

יחידה שלישית

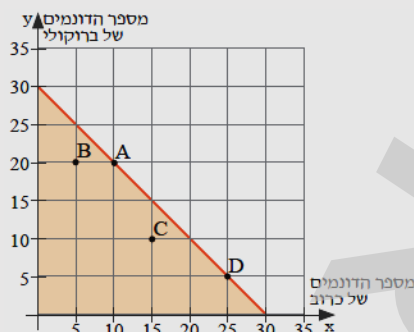
תכנון ליניארי

ביחידה זו נלמד על ענף במתמטיקה שימושית שפותח בשנות הארבעים של המאה העשרים. מטרת ענף מתמטי זה היא למצוא פתרון אופטימלי לבעיות מורכבות בתחומים שונים כגון: כלכלה, ניהול, תעשייה, חקלאות, תזונה וכדומה. ביחידה זו יושם דגש על ההיבט הכלכלי. במציאות, הבעיות מכילות לרוב מספר גדול של משתנים ונהוג לפתור אותן באמצעות מחשבים, אך הבעיות שיוצגו ביחידה זו יכילו שני משתנים כך שניתן לענות עליהן באמצעות שיטות גרפיות פשוטות.

ביחידה זו נלמד לזהות משתנים רלוונטיים בסיפור האורייני כלכלי/פיננסי (או סיפור אורייני בתחום אחר), לתרגם את מערכת האילוצים למערכת אי-שוויונות, להציג את מערכת אי-השוויונות בדרך גרפית ולהשתמש בהצגה הגרפית ובטכניקה אלגברית פשוטה על מנת למצוא את הפתרון האופטימלי לבעיה.

ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:

- ✓ קריאה וסימון של נקודות במערכת צירים.
- ✓ משוואת ישר - משמעות המקדמים, סרטוט במערכת צירים.
- ✓ מציאת נקודת חיתוך של שני ישרים כפתרון מערכת משוואות ליניאריות.



משימת פתיחה



חקלאי מגדל כרוב וברוקולי.

הוא יכול לגדל בכל עונה כמות

מוגבלת מכל ירק, בשל מגבלות השטח, ההשקיה, זמן הגידול

ומשאבים נוספים.

השטח הצבוע בסרטוט מתאר כמה דונמים

יכול החקלאי לגדל מכל ירק לאור המגבלות.

א. כמה דונמים של כרוב וכמה דונמים של ברוקולי יכול החקלאי לגדל לפי הנקודות A, B, C, D?

ב. ציינו שיעורי נקודה המתארת את הגידול של הכרוב בלבד.

ציינו שיעורי נקודה המתארת את הגידול של הברוקולי בלבד.

ג. האם החקלאי יכול לגדל 20 דונמים של כרוב ו-20 דונמים של ברוקולי?

החקלאי מרוויח 800 שקלים לדונם של כרוב ו-1200 שקלים לדונם של ברוקולי.

ד. מה יהיה הרווח של החקלאי לפי הנקודות A, B, C, D?

ה. באיזו נקודה מבין הנקודות A, B, C, D רווח החקלאי יהיה הגדול ביותר?

התשובה למשימת הפתיחה - בעמ' 112.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי - הישר ניצב לציר

בפרק זה נתמקד בזיהוי ובסימון פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי כאשר הישר ניצב לציר. כלומר זיהוי וסימון התחום שעברו מתקיים אי-השוויון במשתנה אחד. נתייחס גם למצבים אורייניים מחיי היום יום.

מה נלמד?

✓ זיהוי הפתרון הגרפי.

✓ סימון הפתרון הגרפי.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 112-113.

א. זיהוי הפתרון הגרפי

הסבר ודוגמה פתורה - זיהוי הפתרון הגרפי

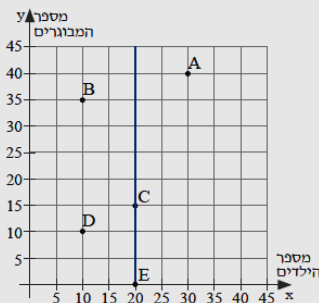
נזכיר!

אי-שוויון מורכב משני אגפים של ביטויים אלגבריים, שביניהם מופיע אחד מהסימנים:

$\neq, \leq, \geq, <, >$

למשל: $x < 1, y \geq 3, x \leq 0, y > 5$.

דוגמה



במוזיאון מסוים ניתנת הדרכה לקבוצות שבהן ילדים ומבוגרים.

נסמן ב-x את מספר הילדים בקבוצה וב-y את מספר המבוגרים בקבוצה.

א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בקבוצה המיועדת לסיור במוזיאון יכולים להיות לכל היותר 20 ילדים.

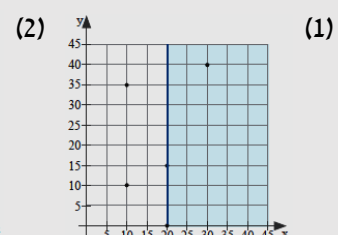
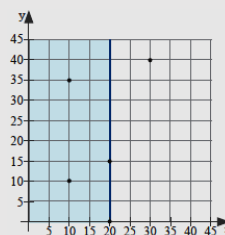
ב. (1) אילו מהנקודות המסומנות במערכת הצירים מתאימות למגבלה

לגבי מספר הילדים?

(2) משוואת הישר המסורטט היא $x=20$.

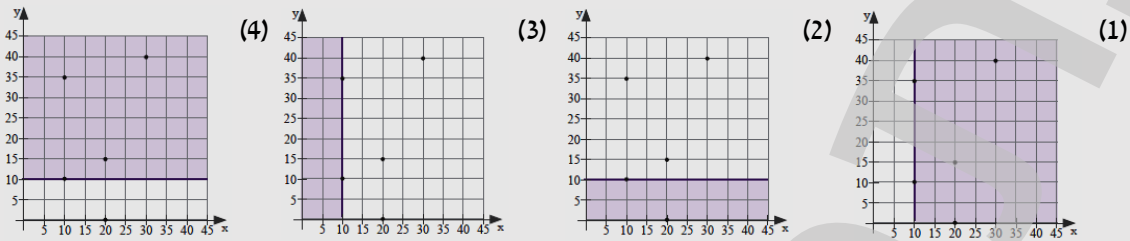
היכן ממוקמות הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים, ביחס לישר המסורטט?

ג. מהו התחום המסומן (הצבוע) המתאים למגבלה לגבי מספר הילדים?



במוזיאון הוחלט שבקבוצה של הסיור יהיו לפחות 10 מבוגרים.

ד. מהו התחום המסומן המתאים למגבלה לגבי מספר המבוגרים?



פתרון:

א. $A(30, 40)$ - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 30 ילדים ו-40 מבוגרים.

ב. $B(10, 35)$ - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 10 ילדים ו-35 מבוגרים.

ג. $C(20, 15)$ - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 20 ילדים ו-15 מבוגרים.

ד. $D(10, 10)$ - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 10 ילדים ו-10 מבוגרים.

ה. $E(20, 0)$ - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בסיור המודרך 20 ילדים ואין בו מבוגרים.

ב. (1) המגבלה לגבי מספר הילדים היא לכל היותר 20 ילדים, כלומר לא יותר מ-20 ילדים. לכן

הנקודות שמתארות מצב, שבו יש עד 20 ילדים (כולל 20 ילדים) תתאמנה למגבלה, כלומר

הנקודות הן: D, C, B ו- E .

(2) הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים נמצאות משמאל לישר $x=20$ ועל הישר

$$x=20$$

ג. התחום המתאים הוא תחום (2). הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר הילדים נמצאות בתחום

המסומן בסרטוט (2), כולל הישר $x=20$ שמסומן בקו רציף.

ד. התחום המתאים הוא (4).

המגבלה לגבי מספר המבוגרים היא לפחות 10 מבוגרים, כלומר לא פחות מ-10 מבוגרים.

לכן הנקודות המתאימות למגבלה זו נמצאות מעל הישר $y=10$ ועל הישר $y=10$, בתחום המסומן

בסרטוט (4), כולל הישר $y=10$ שמסומן בקו רציף.

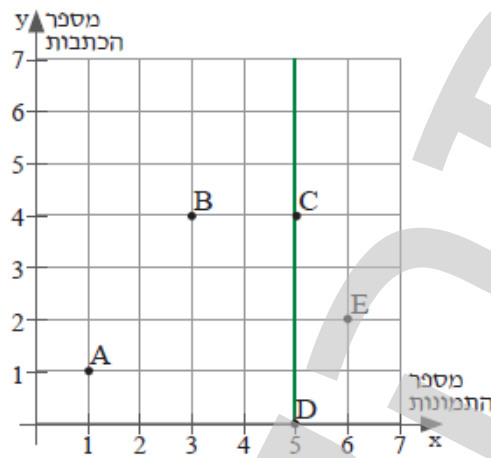
הערה:

התחומים המסומנים במערכת הצירים מופיעים רק **ברביע הראשון**, כלומר בתחום שבו $x \geq 0$

וגם $y \geq 0$, מכיוון שמספר הילדים וגם מספר המבוגרים לא יכול להיות שלילי.

1. בעלון פרסומי יש תמונות וכתבות.

נסמן ב-x את מספר התמונות שיש בעלון וב-y את מספר הכתבות שיש בו.



א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?

בעלון הפרסומי מכניסים לכל היותר 5 תמונות כדי למנוע עומס ויזואלי.

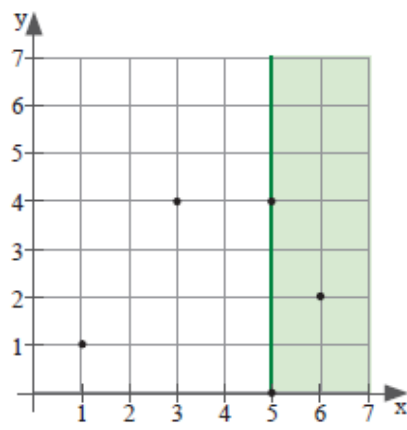
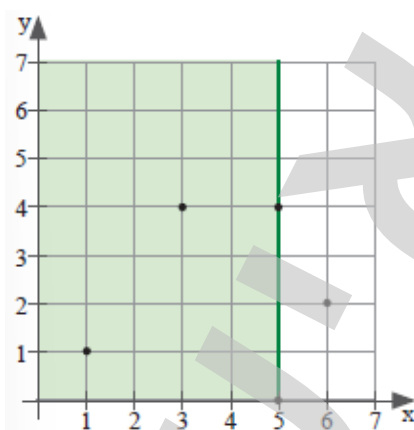
ב. (1) אילו נקודות מתאימות למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון?

(2) משוואת הישר המסורטט היא $x=5$.

היכן ממוקמות הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון, ביחס לישר

המסורטט?

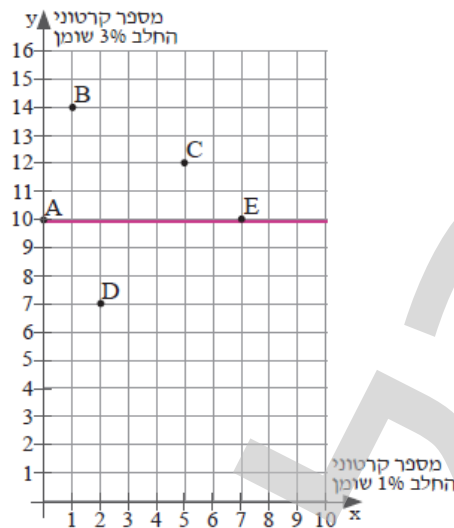
ג. מהו התחום המסומן המתאים למגבלה לגבי מספר התמונות בעלון?



2. על מדף בסופרמרקט מונחים קרטוני חלב שבהם 3% שומן ו-1% שומן.

נסמן ב- x את מספר קרטוני החלב שבהם 1% שומן

וב- y את מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן.



א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C, D, E, המסומנות במערכת הצירים שלפניכם?
 בשל הביקוש המוגבר, מקפידים העובדים שיהיו על המדף בסופרמרקט לפחות 10 קרטוני חלב שבהם 3% שומן.

