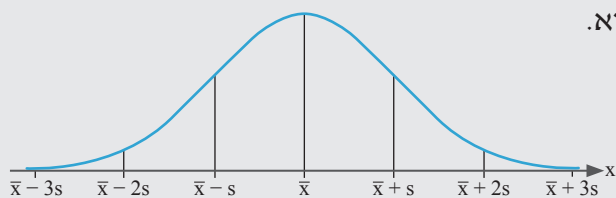
✓ משמאל לציר הסימטריה:

$\bar{x} - s$ מייצג ערך הקטן בסטיית תקן אחת מהממוצע.

$\bar{x} - 2s$ מייצג ערך הקטן ב-2 סטיות תקן מהממוצע.

$\bar{x} - 3s$ מייצג ערך הקטן ב-3 סטיות תקן מהממוצע.





במטע מסוים שקלו את האגסים כדי לבדוק את התאמתם לייצוא.

נמצא כי משקל האגסים במטע מתפלג נורמלית.

המשקל הממוצע הוא 180 גרם, וסטיית התקן היא 20 גרם.

הוסיפו סרגל מתחת לציר האופקי של העקומה הנורמלית,

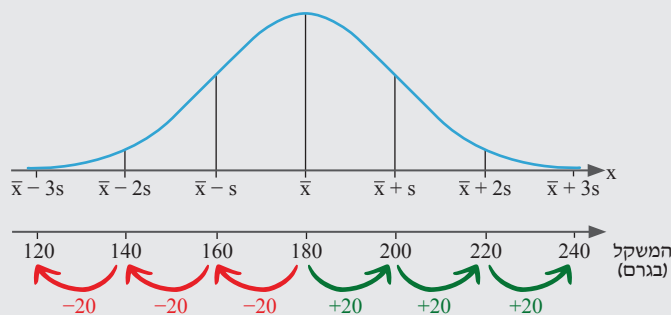
וציינו עליו את ערכי המשתנה השונים מהממוצע בסטיות תקן שלמות.

פתרון :

המשקל הממוצע של האגסים במטע הוא 180 גרם, כלומר $\bar{x} = 180$. סטיית התקן היא 20 גרם, כלומר $s = 20$.

נתאים לעקומה הנורמלית סרגל נוסף, ונמצא את ערכי המשתנה בסרגל על ידי הוספה (מימין לממוצע) או הפחתה

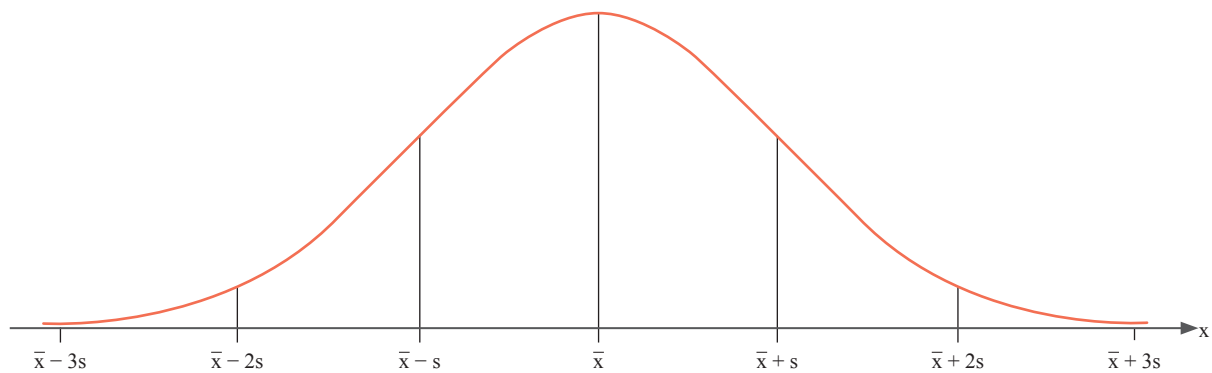
(משמאל לממוצע) של סטיית תקן אחת באופן הדרגתי, כמתואר בסרטוט.



ניתן גם לחשב את ערכי המשתנה בהתאם לערכים המוצגים על הציר האופקי באופן הבא :

ערכים קטנים מהממוצע	ערכים גדולים מהממוצע
$\bar{x} - s = 180 - 20 = 160$	$\bar{x} + s = 180 + 20 = 200$
$\bar{x} - 2s = 180 - 2 \cdot 20 = 140$	$\bar{x} + 2s = 180 + 2 \cdot 20 = 220$
$\bar{x} - 3s = 180 - 3 \cdot 20 = 120$	$\bar{x} + 3s = 180 + 3 \cdot 20 = 240$

בכל אחת מהשאלות הבאות העתיקו למחברתכם את העקומה הנורמלית, והוסיפו סרגל עם ערכי המשתנה המתאימים.



8. ציוני תלמידים במבחן ארצי מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע במבחן הוא 75, וסטיית התקן היא 4.
9. תנובת החלב היומית של פרות ברפת מסוימת מתפלגת נורמלית. תנובת החלב הממוצעת ליום היא 20 ליטרים, וסטיית התקן היא 3 ליטרים.
10. מחירי ספרי הלימוד בתיכון מסוים מתפלגים נורמלית. הממוצע הוא 70 שקלים, וסטיית התקן היא 10 שקלים.
11. ביישוב מסוים עלות השכירות החודשית לדירות מתפלגת נורמלית. הממוצע הוא 4,500 שקלים, וסטיית התקן היא 800 שקלים.

הסבר ודוגמה פתורה – מציאת האחוז/הסתברות

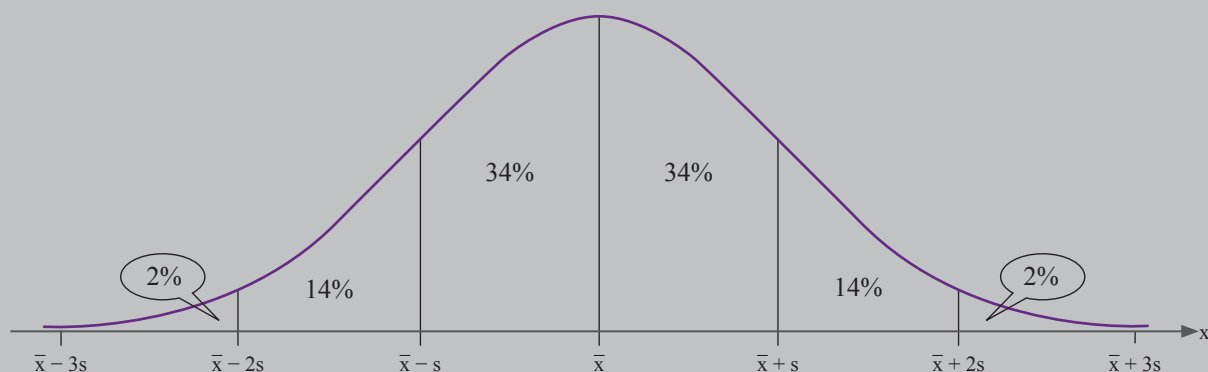
תכונות נוספות של גרף ההתפלגות הנורמלית

- **השטח הכולל** בין גרף ההתפלגות הנורמלית וציר ה-x הוא **100%**.
 - ערכי המשתנה הם בין $\bar{x} - 3s$ לבין $\bar{x} + 3s$ (השטח מעבר לערכים הללו הוא זניח).
 - **מדדי המרכז מתלכדים**
- ✓ בשל הסימטריה של העקומה הנורמלית ביחס לממוצע 50% מהאוכלוסייה קטנים מהממוצע, ו-50% מהאוכלוסייה גדולים מהממוצע. לכן נוכל להסיק שהחציון, שזו הגדרתו, מתלכד עם הממוצע.
- ✓ השכיח הוא הערך ששכיחותו היא הגבוהה ביותר. מכאן שהוא ממוקם בערך המשתנה שגובהו מקסימלי, ולכן גם הוא מתלכד עם הממוצע.

$$\text{ממוצע} = \text{חציון} = \text{שכיח}$$

- התכונה המעניינת הבאה מתייחסת לכל התפלגות נורמלית בכל תחום בחיי היום יום. הישרים המאונכים בערכים שעל הציר האופקי והמרוחקים זה מזה במרווחים של סטיית תקן אחת, מחלקים את השטח הכולל לאזורים. באזורים אלה רשומים האחוזים בהתאם להתפלגות (באחוזים) של ערכי המשתנה.

אחוזים אלו יאפשרו חישוב הסתברויות.



דוגמה

בעיר מסוימת בדקו את ציוני התלמידים במתמטיקה בשכבת י"א. נמצא כי התפלגות הציונים היא נורמלית עם שכיח 70 וסטיית תקן 10.

- מה אחוז התלמידים שציונם נמוך מ-70?
- מה אחוז התלמידים שציונם נמוך מ-80?
- מה אחוז התלמידים שציונם גבוה מ-90?
- בוחרים באקראי תלמיד.

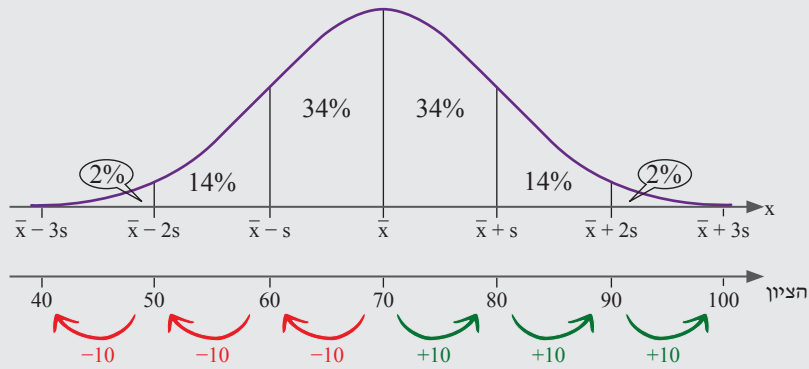
(1) מהי ההסתברות שציונו בין 50 ל-80?

(2) מהי ההסתברות שציונו גבוה מ-90 או נמוך מ-60?

פתרון:

נתאים לעקומה הנורמלית סרגל נוסף, ונמצא את ערכי המשתנה בסרגל על-ידי הוספה או הפחתה של סטיית תקן אחת ($s = 10$) באופן הדרגתי, כמתואר בעקומה הנורמלית.

בהתפלגות הנורמלית הציון השכיח שווה לציון הממוצע, כלומר $\bar{x} = 70$.



א. לפי תכונת הסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית 50%.

מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מ-70, ו-50% מהתלמידים

קיבלו ציון גבוה מ-70.

ניתן גם לחבר את האחוזים הרשומים

באזורים המודגשים משמאל לממוצע:

$$2\% + 14\% + 34\% = 50\%$$

תשובה: 50% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מ-70.

ב. נתבונן בגרף ובאחוזים הרשומים בו.

אחוז התלמידים שציונם נמוך מ-80 הוא סכום האחוזים,

המופיעים בכל האזורים משמאל ל-80. משמאל לממוצע

יש 50% מהתלמידים, ובין 70 ל-80 יש

$$34\% \text{ נוספים: } 50\% + 34\% = 84\%$$

תשובה: 84% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מ-80.

ג. נתבונן בגרף ובאחוזים הרשומים בו.

אחוז התלמידים שציונם גבוה מ-90 הוא 2%,

כי זה האחוז הרשום בגרף מימין לציון 90.