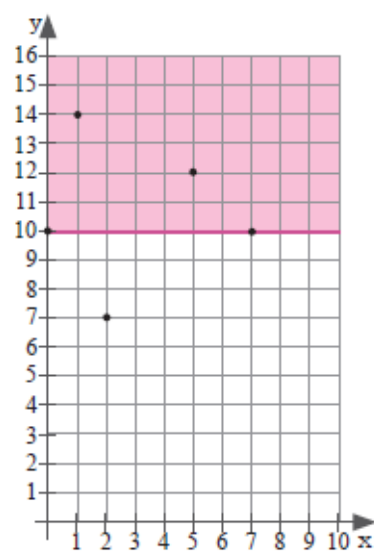
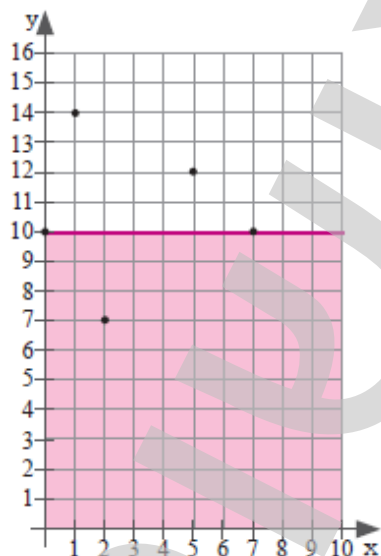
ב. (1) אילו נקודות מתאימות למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן?

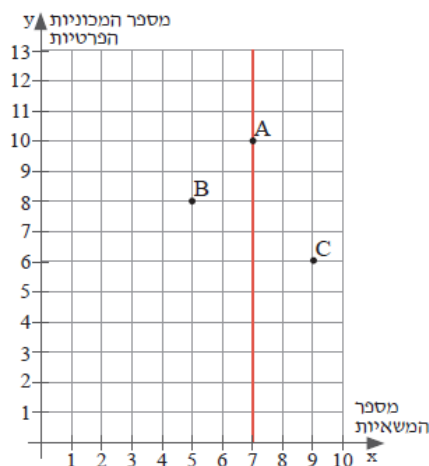
(2) איזו משוואה מתארת את הישר המסורטט?

I. $x = 10$ II. $y = 10$ III. $y = 10x$

(3) היכן ממוקמות הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן, ביחס לישר המסורטט?

ג. מהו התחום המסומן המתאים למגבלה לגבי מספר קרטוני החלב שבהם 3% שומן?





3. בקטע של כביש מסוים נוסעות משאיות ומכוניות פרטיות.

נסמן ב- x את מספר המשאיות שנוסעות בקטע כביש זה

וב- y את מספר המכוניות הפרטיות שנוסעות בו.

א. מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B, C , המסומנות

במערכת הצירים שלפניכם?

בקטע כביש זה יכולות לנסוע לכל היותר 7 משאיות.

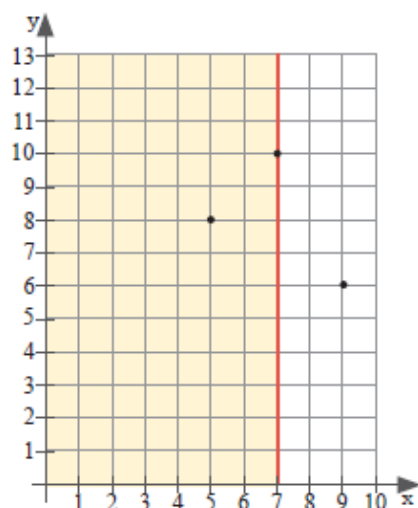
ב. תנו דוגמה לשיעורי נקודה שמתאימה למגבלה לגבי מספר המשאיות.

ג. (1) איזו משוואה מתארת את הישר המסורטט?

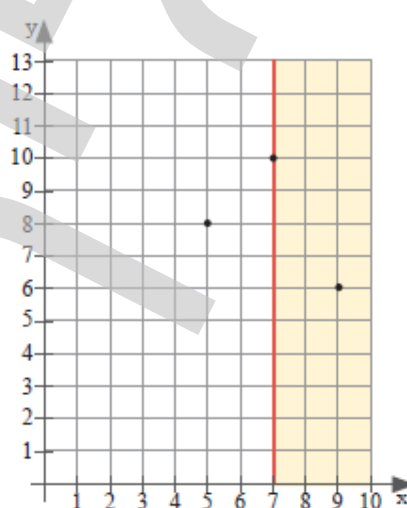
$x = 7$.I $y = 7$.II $y = 7x$.III

(2) היכן ממוקמות הנקודות המתאימות למגבלה לגבי מספר המשאיות, ביחס לישר המסורטט?

ד. מהו התחום המסומן המתאים למגבלה לגבי מספר המשאיות?



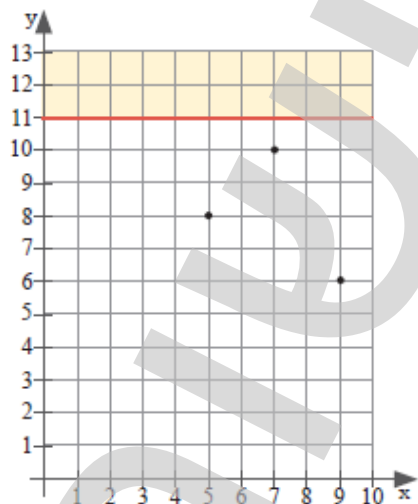
(2)



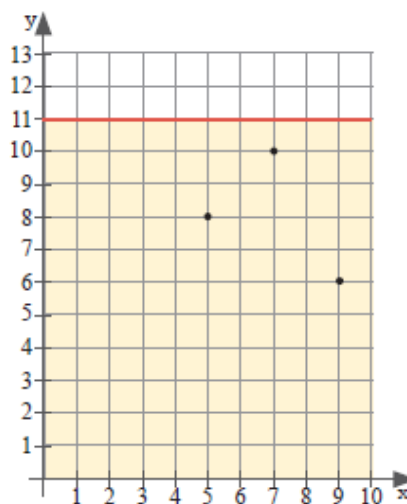
(1)

בקטע של כביש זה יכולות לנסוע לכל היותר 11 מכוניות פרטיות.

ה. מהו התחום המסומן המתאים למגבלה לגבי מספר המכוניות הפרטיות?



(2)



(1)

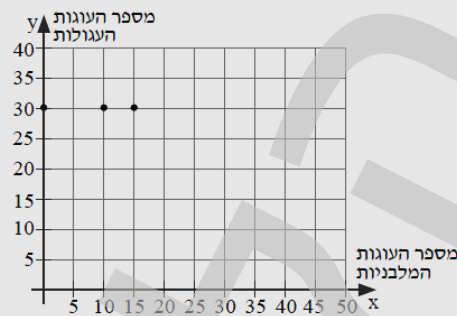
ב. סימון הפתרון הגרפי

דוגמה פתורה - סימון הפתרון הגרפי

בקונדיטוריה מוכרים עוגות עגולות ועוגות מלבניות.

ביום מסוים מכינים כמות מוגבלת של עוגות בשל מגבלות זמן האפייה, כמות חומרי הגלם, שעות העבודה ומשאבים נוספים.

נסמן ב- x את מספר העוגות המלבניות וב- y את מספר העוגות העגולות שהכינה הקונדיטוריה ביום מסוים.



א. סרטטו את הישר העובר דרך 3 הנקודות שבמערכת הצירים. מהי משוואתו?

בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 30 עוגות עגולות.

ב. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סמנו במערכת הצירים את התחום המתאים למספר העוגות העגולות.

בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 40 עוגות מלבניות.

ג. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סמנו במערכת צירים אחרת את התחום המתאים למספר העוגות המלבניות.

ד. האם כל נקודה בתחום שסימנתם בסעיפים הקודמים מתאימה לסיפור האורייני?

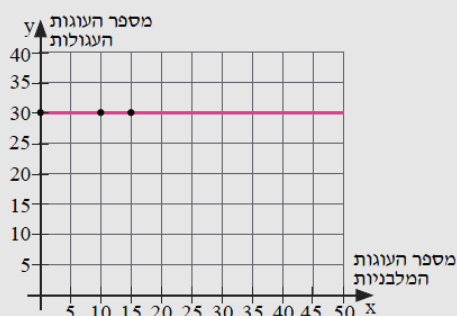
פתרון:

א. ל-3 הנקודות המסומנות במערכת הצירים יש אותו שיעור y שהוא 30. משוואתו של הישר המחבר

את 3 הנקודות היא $y = 30$. השאלה מתארת את מספר העוגות (העגולות או המלבניות), שאינו

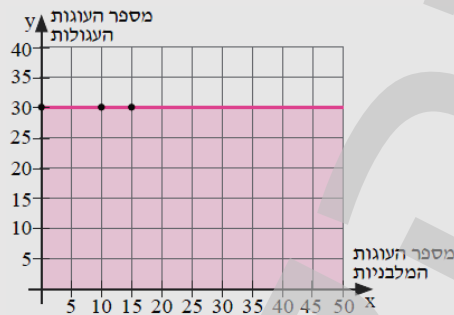
יכול להיות שלילי, ולכן נתייחס רק לרביע הראשון בלבד.

כל נקודה (ברביע הראשון), שנמצאת על הקו שסרטטנו מייצגת אפייה של 30 עוגות עגולות בדיוק.



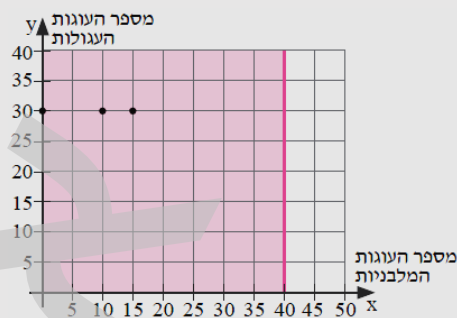
ב. (1) בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 30 עוגות עגולות, כלומר לא יותר מ-30 עוגות עגולות.
לכן אי-השוויון הוא $y \leq 30$.

(2) נסמן את התחום ברביע הראשון, שנמצא מתחת לישר $y = 30$. לכל נקודה בתחום המסומן (או על הישר), יש שיעור y קטן או שווה ל-30, המייצג מספר קטן או שווה ל-30 עוגות עגולות.



ג. (1) בקונדיטוריה מכינים ביום לכל היותר 40 עוגות מלבניות, כלומר לא יותר מ-40 עוגות מלבניות.
 x מייצג את מספר העוגות המלבניות, ולכן אי-השוויון הוא $x \leq 40$.
(2) נסרטט במערכת הצירים את הישר $x = 40$.

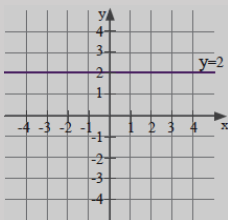
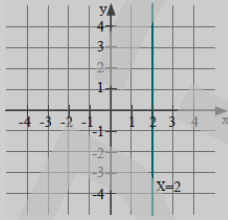
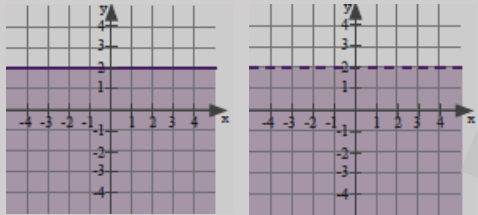
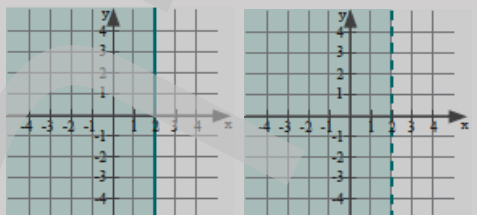
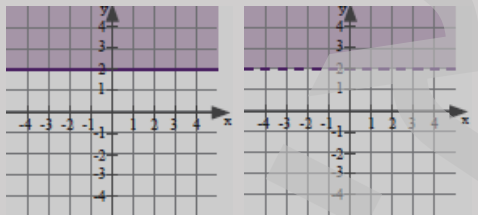
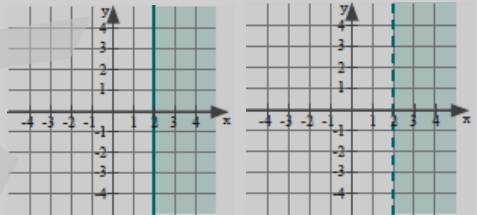
נסמן את התחום ברביע הראשון, שנמצא משמאל לישר $x = 40$. לכל נקודה בתחום המסומן (או על הישר), יש שיעור x קטן או שווה ל-40, המייצג מספר קטן או שווה ל-40 עוגות מלבניות.



ד. לא כל נקודה מתאימה לסיפור האורייני. נקודות ששיעוריהן לא שלמים לא מתאימות לייצג את מספר העוגות.

סיכום

- אי-שוויון ליניארי כאשר הישר ניצב לציר והתחום המתאים לו:

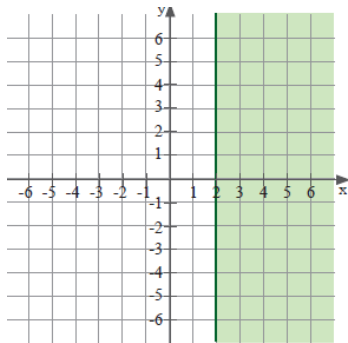
ישר הניצב לציר ה-y	ישר הניצב לציר ה-x	
מספר $y =$ 	מספר $x =$ 	משוואה
$y \leq 2$ $y < 2$ 	$x \leq 2$ $x < 2$ 	אי-שוויון
$y \geq 2$ $y > 2$ 	$x \geq 2$ $x > 2$ 	

- קו רציף – כולל את הנקודות שעל הישר, קו מקווקו – לא כולל את הנקודות שעל הישר.

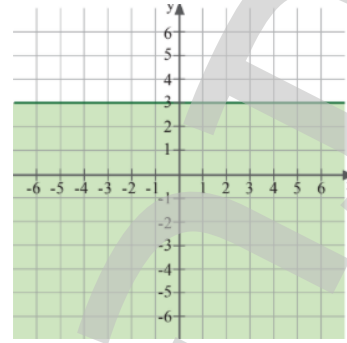
4. לפניכם 4 תחומים מסומנים (צבועים). לגבי כל אחד מהתחומים המסומנים ציינו :

(1) מהי משוואת הישר בגבול של התחום המסומן?

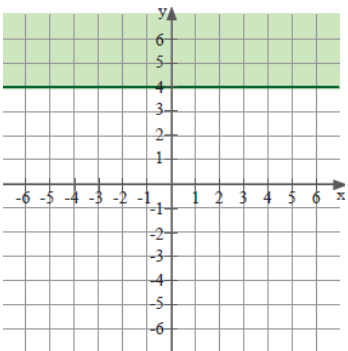
(2) מהו אי-השוויון המתאים לתחום המסומן?



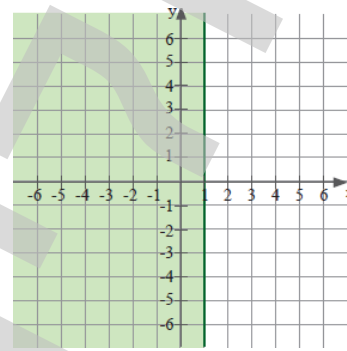
א.



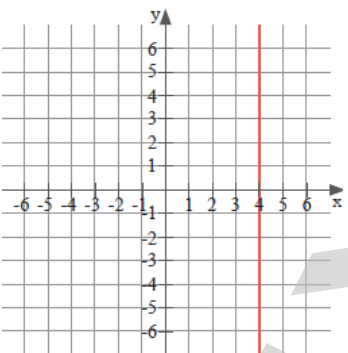
ב.



ג.



ד.

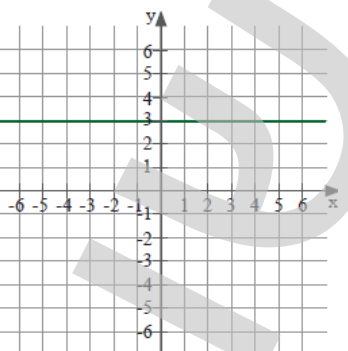


5. א. רשמו את משוואת הישר המסורטט.

ב. רשמו שיעורים של שלוש נקודות, ששיעור ה-x שלהן קטן מ-4.

ג. סמנו את התחום המתאים לנקודות, ששיעור ה-x שלהן קטן מ-4.

ד. רשמו את אי-השוויון המתאים לתחום המסומן, כולל הישר.



6. א. רשמו את משוואת הישר המסורטט.

ב. רשמו שיעורים של שלוש נקודות, ששיעור ה-y שלהן גדול מ-3.

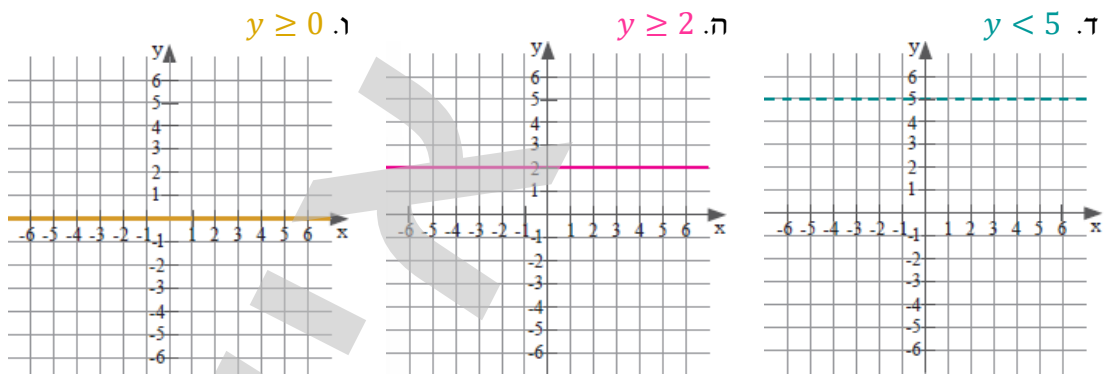
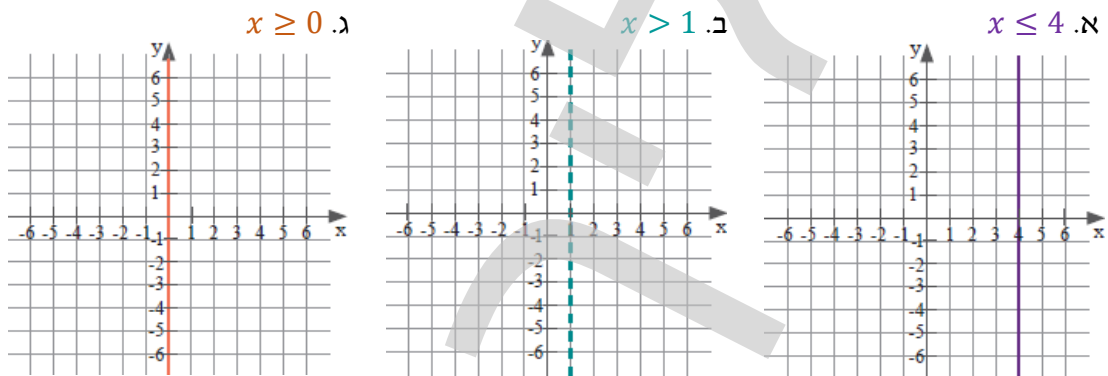
ג. סמנו את התחום המתאים לנקודות, ששיעור ה-y שלהן גדול מ-3.

ד. רשמו את אי-השוויון המתאים לתחום המסומן, כולל הישר.

7. א. סמנו במערכת צירים שלוש נקודות, ששיעור ה- x שלהן שווה ל-5.
 ב. רשמו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות שסימנתם.
 ג. סמנו את התחום שבו נמצאות כל הנקודות, ששיעור ה- x שלהן גדול מ-5.
 ד. רשמו אי-שוויון המתאים לתחום המסומן.

8. א. סרטטו ישר המתאים לנקודות, ששיעור ה- y שלהן שווה ל-6.
 ב. סמנו את התחום שבו נמצאות כל הנקודות, ששיעור ה- y שלהן קטן מ-6.
 ג. רשמו אי-שוויון המתאים לתחום המסומן.

9. לפניכם אי-שוויונות. מתחת לכל אי-שוויון מסורטט הישר המתאים לשוויון. העתיקו את הסרטוט למחברתכם וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.



10. לפניכם 4 אי-שוויונות.

א. $x \geq 0$ ב. $y \geq 0$ ג. $x \leq 5$ ד. $y \geq 3$

לגבי כל אי-שוויון:

- (1) סרטטו את הישר המתאים לשוויון.
- (2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.
- (3) ציינו נקודה אחת שנמצאת בתחום שסימנתם.

11. לפניכם 4 אי-שוויונות.

א. $x - 1 \leq 0$ ב. $y + 4 \geq 0$ ג. $2x > 6$ ד. $-y \leq 2$

לגבי כל אי-שוויון:

(1) בודדו את המשתנה.

(לדוגמה: $y + 5 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq -5$)

(2) סרטטו את הישר המתאים לשוויון.

(3) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון.



12. בפיצרייה מוכרים פיצות אישיות ופיצות משפחתיות.

נסמן ב- x את מספר הפיצות האישיות וב- y את מספר הפיצות המשפחתיות.

כדי שהפיצרייה תהיה רווחית עליה למכור ביום יותר מ-40 פיצות אישיות.

א. (1) רשמו אי-שוויון מתאים, כדי שהפיצרייה תהיה רווחית.

(2) סרטטו במערכת צירים את הישר $x = 40$, וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון

(שימו לב! מספר הפיצות אינו שלילי).

לפיצרייה יש מגבלות לגבי ציוד וכוח אדם, ולכן היא יכולה למכור לא יותר מ-60 פיצות משפחתיות.

ב. (1) רשמו אי-שוויון שמתאים למגבלה לגבי מספר הפיצות המשפחתיות.

(2) סרטטו במערכת צירים אחרת את הישר $y = 60$, וסמנו את התחום המתאים לאי-השוויון

(שימו לב! מספר הפיצות אינו שלילי).



13. במתפרה משתמשים בכל יום בשני סוגים של בד: בד כותנה ובד סינתטי.

נסמן ב- x את מספר גלילי בד הכותנה וב- y את מספר גלילי הבד הסינתטי.

במתפרה משתמשים לכל היותר ב-20 גלילים של בד כותנה בכל יום.

א. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סרטטו במערכת צירים את התחום המתאים לאי-השוויון.

במתפרה משתמשים לכל היותר ב-15 גלילים של בד סינתטי בכל יום.

ב. (1) רשמו את אי-השוויון המתאים למגבלה.

(2) סרטטו במערכת צירים אחרת את התחום המתאים לאי-השוויון.

פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי - הישר משופע

בפרק זה נתמקד בזהוי ובסימון פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי כאשר הישר משופע. כלומר זיהוי וסימון התחום שעבורו מתקיים אי-השוויון בשני משתנים.

נתייחס גם למצבים אורייניים מחיי היום יום.

מה נלמד?

✓ זיהוי וסימון הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט.

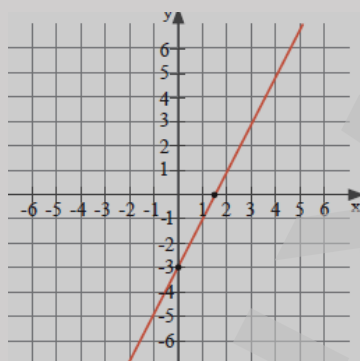
✓ סרטוט הישר המשופע וסימון הפתרון הגרפי.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 113-114.

א. זיהוי וסימון הפתרון הגרפי כאשר הישר המשופע מסורטט

הסבר ודוגמה פתורה - סימון הפתרון הגרפי

נזכיר!



• משוואת ישר מפורשת היא מהצורה: $y = mx + b$.

(m – שיפוע הישר, ו- b הוא האיבר החופשי).

למשל: $y = 2x - 3$ ($m = 2, b = -3$).

• משוואת ישר כללית היא מהצורה: $Ax + By + C = 0$.

למשל: $2x - y - 3 = 0$ ($A = 2, B = -1, C = -3$).

(שתי משוואות הישרים שהוצגו כאן מתארות את אותו הישר שמסורטט משמאל).

• באי-שוויון ליניארי בשני משתנים מופיעים המשתנים x ו- y .

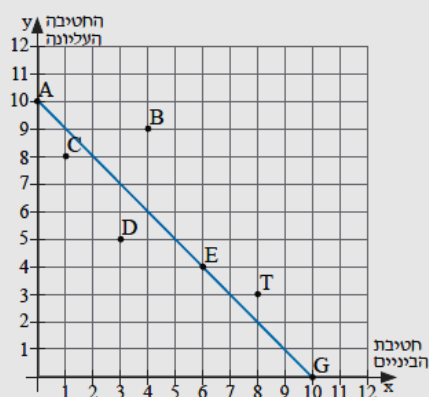
למשל: $y \leq 2x - 3$, $2x - y - 3 \geq 0$.