תשובה: 2% מהתלמידים קיבלו ציון

גבוה מ-90.

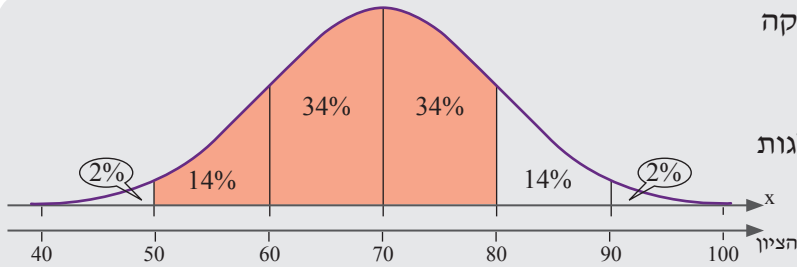
ד. (1) בסעיף זה מופיע הקשר בין סטטיסטיקה

להסתברות בהתפלגות נורמלית.

כאמור, השטח הכולל בין גרף ההתפלגות

הנורמלית וציר ה- x הוא 100%.

השטח מחולק לאזורים, שבהם



רשומים האחוזים בהתאם להתפלגות של ערכי המשתנה.

באמצעות האחוזים, הרשומים מתחת לגרף ההתפלגות הנורמלית, נחשב את ההסתברות המבוקשת.

בין 50 ל-80 יש 3 אזורים. נחבר את האחוזים הרשומים בהם: $14\% + 34\% + 34\% = 82\%$.

כלומר: 82% מתוך 100%, ציונים גבוהים מ-50 ונמוכים מ-80.

ההסתברות של מאורע היא השכיחות היחסית של המאורע.

לכן נבדוק איזה חלק יחסי מהווים 82% מ-100%, ונקבל את ההסתברות: $\frac{82}{100} = 0.82$.

תשובה: ההסתברות היא 0.82.

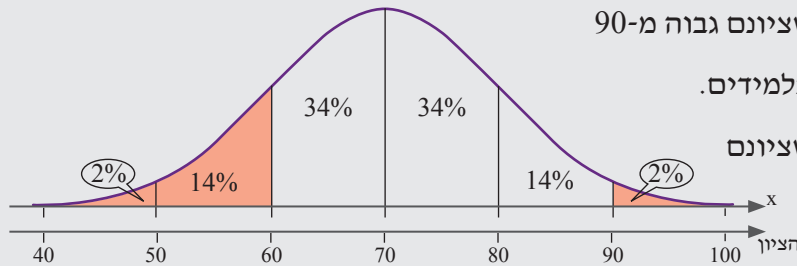
(2) האזור המציין את אחוז התלמידים שציונים גבוהים מ-90

הוא מימין לציון 90, ויש בו 2% מהתלמידים.

האזור המציין את אחוז התלמידים שציונים

נמוכים מ-60 מורכב משני האזורים

שמשמאל לציון 60.



נחבר את האחוזים הרשומים בכל האזורים:

$2\% + 2\% + 14\% = 18\%$

כלומר: 18% מתוך 100%, ציונים גבוהים מ-90 או נמוכים מ-60. לכן ההסתברות היא: $\frac{18}{100} = 0.18$.

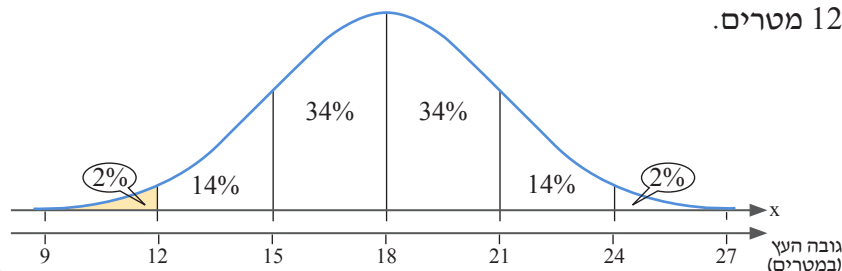
תשובה: ההסתברות היא 0.18.

12. גובה העצים ביער מסוים מתפלג נורמלית.

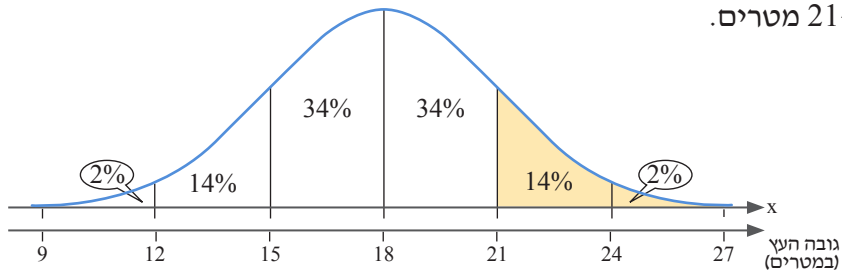
הגובה הממוצע הוא 18 מטרים, וסטיית התקן היא 3 מטרים.

לכל אחד מהסעיפים מצורפת עקומה נורמלית. היעזרו בה וענו על כל אחד מהסעיפים הבאים.

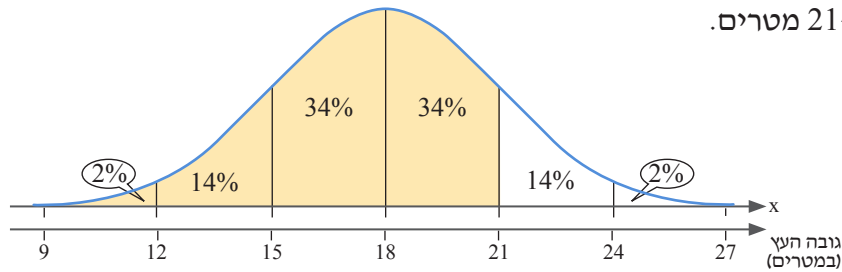
א. מצאו את אחוז העצים הנמוכים מ-12 מטרים.



ב. מצאו את אחוז העצים הגבוהים מ-21 מטרים.

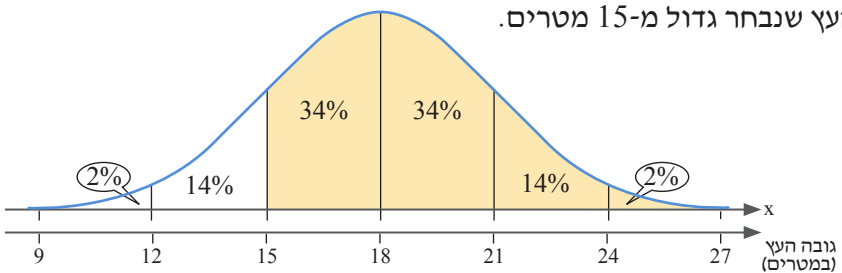


ג. מצאו את אחוז העצים הנמוכים מ-21 מטרים.



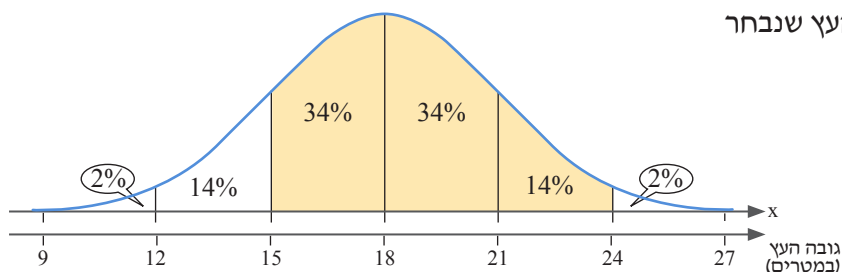
נבחר באקראי עץ ביער.

ד. מצאו את ההסתברות שגובהו של העץ שנבחר גדול מ-15 מטרים.



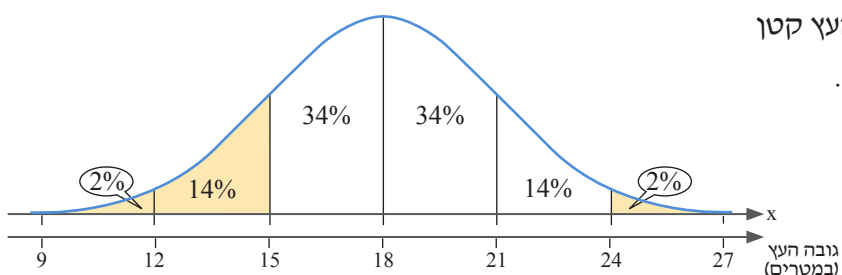
ה. מצאו את ההסתברות שגובהו של העץ שנבחר

הוא בין 15 מטרים ל-24 מטרים.



ו. מצאו את ההסתברות שגובהו של העץ קטן

מ-15 מטרים או גדול מ-24 מטרים.



13. גיל העובדים במפעל מסוים מתפלג נורמלית.

הגיל הממוצע הוא 40 שנה, וסטיית התקן היא 5.

א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם,

והשלימו את ערכי המשתנה

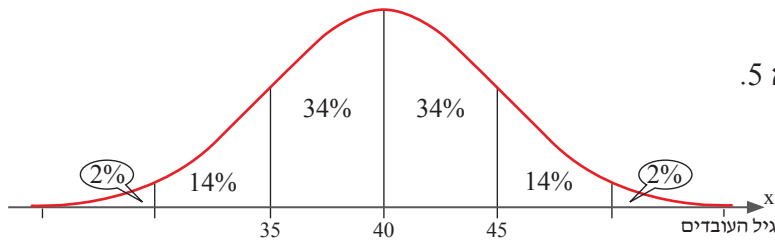
בציר האופקי.

ב. מה אחוז העובדים שהגיל שלהם:

(1) קטן מ-40? (2) קטן מ-45? (3) קטן מ-30?

ג. בוחרים באקראי עובד. מה ההסתברות שהגיל שלו:

(1) קטן מ-50? (2) קטן מ-35?



14. השכר היומי של עובדים בחנות גדולה מתפלג נורמלית.

השכר הממוצע היומי הוא 400 שקלים,

וסטיית התקן היא 20 שקלים.

א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם,

והשלימו את ערכי המשתנה

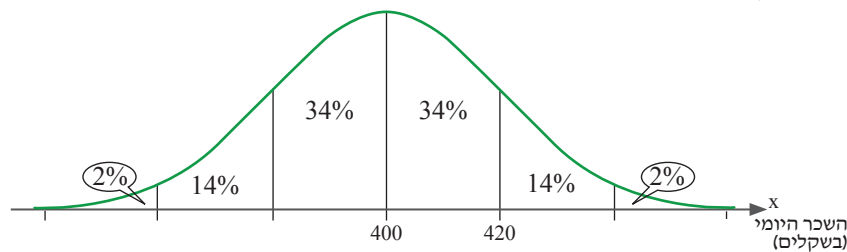
בציר האופקי.

ב. מה אחוז העובדים ששכרם היומי (בשקלים):

(1) גבוה מ-400? (2) גבוה מ-360? (3) גבוה מ-420?

ג. בוחרים באקראי עובד. מה ההסתברות ששכרו היומי (בשקלים):

(1) גבוה מ-440? (2) גבוה מ-380?



15. במחקר בדקו את מספר שעות השינה של אנשים.

נמצא שמספר שעות השינה מתפלג נורמלית עם שכיח

שהוא 7 שעות, וסטיית תקן שהיא 0.5 שעות.

א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם,

והשלימו את ערכי המשתנה

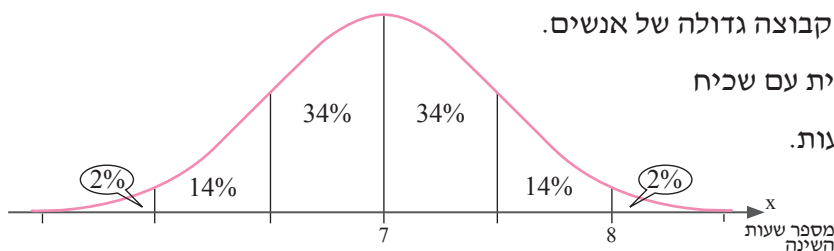
בציר האופקי.

ב. מה אחוז הנבדקים שמספר שעות השינה שלהם:

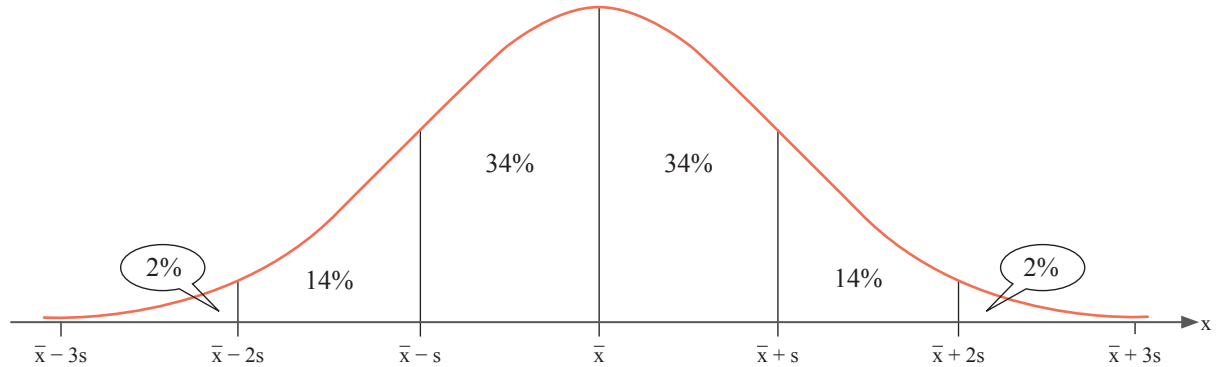
(1) בין 7 שעות ל-8 שעות? (2) גבוה מ-7.5 שעות או נמוך מ-6 שעות?

ג. נבחר באקראי נבדק. מה ההסתברות שמספר שעות השינה שלו:

(1) בין 6 שעות ל-6.5 שעות? (2) גבוה מ-8 שעות או נמוך מ-7.5 שעות?



בכל אחת מהשאלות הבאות העתיקו למחברתכם את העקומה הנורמלית, הוסיפו סרגל עם ערכי המשתנה המתאימים, ופתרו את השאלות.



16. ברשת מזון גדולה ערכו בדיקה בקרב הקונים לגבי ההוצאה שלהם על מוצרי ניקיון בשבוע מסוים. נמצא כי התפלגות הסכומים ששולמו היא התפלגות נורמלית.

הסכום החציוני ששולם על מוצרי ניקיון הוא 55 שקלים, וסטיית התקן היא 4 שקלים.
א. מהו אחוז הקונים, ששילמו עבור מוצרי הניקיון בשבוע זה בין 51 שקלים ל-59 שקלים?

ב. מה אחוז הקונים, ששילמו עבור מוצרי הניקיון בשבוע זה פחות מ-51 שקלים?



17. בית חרושת גדול מזמין משלוח של חומר גלם מדי יום.

כמות חומר הגלם המוזמנת מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 16 טון, וסטיית תקן של 3 טון.
בשל קשיי אספקה הוסכם מראש, שכאשר כמות חומר הגלם המוזמנת קטנה מ-10 טון או גדולה מ-22 טון, ישלם בית החרושת לספק תשלום נוסף.

א. מצאו את ההסתברות, שביום מסוים כמות חומר הגלם המוזמנת תהיה קטנה מ-10 טון.

ב. מצאו את ההסתברות, שביום מסוים כמות חומר הגלם המוזמנת תהיה גדולה מ-22 טון.

ג. מצאו את ההסתברות, שביום מסוים בית החרושת לא ישלם תשלום נוסף.



18. זמני הנסיעה של אלון למקום עבודתו מתפלגים נורמלית עם חציון שהוא 20 דקות וסטיית תקן שהיא 4 דקות.

א. מהו זמן הנסיעה הממוצע של אלון? ומהו זמן הנסיעה השכיח? נמקו.

אלון בדק את זמני הנסיעה לעבודתו במטרה לקצר אותם.

ב. מהו אחוז זמני הנסיעה של אלון לעבודתו הגדולים מ-16 דקות?

ג. בוחרים באקראי את אחת הנסיעות של אלון לעבודה.

מהי ההסתברות שזמן הנסיעה היה גדול מהממוצע, אך קטן מ-28 דקות?



19. מחירי חנייה בחניון שבמרכז קניות מתפלגים נורמלית.

המחיר הממוצע הוא 36 שקלים, וסטיית התקן היא 10 שקלים.

א. מהו המחיר החציוני של חנייה במרכז הקניות? נמקו.

ב. מה ההסתברות, שהמחיר ששילם גבוה מ- 56 שקלים או נמוך

מ- 26 שקלים?

ג. מה ההסתברות, שהמחיר ששילם הוא בין 26 שקלים ל- 46 שקלים?

ב. העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן

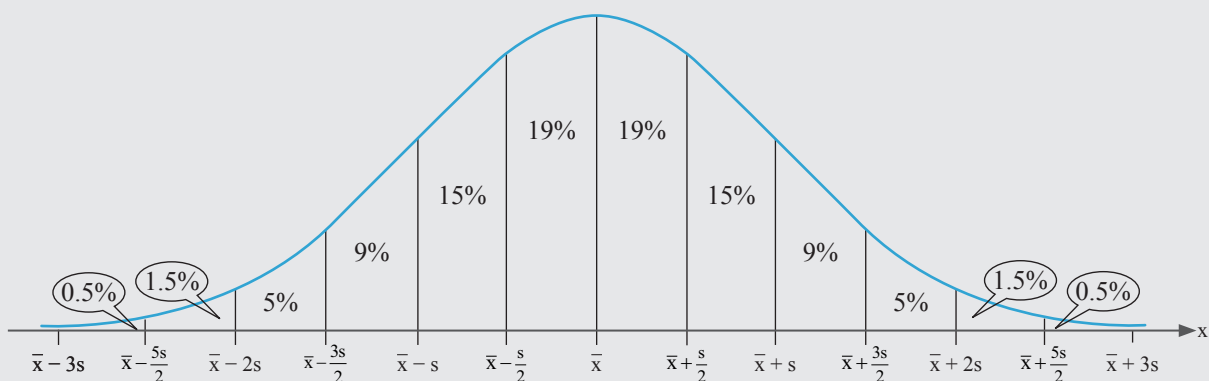
בסעיף זה נתמקד באצואת החלק היחסי (ההסתברות) של אוכלוסייה בעלת תכונה מסוימת בעזרת ארץ העקומה הנורמלית, שבה עם מרווחים של חצאי סטיות תקן. נתייחס לשטחים מתחת לעקומה, שנמצאים בין שני ערכי משתנה נתונים, או מתאימים לערכי משתנה אדולפיס/קטנים מערכי משתנה נתון או שטחים מכוללים.

הסבר ודוגמה פתורה - מציאת האחוז/ההסתברות

עד כה עסקנו במקרים, שבהם ערכי המשתנה היו מרוחקים מהממוצע בסטיות תקן שלמות.

כעת נרחיב למצבים, שבהם נסמן ערכי משתנה, המרוחקים מהממוצע גם בחצאי סטיות תקן.

בנוסחאון 3 יח"ל מופיע גרף ההתפלגות הנורמלית הבא:



אנו רואים שבציר האופקי של עקומה זו:

✓ מימין לציר הסימטריה מוסיפים חצאי סטיות תקן, $\frac{s}{2}$.

✓ משמאל לציר הסימטריה מחסרים חצאי סטיות תקן, $\frac{s}{2}$.

באמצעות האחוז/ההסתברות ניתן להעריך את גודל האוכלוסייה או חלקים מהאוכלוסייה. הערכה זו אפשרית, אם יש נתון מספרי לגבי גודל האוכלוסייה הנבדקת או חלק ממנה.

מקרה א'

הציונים במבחן מסוים מתפלגים נורמלית. למבחן ניגשו 1000 תלמידים. 16% מהתלמידים קיבלו ציון גבוה מ-90.

ניתן להסיק ש-160 תלמידים קיבלו ציון גבוה מ-90, שהרי:

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \leftrightarrow 1000 \\ 16\% \leftrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 1000}{100} = 160$$

מקרה ב'

הציונים במבחן מסוים מתפלגים נורמלית.

180 תלמידים, המהווים 30% מכלל התלמידים שניגשו למבחן, קיבלו ציון נמוך מ-60.

ניתן להסיק שלמבחן ניגשו בסך-הכול 600 תלמידים, שהרי:

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \leftrightarrow x \\ 30\% \leftrightarrow 180 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{180 \cdot 100}{30} = 600$$

שימו לב! כאשר מתבקשים למצוא את גודל האוכלוסייה או חלקים מהאוכלוסייה, מתקבלים ערכים מקורבים גם אם הם מספרים טבעיים.

כל הכללים שצינו בסעיף הקודם תקפים גם לגבי עקומה זו.

- **השטח הכולל** בין גרף ההתפלגות הנורמלית וציר ה-x הוא 100%.
- השטח כולו חולק לאזורים, ובתוכם רשומים האחוזים בהתאם להתפלגות (באחוזים) של ערכי המשתנה.
- העקומה **סימטרית** ביחס לציר העובר דרך הממוצע $\bar{x}$.
- בהתפלגות נורמלית **השכיח, החציון והממוצע הם בעלי אותו ערך**, כלומר מתלכדים.

דוגמה



בקבוצת נבדקים גדולה נמצא כי מספר פעימות הלב במנוחה מתפלג נורמלית עם ממוצע של 70 פעימות בדקה וסטיית תקן של 10 פעימות בדקה.

א. באיזה אחוז מהנבדקים מספר פעימות הלב בדקה הוא בין 75 ל-85?

ב. באיזה אחוז מהנבדקים מספר פעימות הלב בדקה הוא בין 65 ל-85?