• ישר משופע מתקבל מאי-שוויון ליניארי בשני משתנים כאשר משנים את סימן אי-השוויון לסימן שוויון.

למשל: $y \leq 2x - 3 \Leftrightarrow y = 2x - 3$

$2x - y - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3 \geq 0$

דוגמה



בית ספר על-יסודי יכול לשלוח לתחרות מסוימת עד 10 נציגים.

נסמן ב- x את מספר הנציגים מחטיבת הביניים

וב- y את מספר הנציגים מהחטיבה העליונה.

א. אילו נקודות מציגות מצב שבו נשלחו לתחרות בדיוק 10

נציגים?

מה מקומן ביחס לישר המסורטט?

ב. אילו נקודות מציגות מצב שלא מתאים למגבלה לגבי

התחרות?

ג. מה משותף לנקודות המתאימות למגבלה לגבי התחרות?

מה מקומן ביחס לישר המסורטט?

ד. איזה אי-שוויון מתאים לישר המסורטט ולתיאור המגבלה לגבי התחרות?

$$(1) y \leq x + 10 \quad (2) y \leq -x - 10 \quad (3) x + y \geq 10 \quad (4) x + y \leq 10$$

ה. סמנו במערכת הצירים את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף קודם.

פתרון:

א. נקודות A, E ו-G מציגות מצב, שבו נשלחו לתחרות בדיוק 10 נציגים.

- שיעורי הנקודה A הם (0, 10) - במצב זה כל הנציגים לתחרות הם מהחטיבה העליונה.

- שיעורי הנקודה E הם (6, 4) - במצב זה נשלחים לתחרות 6 תלמידים מחטיבת הביניים ו-6

תלמידים מהחטיבה העליונה.

- שיעורי הנקודה G הם (10, 0) - במצב זה כל הנציגים לתחרות הם מחטיבת הביניים.

- שלוש הנקודות נמצאות על הישר המסורטט. משוואתו של הישר היא $x + y = 10$.

ב. נקודות B ו-T מציגות מצב, שאינו מתאים למגבלת התחרות לפיו נשלחים לתחרות עד 10 נציגים,

שהרי:

- שיעורי הנקודה B שהם (4, 9) - מצב שבו יש 4 נציגים מחטיבת הביניים ו-9 נציגים מהחטיבה

העליונה, כלומר 13 נציגים בסך-הכול.

- שיעורי הנקודה T הם (8, 3) - מצב שבו יש 8 נציגים מחטיבת הביניים ו-3 נציגים מהחטיבה

העליונה, כלומר 11 נציגים בסך-הכול.

ג. הנקודות המתאימות למגבלה לגבי התחרות הן: A, C, D, E, G. המשותף לנקודות אלו הוא

שסכום שיעוריהן קטן או שווה ל-10. סכום שיעוריהן מייצג את המספר הכולל של התלמידים

מחטיבת הביניים ומהחטיבה העליונה שנשלחים לתחרות. לפי מגבלות התחרות, מספר זה הוא

קטן או שווה ל-10.

ניתן לראות בסרטוט שהן נמצאות על הישר המסורטט (A, E, G) או מתחתיו (C, D).

ד. הביטוי שבסעיף (1) אינו מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון:
 $y = x + 10$. נקבל ישר ששיפועו $m=1$. השיפוע חיובי ולכן הוא ישר עולה. בסרטוט מתואר ישר יורד.

• הביטוי שבסעיף (2) אינו מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון:
 $y = -x - 10$. נקבל ישר ששיפועו שלילי ($m = -1$). אולם האיבר החופשי שלו $b = -10$ אינו מתאים לנקודת החיתוך של הישר המסורטט עם ציר ה- y . בסרטוט מתואר ישר יורד, שנקודת החיתוך שלו עם ציר ה- y היא $(0, 10)$ המתאימה ל- $b = 10$.

• הביטוי שבסעיף (3) מתאים לישר המסורטט. נשנה את סימן אי-השוויון לסימן שוויון:
 $x + y = 10$.

נמצא את נקודות החיתוך שלו עם הצירים:

$$x = 0 \Rightarrow 0 + y = 10 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow (0, 10)$$

$$y = 0 \Rightarrow x + 0 = 10 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow (10, 0)$$

(ניתן גם לעבור להצגה המפורשת של הישר: $y = 10 - x$).

הישר מתאים לישר המסורטט, אבל אי-השוויון אינו מתאים למגבלה לגבי התחרות כי הוא מייצג מצב שבו המספר הכולל של הנציגים ($x+y$) גדול מ-10, אך נתון שלתחרות נשלחים עד 10 נציגים ולא יותר.

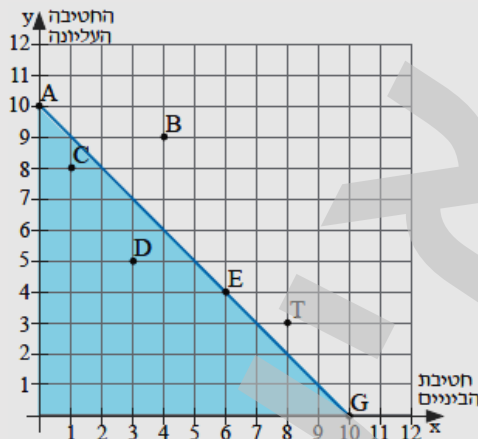
• הביטוי שבסעיף (4) מציג משוואת ישר זהה לזו שבסעיף (3). אי-השוויון מתאים למגבלה לגבי התחרות כי הוא מייצג מצב שבו המספר הכולל של הנציגים קטן או שווה ל-10, שזו בדיוק מגבלת התחרות.

ה. הישר המסורטט מחלק את המישור ל-3 חלקים.

• הנקודות שעל הישר מתארות מצב, שבו נשלחים לתחרות בדיוק 10 נציגים - מקיימות את השוויון $x + y = 10$.

• הנקודות שמתחת לישר מתארות מצב, שבו נשלחים לתחרות פחות מ-10 נציגים - מקיימות את אי-השוויון $x + y < 10$.

• הנקודות שמעל לישר מתארות מצב, שבו יש יותר מ-10 נציגים - מקיימות את אי-השוויון $x + y > 10$.



שתי האפשרויות הראשונות מתאימות למגבלה לגבי התחרות, ולכן התחום המתאים כולל את הנקודות הללו, כלומר הוא התחום הצבוע בכחול והקו התוחם אותו (הישר המשווה).

שימו לב! התחום הוגבל לרביע הראשון כי מספר הנציגים אינו שלילי (כולל את החלקים החיוביים של הצירים ואת ראשית הצירים).

הערות:

• התאמת משוואת ישר לגרף שלו.

✓ אם משוואת הישר מוצגת בצורתה המפורשת $y = mx + b$: נבדוק התאמה של השיפוע (m) ושל האיבר החופשי (b).

✓ אם משוואת הישר מוצגת בצורתה הכללית $Ax + By + C = 0$: נבדוק התאמה של נקודות החיתוך עם הצירים (ניתן לעבור מהמשוואה הכללית למשוואה המפורשת).

• זיהוי וסימון התחום המתאים

דרך א' - בעזרת הצבה

נבחר נקודה במערכת הצירים (שלא נמצאת על הישר) ונבדוק אם שיעוריה מקיימים את אי-השוויון. למשל: אם אי-השוויון הוא: $x + 2y \leq 4$, נציב בו את הנקודה (0,0):

$$0 + 2 \cdot 0 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq 4$$

הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון, ולכן היא שייכת לתחום המתאים לאי-השוויון.

הערה: הנקודה (0,0) קלה להצבה, ולכן כדאי לבחור בה. אם (0,0) נמצאת על הישר, יש לבחור נקודה אחרת.

✓ אם שיעורי נקודה כלשהי בתחום מקיימים את אי-השוויון, אז שיעורי כל הנקודות באותו תחום מקיימות את אי-השוויון.

✓ אם שיעורי נקודה כלשהי בתחום לא מקיימים את אי-השוויון, אז שיעורי כל הנקודות באותו תחום לא מקיימות את אי-השוויון.

דרך ב' - בעזרת סימן אי-השוויון

✓ נקפיד שהמקדם של y יהיה חיובי (אם הוא שלילי, נכפול את שני אגפי אי-השוויון ב-1) ונחפוך את סימן אי-השוויון או שנעביר את y לאגף השני).

✓ אם y נמצא באגף הקטן מבין השניים, נסמן את התחום שמתחת לישר.

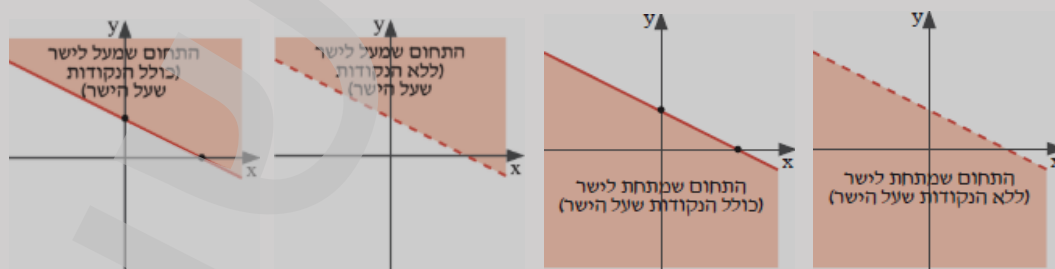
אם y נמצא באגף הגדול מבין השניים, נסמן את התחום שמעל לישר.

$$x + 2y \geq 4$$

$$x + 2y > 4$$

$$x + 2y \leq 4$$

$$x + 2y < 4$$



✓ כל נקודה בתחום הצבוע שייכת לתחום המתאים לאי-השוויון, כל נקודה בתחום הלבן איננה מתאימה לאי-השוויון.

✓ קו מקווקו מעיד על כך שהנקודות שעליו לא שייכות לתחום, וקו רציף מעיד על כך שגם הנקודות שעליו שייכות לתחום.

14. לפניכם 3 אי-שוויונות.

$$x + y \leq 5 \quad (1) \quad 3x + y \geq 8 \quad (2) \quad 3x - 2y > 4 \quad (3)$$

א. לגבי כל אי-שוויון בדקו אם הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון.

ב. לגבי כל אי-שוויון מצאו נקודה נוספת שמקיימת אותו.

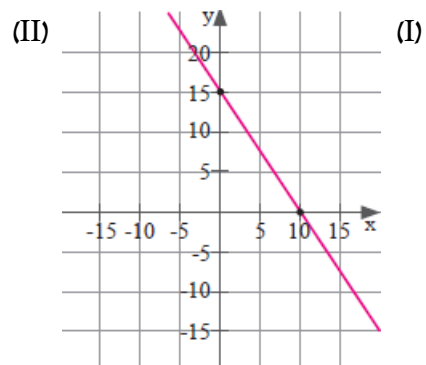
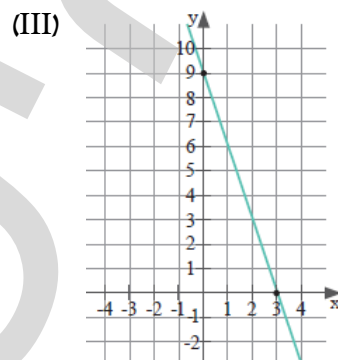
15. לפניכם 3 אי-שוויונות:

$$y \leq 9 - 3x \quad (1) \quad 3x + 2y \geq 30 \quad (2) \quad -2x \geq 12 - 3y \quad (3)$$

א. לגבי כל אי-שוויון בדקו אם הנקודה (0,0) מקיימת את אי-השוויון.

ב. לפניכם סרטוטים של 3 ישרים.

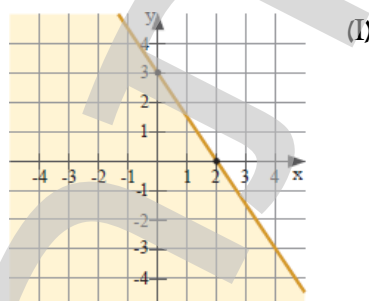
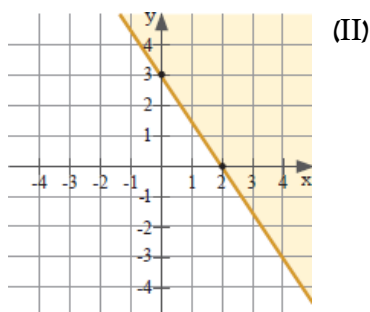
התאימו לכל משוואת ישר המתקבל מאי-השוויון את הגרף שלו.



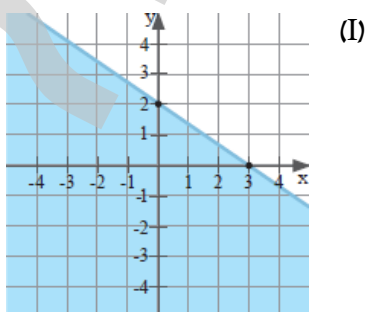
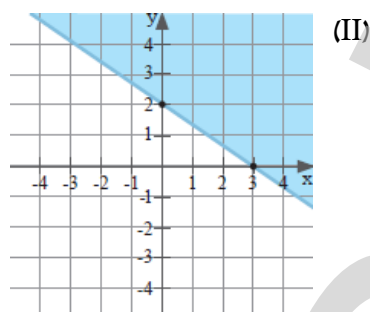
16. בכל סעיף התאימו לכל אי-שוויון את הסרטוט המתאים לו.

(הדרכה: הציבו נקודה לבדיקה או התייחסו לסימן אי-השוויון.)

א. $3x + 2y \leq 6$ (1) $3x + 2y \geq 6$ (2)



ב. $2x + 3y \leq 6$ (1) $2x + 3y \geq 6$ (2)



17. לפניכם 6 אי-שוויונות ו-6 סרטוטים. התאימו לכל אי-שוויון את הסרטוט שלו.

ה. $y \leq x - 4$

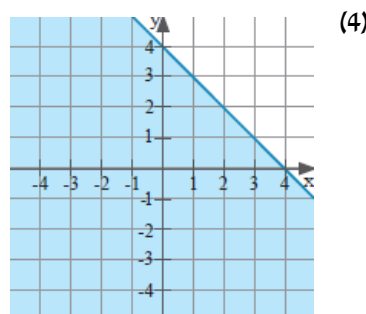
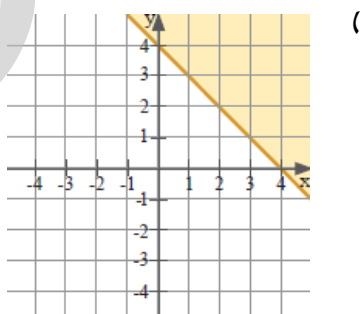
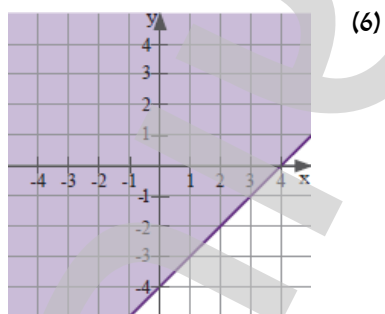
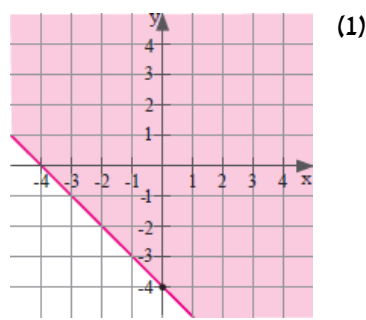
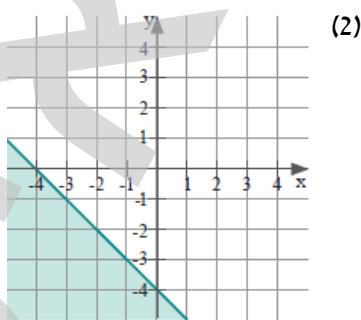
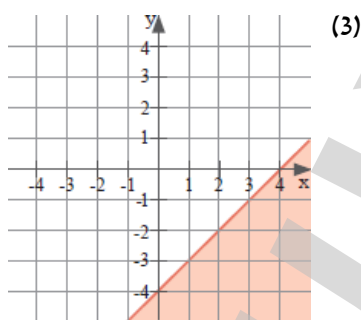
ג. $y \geq x - 4$

א. $y \leq -x + 4$

ו. $y \geq -x + 4$

ד. $y \leq -x - 4$

ב. $y \geq -x - 4$



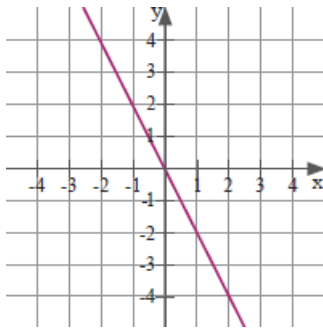
18. לפניכם אי-שוויונות.

מתחת לכל אי-שוויון מסורטט הישר המתאים לשוויון. לגבי כל אחד מאי-השוויונות:

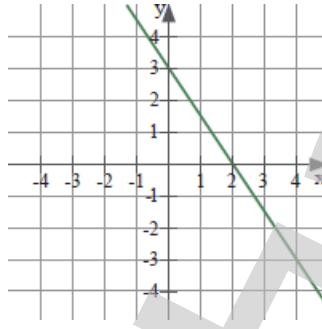
(1) העתיקו את הסרטוט למחברתכם.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון (הציבו נקודה לבדיקה או התייחסו לסימן אי-השוויון).

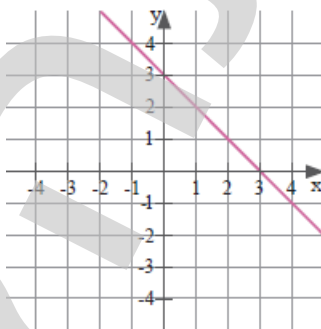
ג. $2x + y \geq 0$



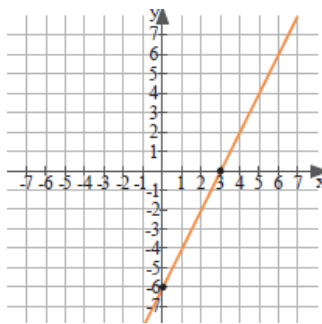
ב. $3x + 2y \geq 6$



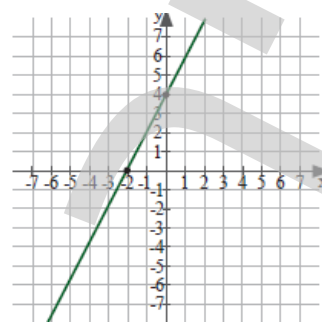
א. $x + y \leq 3$



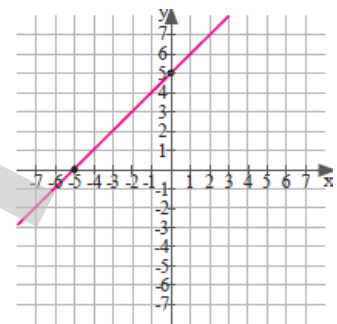
ו. $2x - y \leq 6$



ה. $-2x + y \geq 4$



ד. $-x + y \leq 5$



ב. סרטוט הישר המשופע וסימון הפתרון הגרפי

הסבר ודוגמה פתורה - סרטוט ישר משופע

בחלק מהשאלות הישר המשופע אינו מסורטט. נצטרך לסרטט את הישר ולסמן את התחום המתאים לאי-השוויון.

נסרטט את הישר באופן הבא:

✓ נבנה טבלת ערכים שבה יש 2 נקודות שנמצאות על הישר.

אנו ממליצים למצוא נקודה שלישית, שתהווה בקרה לנכונות ההצבה.

רצוי ששתיים משלוש הנקודות תהינה נקודות החיתוך עם הצירים.

✓ נסמן את הנקודות במערכת צירים.

✓ נסרטט את הקו הישר העובר דרכן.

דוגמה

נסרטט את הישר שמשוואתו: $x+2y=4$.

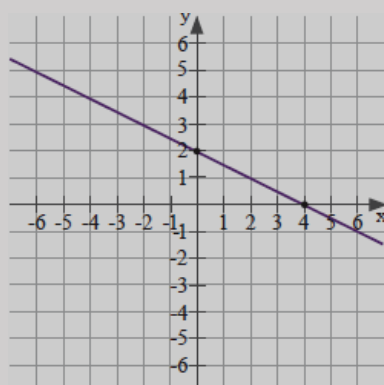
נבנה טבלת ערכים:

$$x + 2 \cdot 0 = 4 \rightarrow x = 4$$

x	0	4	2
y	2	0	1

$$0 + 2y = 4 \rightarrow y = 2$$

$$2 + 2y = 4 \rightarrow y = 1$$



נסמן במערכת צירים את הנקודות שהתקבלו:

$(0, 2)$, $(4, 0)$, $(2, 1)$.

נסרטט את הישר העובר דרכן.

19. א. סרטטו במערכת צירים את הישר $y = x + 2$.

ב. (1) סמנו את הנקודות הבאות באותה מערכת הצירים: $(-2, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$.

(2) אילו נקודות מבין הנקודות שבסעיף הקודם מקיימות את אי-השוויון: $y \geq x + 2$?

ג. סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \geq x + 2$.

20. א. סרטטו במערכת צירים את הישר $y = -x + 3$.

ב. (1) סמנו את הנקודה $(2, -4)$ באותה מערכת הצירים.

(2) הציבו את שיעורי הנקודה באי-השוויון $y \leq -x + 3$. האם שיעורי הנקודה מקיימים את

אי-השוויון?

ג. סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \leq -x + 3$.

21. א. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $y = x + 1$.

(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $y \geq x + 1$.

ב. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $x - y = 5$.

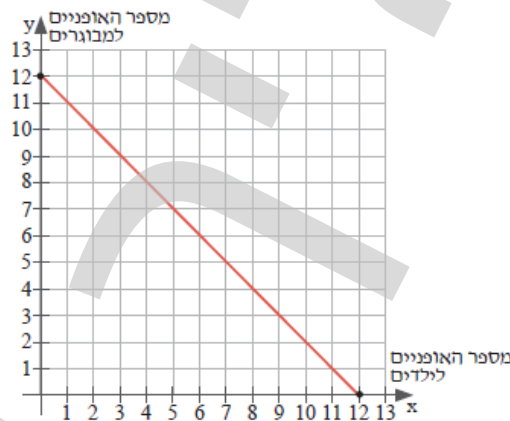
(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $x - y \leq 5$.

ג. (1) סרטטו במערכת צירים את הישר $2x + y = 6$.

(2) סמנו בסרטוט את התחום המתאים לאי-השוויון $2x + y \leq 6$.

22. בחנות אופניים מוכרים זוגות אופניים לילדים וזוגות אופניים למבוגרים.

נסמן ב- x את מספר זוגות האופניים לילדים וב- y את מספר זוגות האופניים למבוגרים.



א. תנו דוגמה לשיעורי נקודה הנמצאת על הישר שבסרטוט?

מה מייצגים שיעורי הנקודה?

החנות צריכה למכור ביום לפחות 12 זוגות אופניים, כדי שתהיה רווחית.

ב. האם החנות תרוויח אם ימכרו ביום מסוים 4 זוגות אופניים לילדים ו-9 זוגות אופניים למבוגרים?

היכן ממוקמת הנקודה ביחס לישר המסורטט?

ג. תנו דוגמה לשיעורי נקודה שאינה מייצגת מצב שבו החנות מרוויחה.

ד. איזה אי-שוויון מתאים לתיאור המגבלה כדי שהחנות תהיה רווחית?

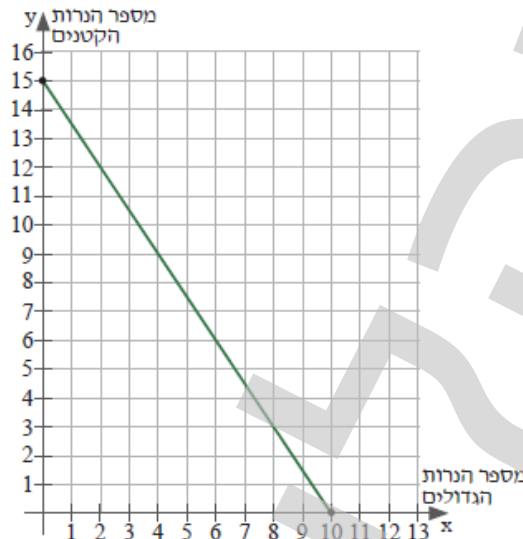
$$(1) x + y > 12 \quad (2) x + y \geq 12 \quad (3) x + y < 12 \quad (4) x + y \leq 12$$

ה. העתיקו את הגרף למחברתכם וסמנו בו את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף ד'.

23. תמר מכינה נרות נוי ומוכרת אותם לחברותיה.