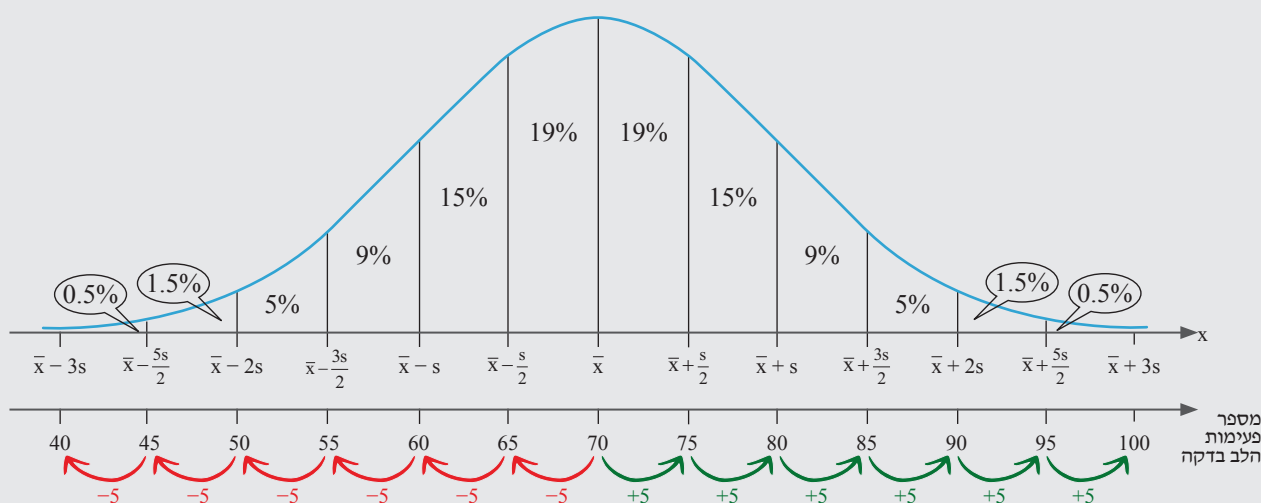
ג. בוחרים באקראי נבדק. מהי ההסתברות שמספר פעימות הלב שלו בדקה נמוך מ-55?

ד. קבוצת הנבדקים מנתה 1600 אנשים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר הנבדקים, שיש להם יותר מ-95 פעימות לב בדקה?

נוסיף לעקומה הנורמלית את הסרגל של פעימות הלב בדקה.

כדי "לנוע" על הציר האופקי מימין לממוצע יש להוסיף בכל פעם **חצי סטיית תקן**, כלומר $\frac{10}{2} = 5$.

כדי "לנוע" על הציר האופקי משמאל לממוצע יש להפחית בכל פעם **חצי סטיית תקן**, כלומר $\frac{10}{2} = 5$.



א. בין 75 פעימות לב בדקה ל-85 פעימות לב בדקה יש 2 אזורים. נחבר את האחוזים המופיעים בהם:

$$15\% + 9\% = 24\%$$

תשובה: ב-24% מהנבדקים מספר פעימות הלב בדקה הוא בין 75 ל-85.

ב. בין 65 פעימות לב בדקה ל-85 פעימות לב בדקה יש 4 אזורים. נחבר את האחוזים המופיעים בהם:

$$19\% + 19\% + 15\% + 9\% = 62\%$$

תשובה: ב-62% מהנבדקים מספר פעימות הלב בדקה הוא בין 65 ל-85.

ג. משמאל ל-55 פעימות לב בדקה יש 3 אזורים. נחבר את האחוזים המופיעים בהם:

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\% \quad \text{כלומר ההסתברות היא } \frac{7}{100} = 0.07$$

תשובה: ההסתברות שבנבדק שנבחר יש מספר נמוך מ-55 פעימות לב בדקה היא 0.07.

ד. לפי הגרף ב-0.5% מהנבדקים יש יותר מ-95 פעימות לב בדקה. נעריך בכמה נבדקים מדובר:

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \leftrightarrow 1600 \\ 0.5\% \leftrightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{0.5 \cdot 1600}{100} = 8$$

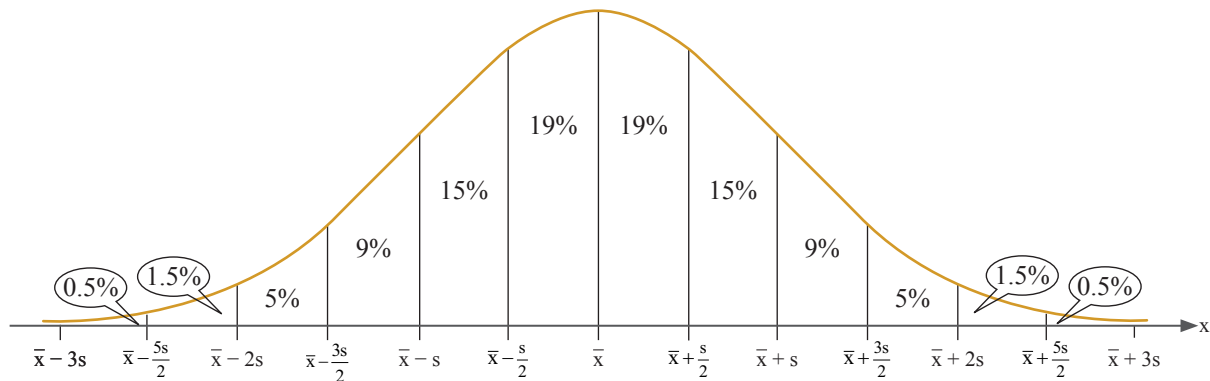
תשובה: ב-8 נבדקים מספר פעימות הלב בדקה גבוה מ-95.



- לפניכם יישומון. על ידי קביעת ערך הממוצע וערך סטיית התקן מתקבלים בו ערכי המשתנה המתאימים ליד הציר האופקי של העקומה הנורמלית. בנוסף, ניתן להזיז את שני המשולשים, שנמצאים על הציר האופקי, כדי לסמן את האזורים הרצויים:

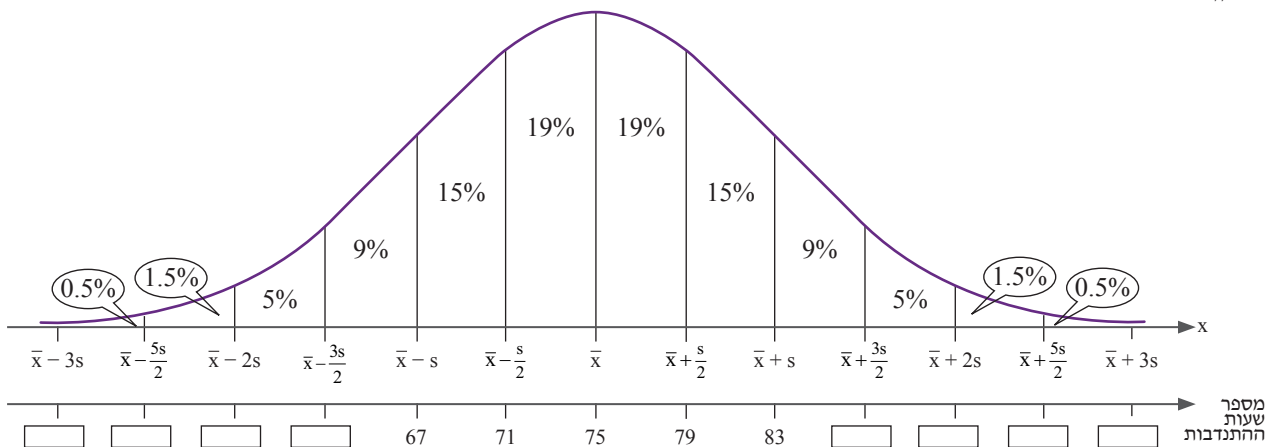


20. העתיקו למחברתכם את העקומה הנורמלית, והוסיפו לכל אחד מהסעיפים סרגל עם ערכי המשתנה המתאימים.



- א. השכר לשעה במפעל מסוים מתפלג נורמלית עם ממוצע שהוא 60 שקלים וסטיית תקן שהיא 10 שקלים.
 ב. מחיר ביטוח חודשי לרכב מתפלג נורמלית עם ממוצע שהוא 200 שקלים וסטיית תקן שהיא 50 שקלים.

21. מספר שעות ההתנדבות השנתי של פעילים בעמותה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע שהוא 75 שעות וסטיית תקן שהיא 8 שעות.



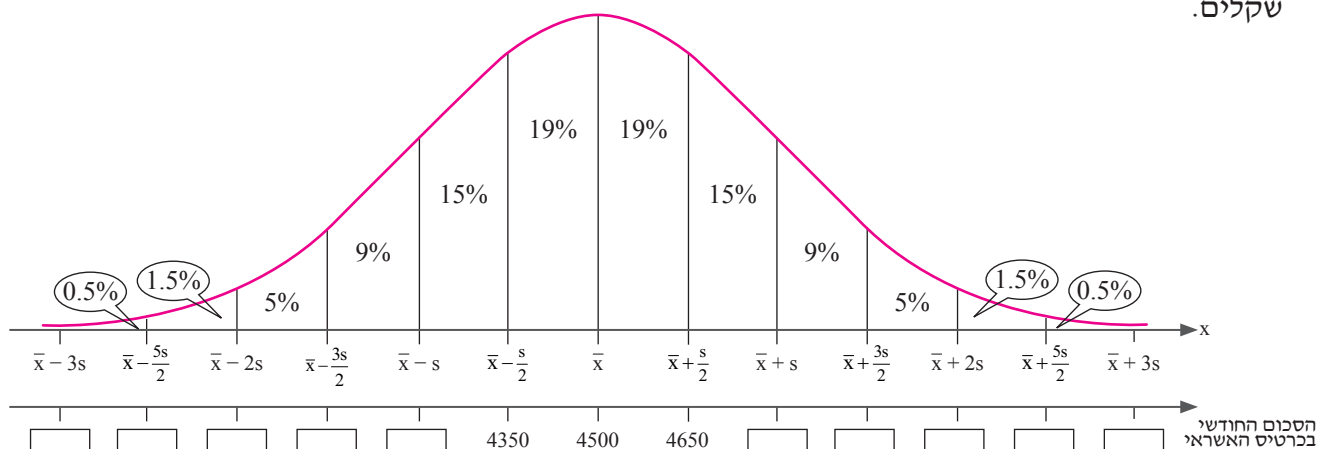
- א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם, והשלימו את ערכי המשתנה במלבנים הריקים.
 ב. מה אחוז המתנדבים, שמספר שעות ההתנדבות השנתי שלהם:

(1) קטן מ-75? (2) קטן מ-59? (3) קטן מ-87?

ג. נבחרה באקראי מתנדבת. מה ההסתברות שמספר שעות ההתנדבות שלה:

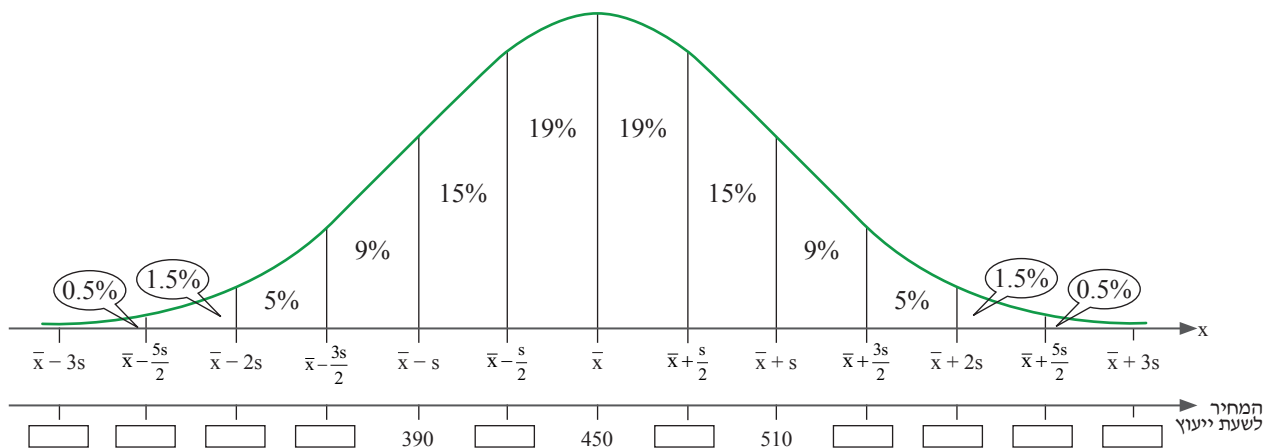
(1) קטן מ-67? (2) קטן מ-91? (3) קטן מ-55?

22. לצורך מתן שירות המותאם ללקוחות בחברת כרטיסי אשראי נבדק הסכום החודשי שהם שילמו בכרטיס האשראי. נמצא שהסכום החודשי מתפלג נורמלית עם חציון שהוא 4500 שקלים וסטיית תקן היא 300 שקלים.



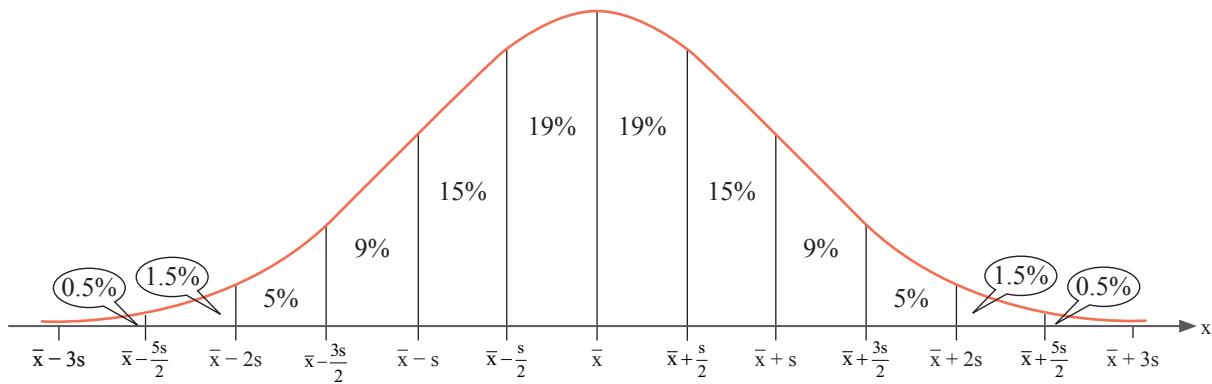
- א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם, והשלימו את ערכי המשתנה במלבנים הריקים.
- ב. מה אחוז הלקוחות, ששילמו בכרטיס האשראי סכום חודשי (בשקלים) שהוא:
- (1) גבוה מ-4650? (2) גבוה מ-4200? (3) גבוה מ-4800?
- ג. נבחר באקראי לקוח. מה ההסתברות שהסכום החודשי ששילם בכרטיס האשראי (בשקלים) הוא:
- (1) גבוה מ-4500? (2) גבוה מ-4950? (3) גבוה מ-4050?

23. בחברה מסוימת מעניקים ייעוץ עסקי לבעלי עסקים בהתאמה לצורכי הלקוח. מחירי שעת ייעוץ עסקי מתפלגים נורמלית עם שכיח שהוא 450 שקלים וסטיית תקן היא 60 שקלים.



- א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם, והשלימו את ערכי המשתנה במלבנים הריקים.
- ב. מה אחוז בעלי העסקים, ששילמו עבור שעת ייעוץ סכום (בשקלים) שהוא:
- (1) בין 510 ל-570? (2) בין 420 ל-480? (3) גבוה מ-540 או נמוך מ-330?
- ג. נבחר באקראי בעל עסק. מה ההסתברות שהסכום ששילם עבור שעת ייעוץ (בשקלים) הוא:
- (1) בין 360 ל-540? (2) בין 300 ל-450? (3) גבוה מ-420 או נמוך מ-390?

בכל אחת מהשאלות הבאות העתיקו למחברתכם את העקומה הנורמלית, הוסיפו סרגל עם ערכי המשתנה המתאימים, ופתרו את השאלות.



24. המשקל הממוצע של מנגו מתפלג נורמלית עם ממוצע של 250 גרם וסטיית תקן של 50 גרם.

- מה אחוז המנגו שמשקלו בין 275 גרם ל- 350 גרם?
- מה אחוז המנגו שמשקלו גבוה מ- 325 גרם?
- מנגו שמשקלו נמוך מ- 175 גרם נפסל ליצוא ונמכר בשוק המקומי. איזה חלק מיבול המנגו מועבר ליצוא?

25. זמני המבחנים בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית.

- זמן ממוצע של מבחן הוא 68 דקות, וסטיית התקן היא 8 דקות.
- רשמו את החציון והשכיח של זמני המבחנים. נמקו.
 - זמן ארוך של מבחן הוא מעל 84 דקות, ונדרשת עבורו היערכות בית-ספרית מיוחדת. מה אחוז המבחנים הארוכים בבית הספר?
 - בוחרים באקראי מבחן. מה ההסתברות שזמן המבחן הוא בין 56 דקות ל- 84 דקות?
 - בוחרים באקראי מבחן. מה ההסתברות שזמן המבחן קצר מ- 52 דקות או ארוך מ- 80 דקות?



26. במפעל מסוים גיל העובדים מתפלג נורמלית.

הגיל הממוצע במפעל הוא 42 שנים, וסטיית התקן היא 4 שנים. אחת לשנה מבצע המפעל בדיקות רפואיות רגילות לכל העובדים שגילם מעל 48. לעובדים, שגילם מעל 52 שנים, מבצע המפעל בנוסף גם בדיקות רפואיות מקיפות.

- מצאו איזה חלק מהעובדים עוברים בדיקה רפואית כלשהי במסגרת המפעל.
- מצאו איזה חלק מהעובדים עוברים בדיקות רפואיות מקיפות.
- ידוע שמספר העובדים במפעל הוא 6,800. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר העובדים, העוברים בדיקות רפואיות רגילות בלבד? נמקו.



27. במועד מסוים המחיר לליטר דלק בתחנות דלק בארץ התפלג נורמלית עם חציון

שהוא 6.5 שקלים וסטיית תקן שהיא 0.5 שקלים.

א. נבחר באקראי תחנת דלק. מהי ההסתברות שנמכר בה ליטר דלק במחיר:

(1) שבין 5.75 שקלים ל-6.75 שקלים?

(2) הגבוה מ-7.5 שקלים או נמוך מ-5.25 שקלים?

ב. בודקים 300 תחנות דלק ברחבי הארץ. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון

זה לגבי מספר תחנות הדלק, שבהן נמכר ליטר דלק במחיר נמוך מ-7.25 שקלים?

28. בחברה מסוימת נמצא שמספר שעות העבודה השבועיות של העובדים מתפלג נורמלית עם שכיח שהוא 34 שעות

וסטיית תקן שהיא 4 שעות.

א. בוחרים באקראי עובד. קבעו לאיזה מבין שני המקרים יש סיכוי גדול יותר:

(1) מספר השעות השבועיות של העובד שנבחר קטן מ-30 שעות.

(2) מספר השעות השבועיות של העובד שנבחר גדול מ-40 שעות.

ב. מצאו את אחוז העובדים, שמספר השעות השבועיות שלהם קטן מ-30 שעות או גדול מ-40 שעות.

ג. בחברה עובדים 500 אנשים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר העובדים, שמספר השעות

השבועיות שלהם קטן מ-30 שעות או גדול מ-40 שעות?



29. בשל תלונות על זמני המתנה ארוכים מהרגיל נבדקו זמני ההמתנה

לאוטובוס שמספרו 30 בתחנה מסוימת בעיר, ונמצא שהם מתפלגים

נורמלית עם ממוצע שהוא 9 דקות, וסטיית תקן שהיא 2 דקות.

א. מהי ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס יותר מ-7 דקות?

ב. מהי ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס פחות מ-10 דקות?

ג. מהי ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס בין 6 דקות ל-11 דקות?

ד. השוו בין שתי ההסתברויות (ציינו אם הן שוות או שונות):

(1) ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס פחות מ-6 דקות.

(2) ההסתברות שנוסע ימתין לאוטובוס יותר מ-12 דקות.

30. ציוני הבחינות בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 72, וסטיית התקן היא 8.

- א. מהו חציון הציונים? נמקו.
- ב. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שהציון שלו בין 56 ל- 84?
- ג. מה אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מ- 64?
- ד. תלמיד נחשב מצטיין כאשר הציון שלו מעל 88. מה אחוז התלמידים המצטיינים בבית הספר?
- ה. בבית הספר לומדים 1,400 תלמידים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר התלמידים שהצטיינו בבחינות?



31. ההוצאה החודשית של משפחה על מזון מתפלגת נורמלית עם חציון

שהוא 3500 שקלים וסטיית תקן שהיא 500 שקלים.

א. מהי ההוצאה החודשית השכיחה של משפחה על מזון? נמקו.

ב. בוחרים באקראי משפחה. איזו הסתברות גבוהה יותר:

(1) ההסתברות שההוצאה החודשית שלה על מזון היא בין

3250 שקלים ל- 4000 שקלים?

(2) ההסתברות שההוצאה החודשית שלה על מזון גדולה מ- 4000 שקלים או קטנה מ- 3250 שקלים?

ג. מה אחוז המשפחות, שההוצאה החודשית שלהן על מזון גדולה מ- 3000 שקלים?

ד. הרשות המקומית מעוניינת להעניק שי לפסח למשפחות, שההוצאה החודשית שלהן על מזון קטנה מ- 2750

שקלים. מה אחוז המשפחות שיקבלו שי לפסח?

ה. ברשות המקומית יש 1200 משפחות. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר המשפחות שקיבלו

שי לפסח?



32. בעיר מסוימת נערך סקר בקרב תלמידים לגבי דמי הכיס השבועיים

שלהם, ונמצא שהסכומים מתפלגים נורמלית.

הסכום השכיח הוא 50 שקלים, וסטיית התקן היא 5 שקלים.

א. מהו הסכום החציוני שניתן לתלמידים כדמי כיס שבועיים?

ב. איזה אחוז נמוך יותר:

(1) אחוז התלמידים, שסכום דמי הכיס השבועיים שלהם נמוך מ- 60 שקלים?

(2) אחוז התלמידים, שסכום דמי הכיס השבועיים שלהם גבוה מ- 37.5 שקלים?

ג. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר. מה ההסתברות שסכום דמי הכיס השבועיים שלו גבוה

מ- 45 שקלים ונמוך מ- 57.5 שקלים?

ד. מה אחוז התלמידים, שסכום דמי הכיס השבועיים שלהם גבוה מ- 60 שקלים או נמוך מ- 42.5 שקלים?

ה. בסקר נמצא ש- 225 תלמידים מקבלים דמי כיס שבועיים בסכום שגבוה מ- 60 שקלים או נמוך מ- 42.5

שקלים. כמה תלמידים השתתפו בסקר?