הכנת נר נוי גדול אורכת 3 שעות והכנת נר נוי קטן אורכת 2 שעות.

נסמן ב- x את מספר הנרות הגדולים וב- y את מספר הנרות הקטנים.



א. מהם שיעורי הנקודות שמציגות מצב, שבו תמר מכינה רק סוג אחד של נרות?

מה מתארות הנקודות?

תמר מקדישה בשבוע לכל היותר 30 שעות להכנת נרות נוי.

ב. הסבירו מדוע הנקודה (2, 10) מתאימה למגבלה הנתונה בשאלה.

מה מתארת הנקודה?

ג. איזה אי-שוויון מתאים לישר המסורטט ולתיאור המגבלה לגבי מספר השעות?

$$3x + 2y \leq 30 \quad (1) \qquad 2x + 3y \geq 30 \quad (3)$$

$$2x + 3y < 30 \quad (2) \qquad 3x + 2y > 30 \quad (4)$$

ד. העתיקו את הגרף למחברתכם וסמנו בו את התחום המתאים לאי-השוויון שבחרתם בסעיף ג'.

מערכת אי-שוויונות ליניאריים והתחום המתאים לה

בפרק זה נתמקד בסרטוט התחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים, וברישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון. נתייחס גם למצבים אורייניים מחיי היום יום.

מה נלמד?

- ✓ סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים.
- ✓ רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 114-115.

א. סרטוט תחום המתאים למערכת אי-שוויונות ליניאריים

הסבר ודוגמה פתורה - סרטוט תחום אפשרי

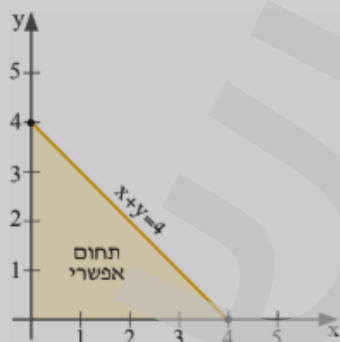
נגדיר!

- **מערכת אי-שוויונות ליניאריים** מורכבת מ-2 אי-שוויונות או יותר.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases} \quad \text{לדוגמה:}$$

- **פתרון מערכת אי-שוויונות ליניאריים** הוא מציאת התחום המשותף, שבו נמצאות כל הנקודות ששיעוריהן מקיימים כל אחד מאי-השוויונות המרכיבים את המערכת.

- התחום המשותף נקרא **התחום האפשרי**.



הפתרון של מערכת אי-השוויונות שבדוגמה הוא התחום הצבוע:

- שני אי-השוויונות הראשונים מגבילים את התחום לרביע הראשון (כולל החלקים החיוביים של הצירים וראשית הצירים).

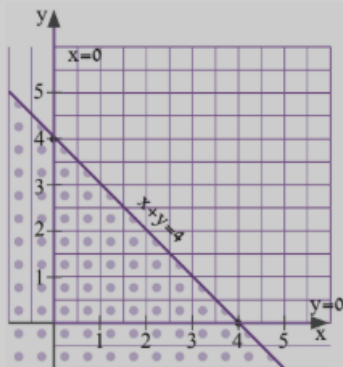
- אי-השוויון השלישי מתאר את התחום שמתחת לישר $x + y = 4$ אך ברביע הראשון.

• סימון התחום

✓ נסרטט כל אחד מהישרים במערכת הצירים:

$$x + y = 4, y = 0, x = 0$$

✓ נזהה את התחום:

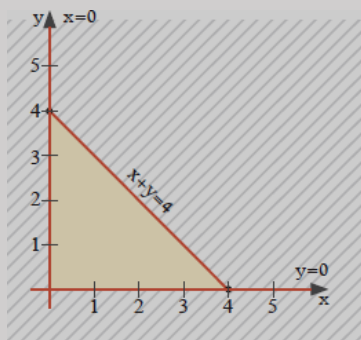


דרך א' – סימון התחום שמתאר כל אחד מאי-השוויונות

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

ומציאת התחום האפשרי (התחום המשותף).

כפי שניתן לראות, כאשר מסמנים את שלושת התחומים המתוארים על ידי אי-השוויונות, קשה מאוד לזהות את התחום האפשרי (התחום המשותף). דרך זו אינה מומלצת.



דרך ב' – מחיקת התחום שלא מתאר כל אחד

מאי-השוויונות.

בדרך זו התחום אפשרי (התחום המשותף),

הוא התחום שנשאר "נקי", כלומר ללא קווקו.

דוגמה

מרצה מעבירה x הרצאות ו-y סדנאות בשבוע.

א. מצאו את התחום האפשרי (התחום המשותף) של מערכת אי-השוויונות

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ y \geq x - 2 \end{cases}$$

המתאימה למגבלות של המרצה.

ב. הראו בדרך גרפית ובדרך אלגברית שהנקודה (2, 1) מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

פתרון:

א. נסרטט בהדרגה באותה מערכת צירים, כל אחד מהישרים, ונמחק

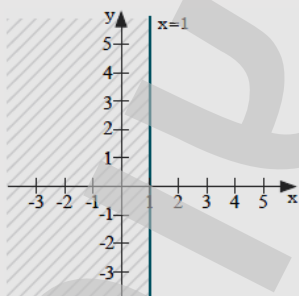
את התחום שהוא לא מתאר.

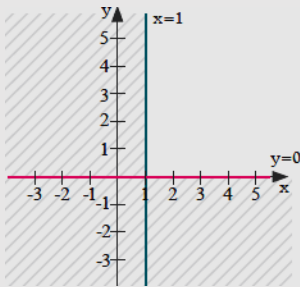
נקפיד לרשום את משוואת הישר בסרטוט.

• נסרטט את הישר $x = 1$.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $x \geq 1$ הוא השטח

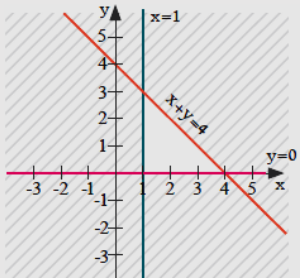
שמימין לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמשמאלו.





- נוסף לסרטוט את הישר $y = 0$.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $y \geq 0$ הוא השטח שמעל לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמתחתיו.

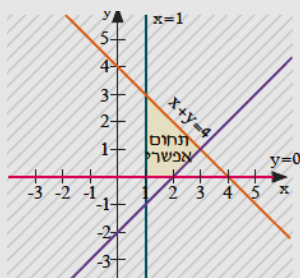


- נוסף לסרטוט את הישר $x + y = 4$.

כדי לסרטוט את הישר נבנה טבלת ערכים (שתי נקודות החיתוך עם הצירים ונקודה נוספת):

x	0	4	1
y	4	0	3

נסמן את הנקודות במערכת הצירים ונסרטוט את הישר העובר דרכן. התחום המתואר על ידי אי-השוויון $x + y \leq 6$ הוא השטח שמתחת לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמעליו (נוכל גם למצוא את התחום המתאים לאי-השוויון על ידי הצבת נקודה כלשהי למשל $(0,0)$).



- נוסף לסרטוט את הישר $y = x - 2$. נבנה טבלת ערכים:

x	0	2	1
y	-2	0	-1

נסמן את הנקודות במערכת הצירים ונסרטוט את הישר העובר דרכן.

התחום המתואר על ידי אי-השוויון $y \geq x - 2$ הוא השטח שמעל לישר (או עליו), ולכן נמחק את השטח שמתחתיו.

התחום האפשרי (התחום המשותף), המהווה את הפתרון של מערכת אי-השוויונות הוא התחום המרובע, שנותר לאחר שמחקנו את התחומים "הלא-מתאימים", כולל גם הקטעים התוחמים תחום זה.

ניתן להדגיש בצבע את השטח שנותר לא מחוק (כאן הודגש בצהוב).

ב. הנקודה $(2, 1)$ מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

בדרך גרפית - הנקודה נמצאת בתחום האפשרי (התחום המשותף), כלומר שיעוריה מקיימים כל אחד מאי-השוויונות המרכיבים את המערכת.

בדרך אלגברית - נראה על ידי הצבה:

$$\begin{cases} x \geq 1 & \Rightarrow 2 \geq 0 & \checkmark \\ y \geq 0 & \Rightarrow 1 \geq 0 & \checkmark \\ x + y \leq 4 & \Rightarrow 2 + 1 \leq 4 & \Rightarrow 3 \leq 4 & \checkmark \\ y \geq x - 2 & \Rightarrow 1 \geq 2 - 2 & \Rightarrow 1 \geq 0 & \checkmark \end{cases}$$

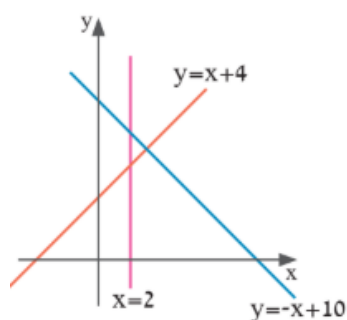
סיכום

כדי למצוא את הפתרון הגרפי של מערכת אי-שוויונות, כלומר מציאת התחום האפשרי (התחום המשותף) של אי-השוויונות המרכיבים את המערכת, נפעל לפי השלבים הבאים:

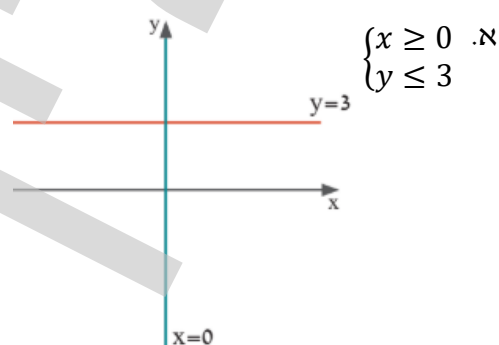
- נסרטט את הישר הראשון, נרשום בסרטוט את משוואתו ונמחק את התחום "הלא מתאים" לפי סימן אי-השוויון.
- נמשיך באותו האופן לגבי כל אחד מהישרים המרכיבים את המערכת.
- **התחום המשותף** הוא התחום שיישאר לבן ("נקי") והוא נקרא **התחום האפשרי**.

24. סמנו את התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות הבאים.

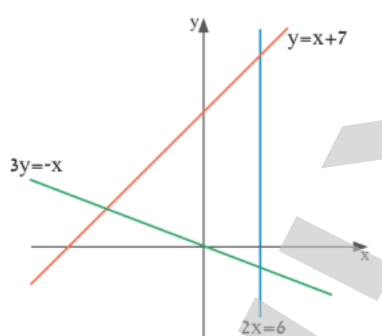
(מומלץ למחוק את התחום ש"אינו מתאים" לאי-השוויון).



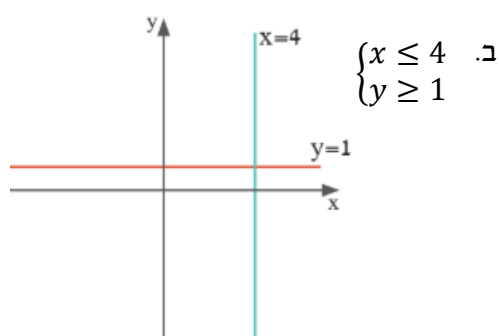
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq x + 4 \\ y \leq -x + 10 \end{cases} \quad \text{ד.}$$



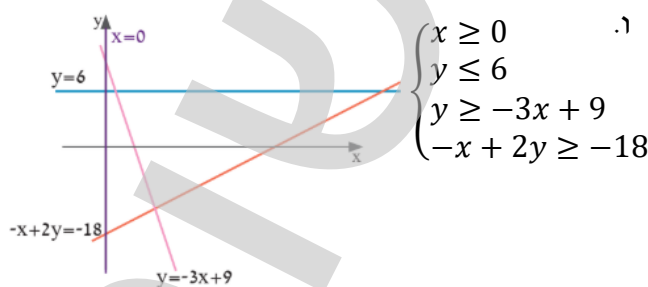
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases} \quad \text{א.}$$



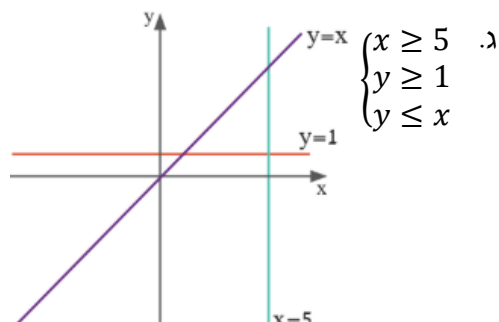
$$\begin{cases} 2x \geq 6 \\ 3y \geq -x \\ y \leq x + 7 \end{cases} \quad \text{ה.}$$



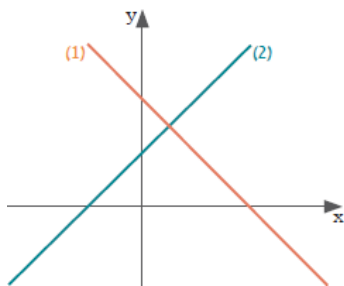
$$\begin{cases} x \leq 4 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad \text{ב.}$$



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 6 \\ y \geq -3x + 9 \\ -x + 2y \geq -18 \end{cases} \quad \text{ו.}$$



$$\begin{cases} x \geq 5 \\ y \geq 1 \\ y \leq x \end{cases} \quad \text{ג.}$$



25. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הישרים:

$$y = -x + 4, \quad y = x + 2$$

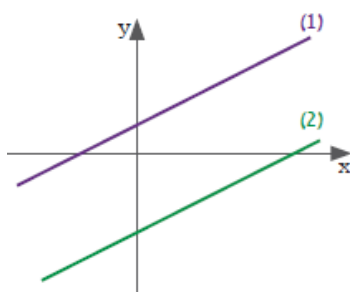
א. התאימו כל ישר למשוואתו.