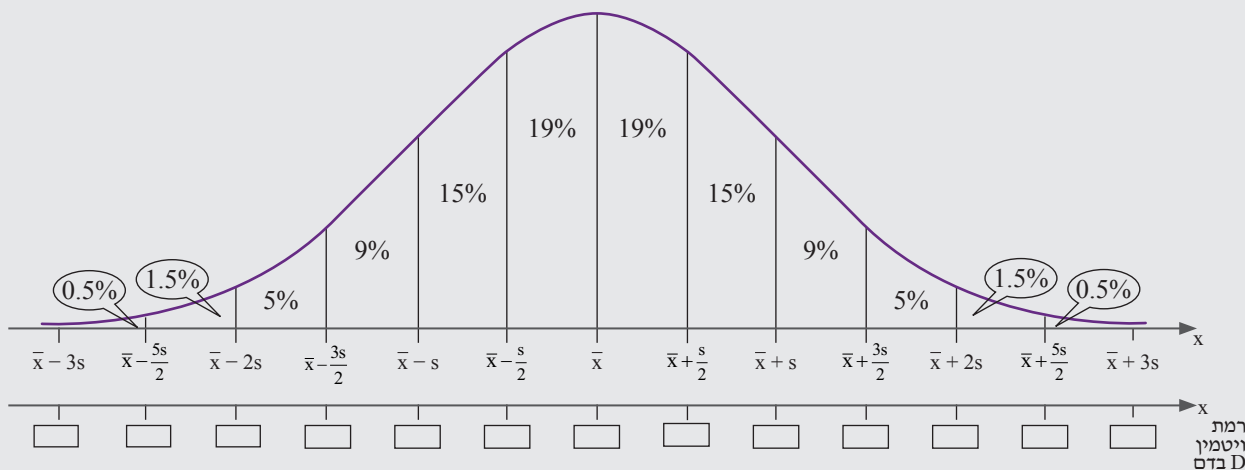
מציאת ערך המשתנה בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

בפרק זה נתמקד במציאת ערך המשתנה, שמתאים לאחוז האוכלוסייה (הסתברות) עם ערכים גדולים או קטנים מערך המשתנה. דבר זה יתבצע בעזרת קריאה מתוך גרף ההתפלגות הנורמלית, שמתאים לממוצע ולסטיית תקן של האוכלוסייה, כולל שימוש בחיבור אחוזים הרשומים מתחת לעקומה נורמלית.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 82-83.

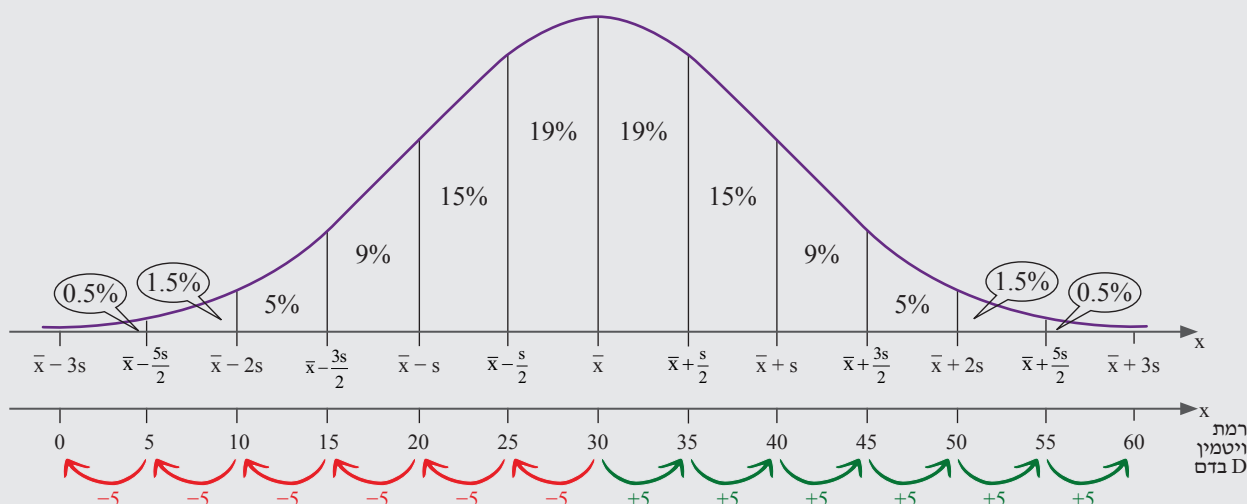
דוגמה פתורה

במהלך מחקר נמדדה אצל נבדקים רמת ויטמין D בדם, והתברר שתוצאות הבדיקה מתפלגות נורמלית. נמצא כי הרמה הממוצעת של ויטמין D בדם היא 30 ng/mL (ננוגרם למיליליטר), וסטיית התקן היא 10 ng/mL. א. השלימו בגרף ההתפלגות הנורמלית את ערכי המשתנה במלבנים הריקים.



- מהי הרמה של ויטמין D בדם ש-16% מהמדידות היו נמוכות ממנה?
- מהי הרמה של ויטמין D בדם ש-7% מהמדידות היו גבוהות ממנה?
- הסבירו מדוע מספר המדידות, שבהן הרמה של ויטמין D בדם גבוהה מ-45 ng/mL, שווה למספר המדידות, שבהן הרמה של ויטמין D בדם נמוכה מ-15 ng/mL.

א. נשלים בגרף ההתפלגות הנורמלית את ערכי המשתנה במלבנים הריקים, לפי הנתון: $s = 10, \bar{x} = 30$.



ב. אנו מתבקשים למצוא את ערך המשתנה (רמת ויטמין D בדם),

ש-16% מהמדידות היו נמוכות ממנו.

נחבר את האחוזים שמתחת לעקומה הנורמלית

(משמאל לימין) עד שנגיע ל-16%, כלומר:

$$0.5\% + 1.5\% + 5\% + 9\% = 16\%$$

נתבונן במספר המתאים, שאליו מגיעים בסרגל של ערכי המשתנה, ונקבל 20 ng/mL.

תשובה: הרמה של ויטמין D בדם, ש-16% מהמדידות היו נמוכות ממנה, היא 20 ng/mL.

ג. אנו מתבקשים למצוא את ערך המשתנה (רמת ויטמין D בדם), ש-7% מהמדידות היו גבוהות ממנו.

נחבר את האחוזים שמתחת לעקומה הנורמלית

(מימין לשמאל) עד שנגיע ל-7%, כלומר:

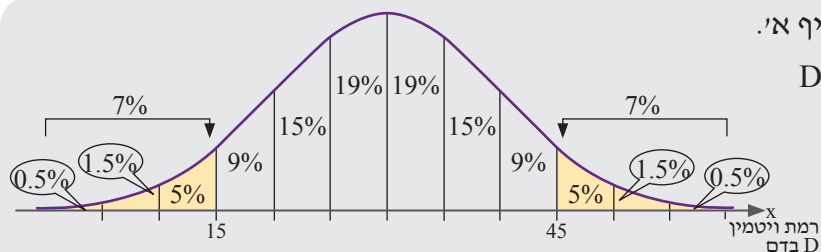
$$0.5\% + 1.5\% + 5\% = 7\%$$

נתבונן במספר המתאים, שאליו

מגיעים בסרגל של ערכי המשתנה, ונקבל 45 ng/mL.

תשובה: הרמה של ויטמין D בדם, ש-7% מהמדידות היו גבוהות ממנה, היא 45 ng/mL.

ד. נתבונן בגרף ההתפלגות הנורמלית שבסעיף א'.



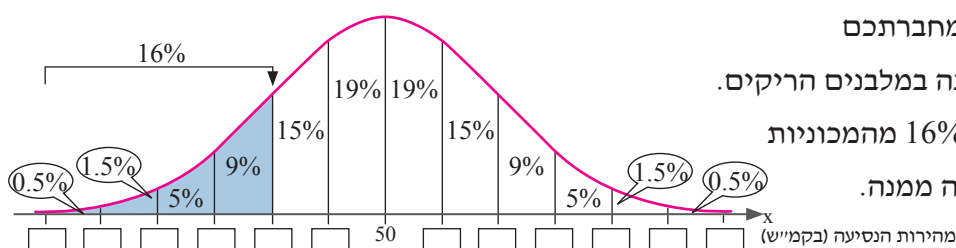
לפי הגרף ב-7% מהמדידות רמת ויטמין D בדם גבוהה מ-45 ng/mL, וב-7% מהמדידות רמת ויטמין D בדם נמוכה מ-15 ng/mL.

בשני המקרים מדובר על 7% מהמדידות. לכן גם אם לא ידוע מספר המדידות שבמחקר, מדובר על מספר שווה של מדידות (אחוז זהה, 7%, מאותה כמות).

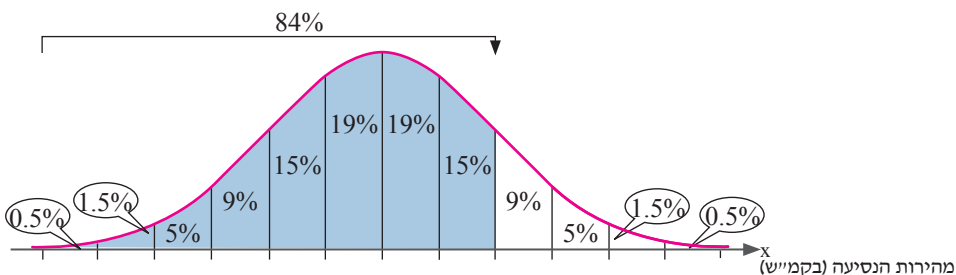
33. מהירות הנסיעה של מכוניות בכביש עירוני מתפלגת נורמלית. המהירות הממוצעת היא 50 קמ"ש, וסטיית התקן היא 10 קמ"ש.

א. העתיקו את הסרטוט למחברתכם

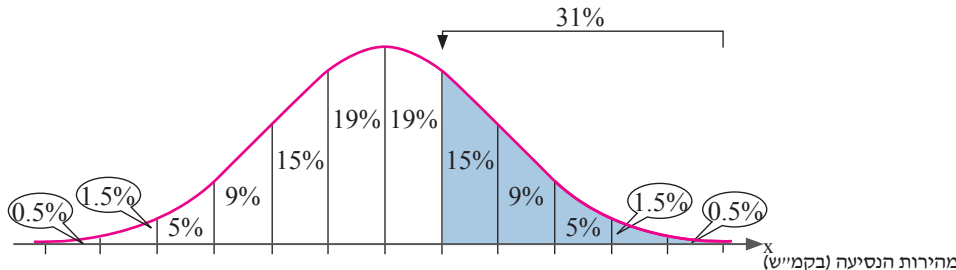
ורשמו את ערכי המשתנה במלבנים הריקים. מצאו את המהירות ש-16% מהמכוניות נוסעות במהירות הקטנה ממנה.



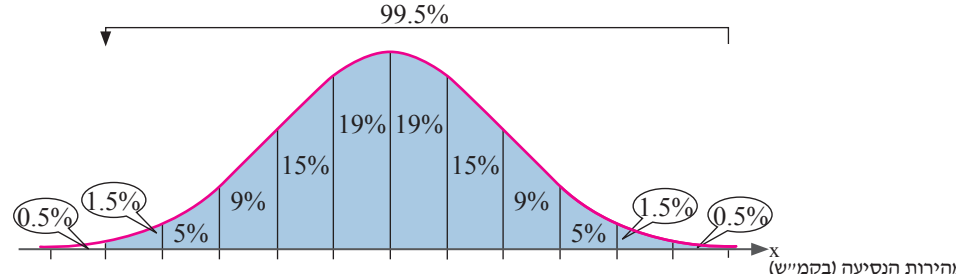
ב. מהי המהירות ש-84% מהמכוניות נוסעות במהירות הקטנה ממנה?



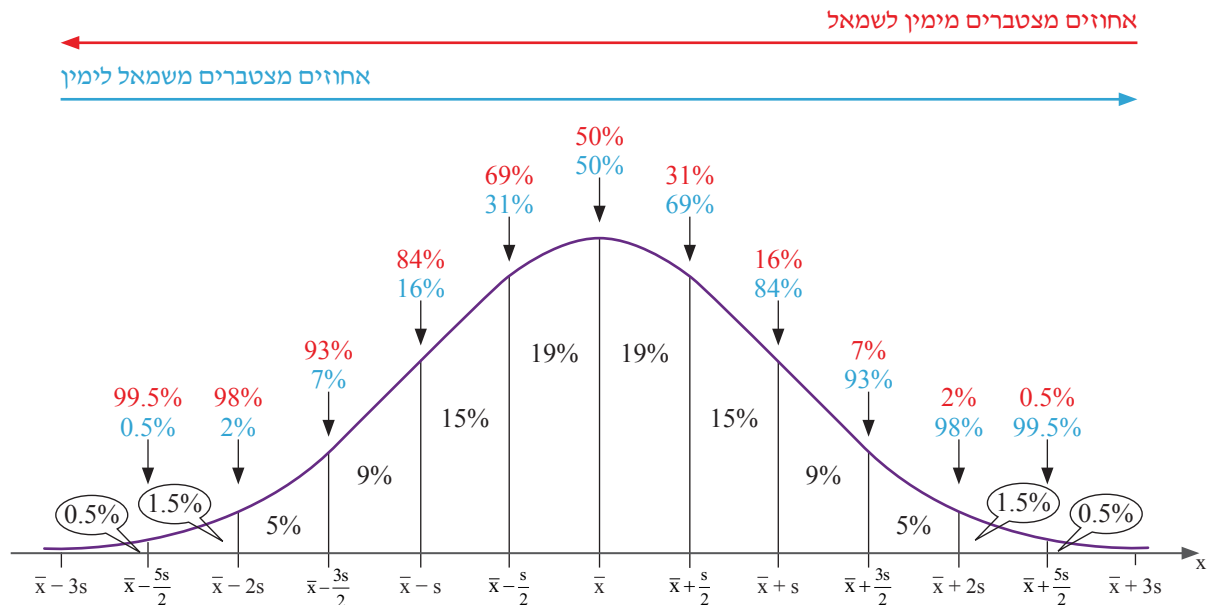
ג. מהי המהירות ש-31% מהמכוניות נוסעות במהירות הגדולה ממנה?



ד. מהי המהירות ש-99.5% מהמכוניות נוסעות במהירות הגדולה ממנה?



בכל אחת מהשאלות הבאות העתיקו למחברתכם את העקומה הנורמלית, הוסיפו סרגל עם ערכי המשתנה המתאימים, וסמנו את השטחים המתאימים בכל אחד מסעיפי השאלה.



34. הטמפרטורה היומית ביישוב מסוים מתפלגת נורמלית.

הטמפרטורה הממוצעת היא 25° , וסטיית התקן היא 5° .

א. מהי הטמפרטורה ש-2% מהמדידות היו נמוכות ממנה?

ב. מהי הטמפרטורה ש-69% מהמדידות היו נמוכות ממנה?

35. בחברה גדולה משכורות העובדים מתפלגות נורמלית.

המשכורת הממוצעת היא 8,000 שקלים, וסטיית התקן היא 1,000 שקלים.

א. מהי המשכורת ש-16% מהעובדים, משכורתם גבוהה ממנה?

ב. מהי המשכורת ש-93% מהעובדים, משכורתם גבוהה ממנה?



36. במחקר על צריכת מים יומית נמצא שההתפלגות היא נורמלית.

הממוצע הוא 2 ליטרים, וסטיית התקן היא 0.5 ליטר.

א. מהי כמות המים ש-31% מהנבדקים צורכים פחות ממנה ביום?

ב. (1) מהי כמות המים ש-7% מהנבדקים צורכים יותר ממנה ביום?

(2) במחקר השתתפו 1,200 נבדקים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה

לגבי מספר הנבדקים שבסעיף ב (1)?

37. מחיריהם של כיסאות ברשת חנויות לריהוט בית מתפלגים נורמלית.

המחיר הממוצע של כיסא הוא 380 שקלים, וסטיית התקן היא 50 שקלים.

א. מהו מחיר הכיסא ש-93% מהכיסאות נמכרים במחיר נמוך ממנו?

ב. (1) מהו מחיר הכיסא ש-98% מהכיסאות נמכרים במחיר גבוה ממנו?

(2) במלאי של רשת החנויות יש 490 כיסאות, שנמכרים במחיר גבוה מהמחיר שבסעיף ב (1).

מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר הכיסאות שיש במלאי של רשת החנויות?



38. זמן נסיעה בקו מסוים של אוטובוס, הנוסע בין שתי ערים, מתפלג

נורמלית, עם ממוצע של 45 דקות וסטיית תקן של 8 דקות.

א. מהו זמן הנסיעה ש-31% מהנסיעות באוטובוס קצרים ממנו?

ב. מהו זמן הנסיעה ש-84% מהנסיעות באוטובוס קצרים ממנו?

ג. (1) מצאו את זמן הנסיעה ש-2% מהנסיעות באוטובוס ארוכים ממנו.

(2) נבדקו 150 נסיעות בקו המסוים של האוטובוס.

מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר הנסיעות שבסעיף ג (1)?

39. ציונים של מבחני כניסה לקורס יוקרתי מתפלגים נורמלית.

ממוצע הציונים במבחן היה 76, וסטיית התקן היתה 8.

א. מהו הציון ש-98% מהנבחנים קיבלו ציון גבוה ממנו?

בשנה מסוימת התקבלו לקורס 20% מהנבחנים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במבחני הכניסה.

ב. דניאל, שנבחן באותה שנה, קיבל ציון 84. האם דניאל התקבל לקורס היוקרתי? נמקו.

ג. 5 מועמדים קיבלו במבחני הכניסה ציון נמוך מ-60.

מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר המועמדים שניגשו למבחן הכניסה לקורס?

ד. הסבירו מדוע מספר המועמדים, שקיבלו ציון נמוך מ-60, שווה למספר המועמדים, שקיבלו ציון גבוה

מ-92.

40. בבית אריזה אורזים קלמנטינות במארזים שמשקלם מתפלג נורמלית,

עם ממוצע של 3 ק"ג וסטיית תקן של 0.2 ק"ג.

א. מהו משקל המארז ש-69% מהמארזים משקלם נמוך ממנו?

ב. 5% מהמארזים, שמשקלם הוא הנמוך ביותר, נחשבים מארזים ב"משקל חסר".

האם מארז שמשקלו 2.7 ק"ג נחשב מארז ב"משקל חסר"?

ג. ביום מסוים נארזו 210 מארזים שמשקלם גבוה מ-3.3 ק"ג.

על פי גרף ההתפלגות הנורמלית מה היה מספר המארזים שנארזו באותו היום?





41. בעיר מסוימת נמדד לחץ דם (סיסטולי) של התושבים המבוגרים

והתברר שתוצאות הבדיקה מתפלגות נורמלית.

נמצא כי ממוצע לחץ הדם היה 130 מ"מ, וסטיית התקן היתה 10 מ"מ.

א. מהי מידת לחץ הדם ש-16% מהמדידות היו נמוכות ממנה?

ב. 4% מהנבדקים בעלי לחץ הדם הגבוה ביותר נשלחו לבית החולים

לבדיקה נוספת.

לחץ הדם של גפן נמדד, והוא 150 מ"מ. האם גפן נשלחה לבית החולים?

ג. לחץ דם שנמדד ל-1260 נבדקים היה נמוך מ-140 מ"מ.

על פי גרף ההתפלגות הנורמלית מה היה המספר הכולל של הנבדקים?



42. צריכת החשמל החודשית בדירות בשכונה מסוימת מתפלגת נורמלית עם ממוצע

של 350 קוט"ש (קילוואט שעה) וסטיית תקן של 50 קוט"ש.

א. מהי צריכת החשמל החודשית ש-69% מהמשפחות, צריכתן היתה

נמוכה ממנה?

ב. בוחרים באקראי משפחה. ידוע שההסתברות, שצריכת החשמל החודשית

שלה גבוהה מ-325 קוט"ש ונמוכה מ- x , היא 0.67. מצאו את x .

(הדרכה: חברו את האחוזים המתאימים שמתחת לעקומה הנורמלית

מ-325 קוט"ש ועד לקבלת 67%.)

בשכונה גרות 550 משפחות. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר המשפחות:

ג. שצריכת החשמל שלהן נמוכה מ-400 קוט"ש?

ד. שצריכת החשמל שלהן בין 275 קוט"ש ל-425 קוט"ש?



43. בסניף "טיפת חלב" מתבצע מעקב אחר התפתחות התינוקות.

נמצא כי משקל התינוקות בגיל חודשיים מתפלג נורמלית עם ממוצע של 5 ק"ג

וסטיית תקן של 0.6 ק"ג.

א. מהו המשקל ש-7% מהתינוקות, משקלם נמוך ממנו?

ב. מהו המשקל ש-2% מהתינוקות, משקלם גבוה ממנו?

ג. שתי קבוצות המשקלים שמצאתם בסעיפים א' ו-ב' מופנים למעקב גדילה.

משקלו של תינוק בן חודשיים 4.2 ק"ג, ושל התאומה שלו 4 ק"ג. האם הם יופנו למעקב גדילה?

ד. בחודש מסוים 9 תינוקות בני חודשיים, שהגיעו לסניף למעקב התפתחות, היו במשקל ש-2% מהתינוקות

גבוהים ממנו. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית מה היה מספר התינוקות שנבדקו בחודש זה?

תשובות – התפלגות נורמלית

משימת פתיחה

- הילה צודקת. גרף (1) מתאר מצב, שבו רוב הנבחנים קיבלו ציונים נמוכים ומעט נבחנים קיבלו ציונים גבוהים - זו טענה הפוכה לזו של נועה.
- גרף (2) מתאר מצב שבו הציון 70 הוא חציון, כלומר מחצית מהנבחנים קיבלו ציונים הגבוהים מציון 70 או שווים לו, ומחצית מהנבחנים קיבלו ציונים הנמוכים מציון 70 או שווים לו - זה פתיח לנלמד ביחידה זו.