(הדרכה: היעזרו בשיפוע הישר ו/או בנקודת החיתוך עם ציר ה-y).

ב. סמנו בסרטוט את התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות:

$$y \leq -x + 4, \quad y \geq x + 2$$

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).



26. במערכת הצירים שלפניכם מסורטטים הישרים:

$$-x + 2y = 4, \quad y = 0.5x - 6$$

א. התאימו כל ישר למשוואתו.

ב. סמנו בסרטוט את התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות:

$$-x + 2y \leq 4, \quad y \geq 0.5x - 6$$

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).

27. א. (1) סרטטו את הישר $x = 0$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x \geq 0$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).

ב. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $y = 0$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $y \geq 0$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).

ג. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $x + 2y = 4$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x + 2y \leq 4$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון).

28. א. (1) סרטטו את הישר $x = 3$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x \geq 3$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

ב. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $y = 2$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $y \geq 2$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

ג. (1) סרטטו באותה מערכת צירים את הישר $x + y = 7$.

(2) סמנו את התחום המתאים לאי-השוויון $x + y \leq 7$.

(מומלץ למחוק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון.)

ד. מהי הצורה של התחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות הבאה?

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq 2 \\ x + y \leq 7 \end{cases}$$

29. מצאו את התחום האפשרי של כל אחת ממערכות אי-השוויונות הבאים.

א. $\begin{cases} x \leq 7 \\ y \geq 0 \\ -2x + y \leq -2 \end{cases}$

ב. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 4 \\ y \geq x - 1 \end{cases}$

ג. $\begin{cases} y \leq 5 \\ y \leq -x + 6 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \leq x \end{cases}$

30. נתונה מערכת אי-השוויונות הבאה:

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y + 2x \geq 4 \\ y \leq x + 6 \end{cases}$$

א. בדקו על-ידי הצבה אם הנקודה $(0, 2)$ מקיימת את מערכת אי-השוויונות.

ב. מצאו את התחום האפשרי (התחום המשותף) למערכת אי-השוויונות.

ג. האם הנקודה $(0, 2)$ ממוקמת בתחום האפשרי של מערכת אי-השוויונות?

ד. ציינו שיעורי נקודה שממוקמת בתחום האפשרי, ובדקו על-ידי הצבה שהיא אכן מקיימת את

מערכת אי-השוויונות.



31. בסופרמרקט יש שני סוגים של קופות: קופה מהירה וקופה רגילה.

בשעה מסוימת שילמו בשתי הקופות לכל היותר 30 אנשים.

נסמן ב- x את מספר הלקוחות ששילמו בקופה המהירה,

וב- y את מספר האנשים ששילמו בקופה הרגילה.

לפניכם מערכת אי-שוויונות המתאימה לסיפור האורייני:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \end{cases}$$

א. סרטטו במערכת צירים אחת את מערכת אי-השוויונות ומצאו את התחום האפשרי.

ב. (1) רשמו שיעורי נקודה הנמצאת בתחום האפשרי ומתאימה לסיפור האורייני.

(2) רשמו שיעורי נקודה הנמצאת בתחום האפשרי ולא מתאימה לסיפור האורייני.

ג. רשמו שיעורי נקודה, הנמצאת על אחד הקטעים התוחמים את התחום האפשרי.

מה מייצגים שיעורי הנקודה?

ד. היכן נמצאות הנקודות המתארות בדיוק 30 לקוחות ששילמו בקופות?



32. במהלך שיעור חזרה לקראת מבחן נותנת המורה לתלמידיה תרגילים קצרים

ותרגילים ארוכים.

כדי לקבל בונוס במבחן יש לפתור לפחות 10 תרגילים במהלך השיעור.

הדס פותרת תרגיל קצר ב-2 דקות, תרגיל ארוך ב-5 דקות והשיעור נמשך

50 דקות.

נסמן ב- x את מספר התרגילים הקצרים, וב- y את מספר התרגילים הארוכים.

לפניכם מערכת אי-שוויונות המתאימה לתרגילים שפתרה הדס במהלך השיעור:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 10 \\ 2x + 5y \leq 50 \end{cases}$$

א. סרטטו במערכת צירים אחת את מערכת אי-השוויונות ומצאו את התחום האפשרי.

ב. (1) האם הנקודה (6, 10) מתארת מצב שהדס קיבלה בונוס וגם ניצלה את כל זמן השיעור?

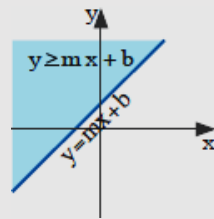
(2) האם הנקודה נמצאת בתחום האפשרי?



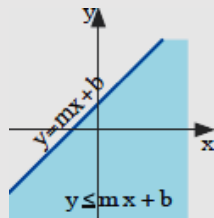
(ניתן להיעזר ביישומון לצורך פתרון השאלה.)

ב. רישום מערכת אי-שוויונות ליניאריים המתאימה לתחום נתון

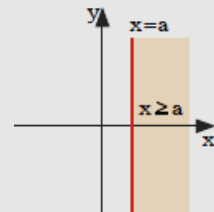
הסבר ודוגמה פתורה - התאמת ישר למשוואתו ורישום מערכת אי-שוויונות



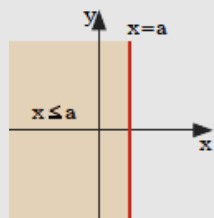
- כאשר משוואת הישר היא מהצורה $y = mx + b$, אז:
 - ✓ אם התחום המסומן מעל הישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $y \geq mx + b$.



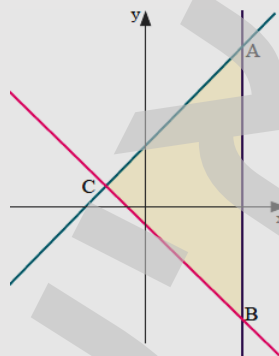
- ✓ אם התחום המסומן מתחת לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $y \leq mx + b$.



- כאשר משוואת הישר היא מהצורה $x = a$, אז:
 - ✓ אם התחום המסומן מימין לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $x \geq a$.



- ✓ אם התחום המסומן משמאל לישר (כולל הישר), אז אי-השוויון המתאים הוא $x \leq a$.



דוגמה

בסרטוט שלפניכם מופיע התחום האפשרי של מערכת אי-שוויונות. משוואות הישרים הן:

$$x = 5, \quad y = -x - 1, \quad -x + y = 3$$

- התאימו כל אחת מהמשוואות לגרף המופיע בסרטוט.
- רשמו אי-שוויונות המתאימים לתחום המסומן.

פתרון:

- בסרטוט מופיעים 3 ישרים. הישר המתאים למשוואה $x = 5$ הוא הישר המאונך לציר ה- x , כלומר הישר AB .
- את הישרים AC ו- BC נתאים בשתי דרכים.

דרך א' - לפי שיפוע

- שיפועו של הישר $y = -x - 1$ הוא $m = -1$. הישר המתאים למשוואה $y = -x - 1$ הוא הישר BC שהוא ישר יורד.
- כדי לזהות את שיפועו של הישר $-x + y = 3$, נעבור למשוואה המפורשת של הישר, ונקבל:
 $y = x + 3$. שיפועו של ישר זה הוא $m = 1$. הישר AC הוא ישר עולה.

דרך ב' - לפי נקודת החיתוך עם ציר ה-y

- האיבר החופשי במשוואת הישר $y = -x - 1$ הוא $b = -1$. לכן ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, -1)$. הישר המתאים למשוואה $y = -x - 1$ הוא הישר BC שבסרטוט, כי הוא חותך את ציר ה-y בחלקו השלילי.
- האיבר החופשי במשוואת הישר $-x + y = 3$ בהצגתו המפורשת $y = x + 3$ הוא $b = 3$. לכן ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, 3)$. הישר המתאים למשוואה זו הוא הישר AC שבסרטוט, כי הוא חותך את ציר ה-y בחלקו החיובי.

הערה:

אם שתי נקודות החיתוך עם ציר ה-y היו חיוביות את שתייהן שליליות, היינו מתאימים ישר לגרף לפי גבהי הנקודות על ציר ה-y.

תשובה: $x = 5$ מתאים לישר AB, $y = -x - 1$ מתאים לישר BC, $-x + y = 3$ מתאים לישר AC.

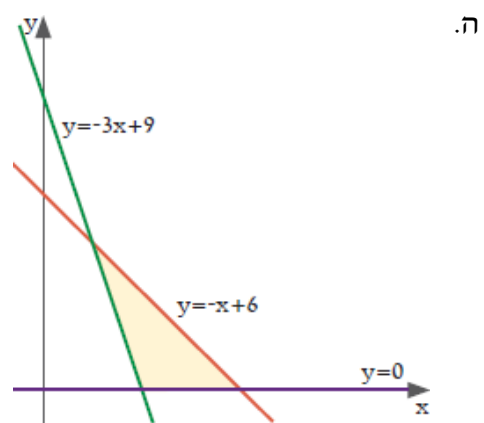
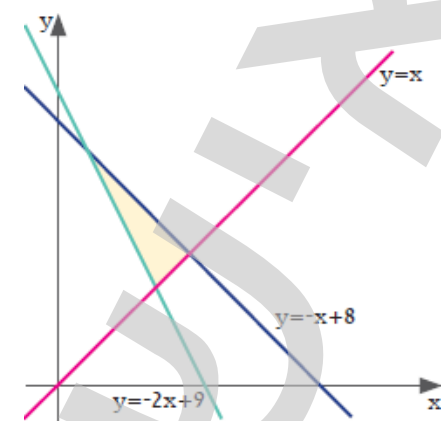
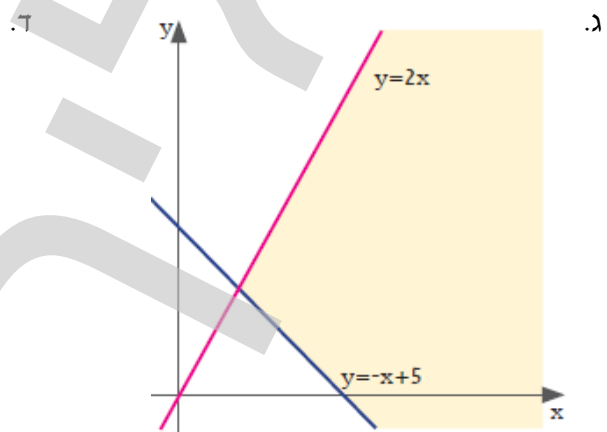
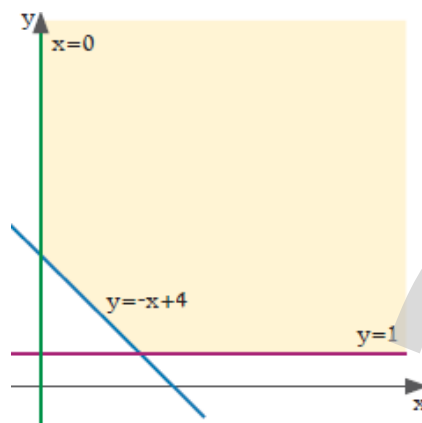
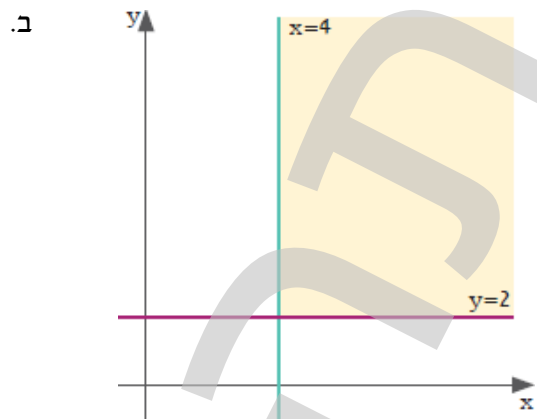
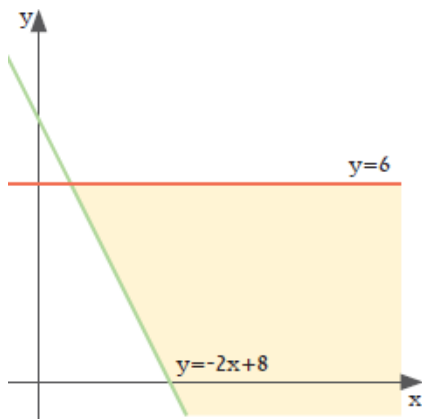
ב. נבנה את מערכת אי-השוויונות.