זיהוי ויזואלי של התפלגות נורמלית

1. (א) הגרפים לא מתארים התפלגות נורמלית, כי הם לא סימטריים.
(ב) גרף (1) מתאר "התפלגות עם זנב ימני", וגרף (2) מתאר "התפלגות עם זנב שמאלי".
2. (א) (1) $\leftarrow$ II, (2) $\leftarrow$ I
(ב) גרף (2) הוא סימטרי ביחס למשקל 2 ק"ג, בעל נקודת מקסימום יחידה שדרכה עובר ציר הסימטריה, וקיימת דעיכה בקצוות הגרף.
3. (א) גרף (2) הוא סימטרי ביחס למשקל 60 ק"ג, בעל נקודת מקסימום יחידה שדרכה עובר ציר הסימטריה, וקיימת דעיכה בקצוות הגרף.
(ב) • גרף (1) מתאר פרדס, שבו רוב העצים מניבים בעונה קרוב ל- 80 ק"ג תפוזים.
• גרף (3) מתאר פרדס, שבו רוב העצים מניבים בעונה קרוב ל- 40 ק"ג תפוזים.
4. גרף (1) אינו מתאר התפלגות נורמלית, כי אינו סימטרי.
גרף (2) מתאר את התפלגות המשכורות במחלקת מחקר, ואילו גרף (3) מתאר את התפלגות המשכורות במחלקת שיווק.
הסבר:
נתון שממוצע המשכורות במחלקת שיווק גבוה מממוצע המשכורות במחלקת מחקר, וניתן לראות כי נקודת המקסימום של גרף (3) נמצאת מימין לנקודת המקסימום של גרף (2).
5. (א) זוג III.
בזוג I - גרף (1) אינו סימטרי, ולכן אינו מתאים להתפלגות הנורמלית.
בזוג II - שתי ההתפלגויות נורמליות, ולשתיהן אותו ציר סימטריה, כלומר אותו ממוצע וזה בניגוד לנתון.
(ב) בזוג III - גרף (1) - טלפון נייד, גרף (2) - טלפון קווי, כי נתון שהסכום הממוצע בטלפון נייד גבוה יותר מהסכום הממוצע בטלפון קווי. בגרף (1) הממוצע גדול מהממוצע בגרף (2).
6. (א) משפט (3). ספורטאים חובבים רצים לאט יותר מספורטאים מקצועיים, ולכן ממוצע זמן הריצה שלהם יהיה גדול יותר.
(ב) גרף (1) - חובבים, גרף (2) - מקצועיים, כי ממוצע זמן הריצה של ספורטאים חובבים גדול מממוצע זמן הריצה של ספורטאים מקצועיים. בגרף (1) הממוצע גדול מהממוצע בגרף (2).

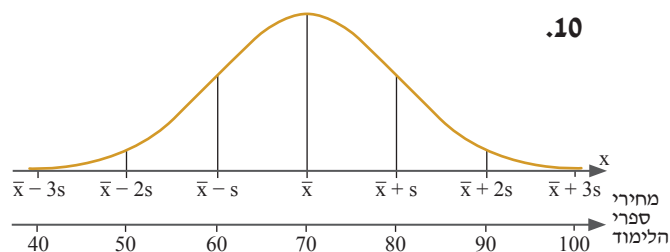
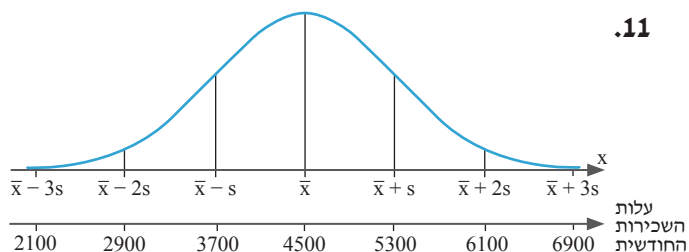
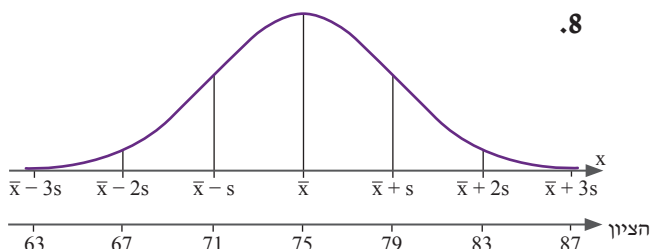
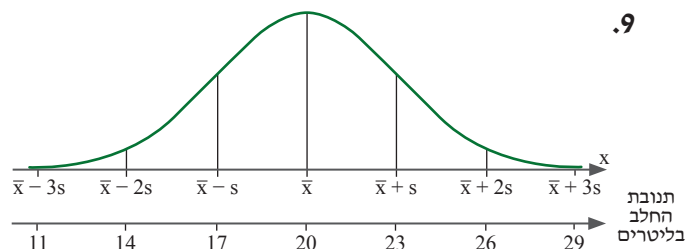
7. (1) $\leftarrow$ III, כי מיקום העקומה שונה (הממוצעים שונים), אך צורת העקומה שווה (סטיות

התקן שוות).

(2) $\leftarrow$ II, כי מיקום העקומה שווה (הממוצעים שווים), אך צורת העקומה שונה (סטיות התקן

שונות).

מציאת האחוז/הסתברות בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית



12. (א) 2% (ב) 16% (ג) 84% (ד) 0.84 (ה) 0.82 (ו) 0.18

13. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם: 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55

(ב) (1) 50% (2) 84% (3) 2%

(1) 0.98 (2) 0.16

14. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם: 340, 360, 380, 400, 420, 440, 460

(ב) (1) 50% (2) 98% (3) 16% (ג) (1) 0.02 (2) 0.84

15. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם: 5.5, 6, 6.5, 7, 7.5, 8, 8.5

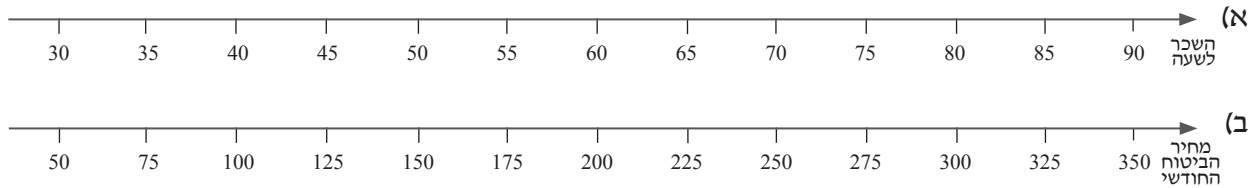
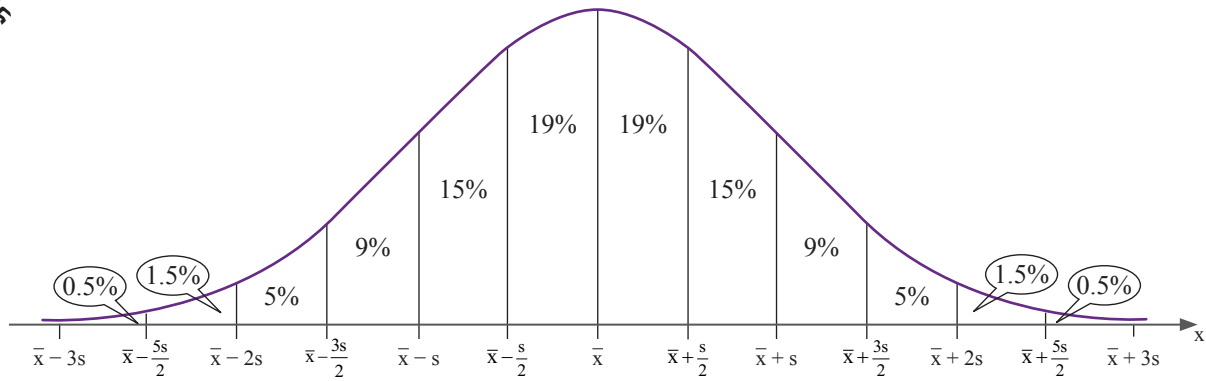
(ב) (1) 48% (2) 18% (ג) (1) 0.14 (2) 0.86

16. (א) 68% (ב) 16%

17. (א) 0.02 (ב) 0.02 (ג) 0.96

18. (א) החציון, השכיח והממוצע מתלכדים ושווים ל-20 דקות. (ב) 84% (ג) 0.48

19. (א) החציון שווה לממוצע והוא 36 שקלים. (ב) 0.18 (ג) 0.68



21. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם :

51, 55, 59, 63, 67, 71, 75, 79, 83, 87, 91, 95, 99

(ב) 93% (3) 2% (2) 50% (1)

(ג) 0.005 (3) 0.98 (2) 0.16 (1)

22. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם :

3600, 3750, 3900, 4050, 4200, 4350, 4500, 4650, 4800, 4950, 5100, 5250, 5400

(ב) 16% (3) 84% (2) 31% (1)

(ג) 0.93 (3) 0.07 (2) 0.5 (1)

23. (א) ערכי המשתנה בציר האופקי הם :

270, 300, 330, 360, 390, 420, 450, 480, 510, 540, 570, 600, 630

(ב) 9% (3) 38% (2) 14% (1)

(ג) 0.85 (3) 0.495 (2) 0.86 (1)

24. (א) 29% (ב) 7% (ג) 93%

25. (א) החציון, השכיח והממוצע מתלכדים ושווים ל- 68 דקות.

(ב) 2% (ג) 0.91 (ד) 0.09

26. (א) 7% (ב) 0.5% (ג) 442 עובדים

27. (א) 0.62 (1) (2) 0.025 (ב) 279 תחנות דלק

28. (א) 0.16 (1) (2) 0.07, ל- (1) יש סיכוי גדול יותר מ- (2).

(ב) 23% (ג) 115 עובדים

29. (א) 0.84 (ב) 0.69 (ג) 0.77 (ד) 0.07 (1) (2) 0.07, ההסתברויות שוות

30. (א) החציון שווה לממוצע והוא 72.

(ב) 0.91 (ג) 16% (ד) 2% (ה) 28 תלמידים

31. (א) השכיח שווה לחציון והוא 3500 שקלים.

(ב) (1) 0.53 (2) 0.47, ההסתברות ב- (1) גדולה מההסתברות ב- (2).
(ג) 84% (ד) 7% (ה) 84 משפחות.

32. (א) החציון שווה לשכיח והוא 50 שקלים.

(ב) (1) 98% (2) 99.5%, אחוז התלמידים ב- (1) נמוך יותר.
(ג) 0.77 (ד) 9% (ה) 2500 תלמידים

מציאת ערך המשתנה בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

33. (א) ערכי המשתנה הם: 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80; המהירות היא 40 קמ"ש.

(ב) 60 קמ"ש (ג) 55 קמ"ש (ד) 25 קמ"ש

34. (א) 15° (ב) 27.5° 35. (א) 9,000 שקלים (ב) 6,500 שקלים

36. (א) 1.75 ליטר (ב) 2.75 ליטר (2) 84 נבדקים

37. (א) 455 שקלים (ב) 280 שקלים (2) 500 כיסאות

38. (א) 41 דקות (ב) 53 דקות (ג) 61 דקות (2) 3 נסיעות

39. (א) 60

(ב) כן, כי רק 16% מהנבחנים, הציון שלהם היה גבוה מהציון של דניאל. כלומר: הציון של דניאל כלול ב- 20% הנבחנים בעלי ההישגים הגבוהים ביותר.

(ג) 250 נבחנים. (ד) בשני המקרים מדובר על 2% מהנבחנים.

40. (א) 3.1 ק"ג.

(ב) לא, כי 7% מהמארזים הם במשקל נמוך מ- 2.7 ק"ג. כלומר מארז זה לא נכלל ב- 5% מהמארזים שמשקלם הנמוך ביותר.

(ג) 3,000 מארזים.

41. (א) 120 מ"מ.

(ב) כן, 2% מהנבדקים לחץ הדם שלהם גבוה מ- 150 מ"מ. לכן גפן בקבוצה שנשלחה לבית החולים. (ג) 1500 נבדקים.

42. (א) 375 קוט"ש (ב) 450 קוט"ש (ג) 462 משפחות (ד) 473 משפחות

43. (א) 4.1 ק"ג (ב) 6.2 ק"ג (ג) רק התאומה תופנה למעקב גדילה. (ד) 450 תינוקות.

שימוש בסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית

44. 86 45. 6

46. (א) 10.5 שנים (ב) $50\% - 10\% = 40\%$

47. (א) 7.2 ס"מ (ב) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$