- התחום המסומן הוא משמאל לישר $x = 5$ (AB) ועל הישר (כי הקו רציף), ולכן אי-השוויון המתאים הוא $x \leq 5$.
 - התחום המסומן הוא מעל לישר $y = -x - 1$ (BC) ועל הישר (כי הקו רציף), ולכן אי-השוויון המתאים הוא $y \geq -x - 1$.
 - התחום המסומן הוא מתחת לישר $-x + y = 3$ (AC) ועל הישר (כי הקו רציף). המקדם של y הוא חיובי לכן אי-השוויון המתאים הוא $-x + y \leq 3$.
- הערה: אם המקדם של y היה שלילי, נכפול ב-(-1) ונשנה את סימן אי-השוויון.

תשובה: מערכת אי-השוויונות המתאימים לתחום המסומן היא:

$$x \leq 5, y \geq -x - 1, -x + y \leq 3$$

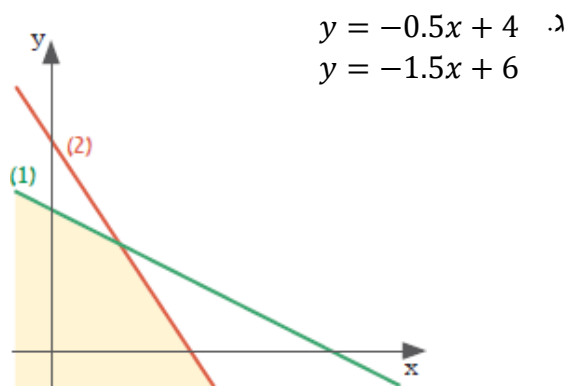
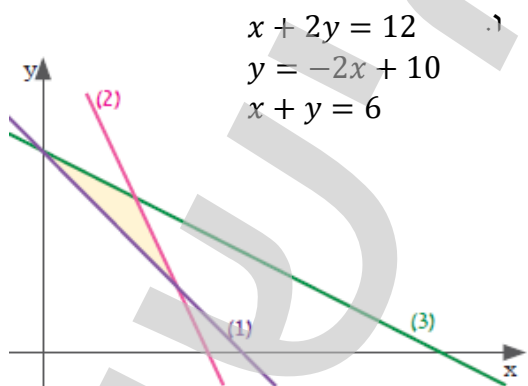
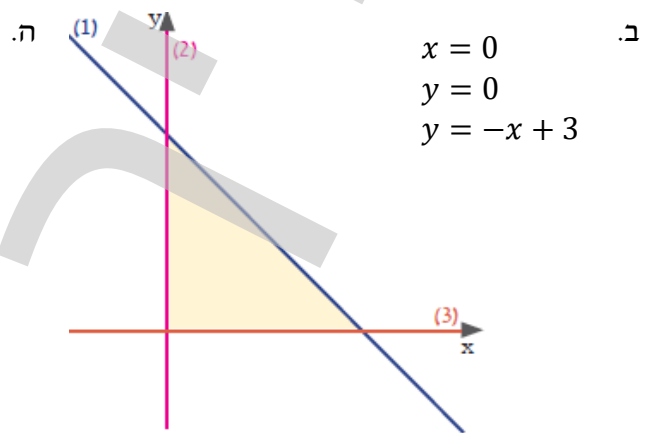
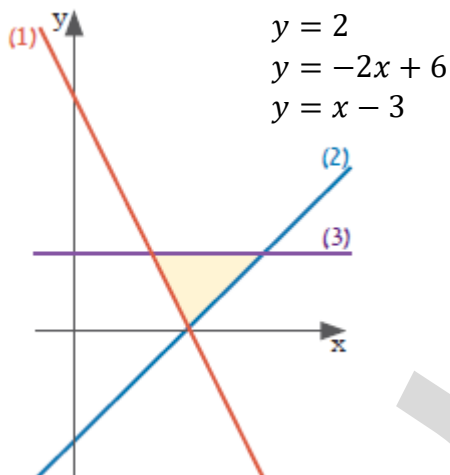
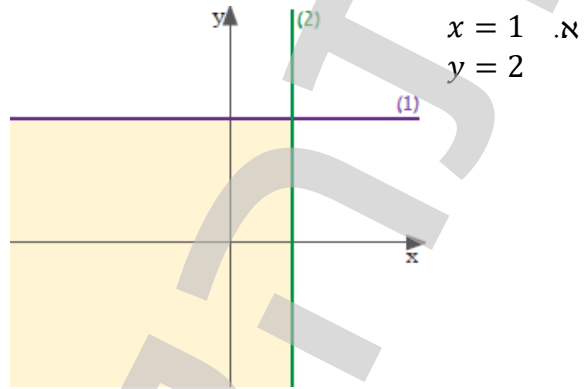
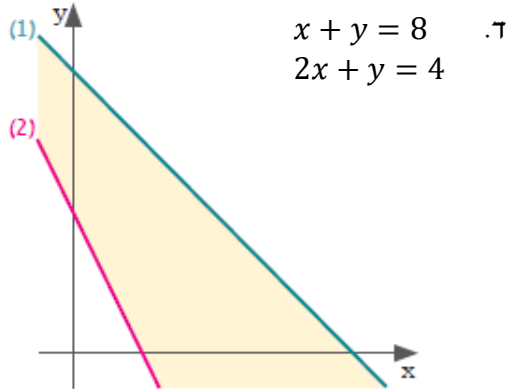
33. בכל סעיף רשמו מערכת אי-שוויונות המתאימה לתחום הצבוע.



34. בכל סעיף מוצגות משוואות ישרים ולצידם תחומים אפשריים. לגבי כל סעיף:

I. התאימו כל ישר למשוואתו.

II. רשמו את מערכת אי-השוויונות של התחום האפשרי (מסומן בצהוב).



מערכת אילוצים ופונקציית מטרה

בפרק זה נגדיר מהי מערכת אילוצים ומהי פונקציית המטרה שבאמצעותם ניתן למצוא פתרון לשאלות מחיי היום יום.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 116-117.

דוגמה פתורה - בניית מערכת אילוצים ופונקציית מטרה על פי תיאור מילולי

נגדיר!

- **אילוץ** – מגבלה מסוימת הניתנת בסיפור אורייני. האילוץ מתורגם לאי-שוויון מתמטי. למשל: נסמן ב- x את מספר ארונות המיוצרים במפעל ביום. מספר זה אינו יכול להיות שלילי, ולכן: $x \geq 0$.
 - **מערכת אילוצים** – מערכת אי-השוויונות המתארת את המגבלות בסיטואציה מסוימת. ביחידה זו תופיע מערכת האילוצים עם לכל היותר שני משתנים.
 - **התחום האפשרי** – התחום המשותף המתקבל ממערכת אילוצים.
 - **פונקציית המטרה** – בתכנון ליניארי פונקציה המטרה היא פונקציה ממעלה ראשונה בשני משתנים, שבאמצעותה ניתן למצוא את הערך המקסימלי או הערך המינימלי של סיטואציה. נסמן את פונקציית המטרה ב- $f(x, y)$.
- למשל: מפעל מייצר ביום x ארונות ו- y שידות.

✓ עלות הייצור של ארון היא 1000 שקלים ועלות הייצור של שידה היא 300 שקלים. עלות הייצור של כל ארון היא 1000 שקלים, ולכן עלות הייצור של x ארונות היא $1000x$. עלות הייצור של כל שידה היא 300 שקלים, ולכן עלות הייצור של y שידות היא $300y$. המטרה היא למצוא את עלות הייצור המינימלית (הקטנה ביותר), ולכן פונקציית המטרה תתאר את עלות הייצור של הארונות והשידות המיוצרים ביום והיא נכתבת באופן הבא:

$$f(x, y) = 1000x + 300y$$

אם ביום מסוים ייצרו 8 ארונות ו-4 שידות, נציב את הערכים הללו בפונקציית המטרה ונקבל שעלות הייצור ביום זה היא:

$$f(x, y) = 1000x + 300y$$

$$f(8, 4) = 1000 \cdot 8 + 300 \cdot 4 = 8000 + 1200 = 9200 \text{ שקלים}$$

שימו לב! העלות שחושבה כאן אינה בהכרח עלות מינימלית. בהמשך נלמד לבדוק אם אכן מדובר בעלות מינימלית באילוצים הקיימים.

✓ אם נתון הרווח לארון והרווח לשידה, ניתן לבנות באופן דומה פונקציית מטרה שתתאר את הרווח היומי. באמצעותה נלמד למצוא את הרווח המקסימלי (הגדול ביותר).



דוגמה

מפעל שוקולד קטן מייצר ביום x חפיסות שוקולד חלב ו- y חפיסות שוקולד מריר.

מספר החפיסות הכולל, המיוצר ביום לא יעלה על 800 חפיסות.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.

המפעל מרוויח 4 שקלים לחפיסת שוקולד חלב ו-5 שקלים לחפיסת שוקולד מריר.

ב. רשמו דוגמה לשיעורי x ו- y ביום מסוים, המקיימים את מערכת האילוצים.

ג. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את הרווח היומי הכולל של המפעל.

ד. הציבו בפונקציית המטרה את שיעורי ה- x וה- y שרשמתם בסעיף ג', ומצאו את הרווח היומי הכולל של המפעל ביום זה.

פתרון:

א. מספר חפיסות השוקולד אינו יכול להיות שלילי, ולכן נקבל את שני האילוצים הראשונים:

$$x \geq 0, y \geq 0$$

האילוץ השלישי מתקבל מהנתון לפיו מספר החפיסות הכולל לא יעלה על 800 חפיסות.

כלומר המספר הכולל של החפיסות משני הסוגים $(x+y)$ יהיה קטן או שווה ל-800.

לכן האילוץ השלישי הוא: $x + y \leq 800$

תשובה: מערכת האילוצים המתאימה לשאלה היא:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 800 \end{cases}$$

ב. לפי מערכת האילוצים, שיעורי ה- x וה- y צריכים להיות חיוביים וסכומם קטן או שווה ל-800.

בנוסף, x ו- y מייצגים את מספר חפיסות השוקולד, ולכן הם מספרים שלמים.

למשל: שיעוריהם יכולים להיות למשל: $x=300, y=400$.

ג. המידע שהתווסף הוא לגבי הרווח על כל סוג של חפיסת שוקולד:

• רווח המפעל על כל חפיסת שוקולד חלב הוא 4 שקלים, ולכן רווח המפעל על x חפיסות שוקולד חלב המיוצרות ביום הוא $4x$.

• רווח המפעל על כל חפיסת שוקולד מריר הוא 5 שקלים, ולכן רווח המפעל על y חפיסות שוקולד מריר המיוצרות ביום הוא $5y$.

• המטרה היא למצוא את הרווח המקסימלי (הגדול ביותר), ולכן פונקציית המטרה תתאר את הרווח ממכירת כל החפיסות המיוצרות ביום: $f(x, y) = 4x + 5y$.

תשובה: פונקציית המטרה המתארת את הרווח היומי הכולל של המפעל היא:

$$f(x, y) = 4x + 5y$$

ד. 3200 שקלים $f(300,400) = 4 \cdot 300 + 5 \cdot 400 = 1200 + 2000 = 3200$
תשובה: הרווח היומי הכולל של המפעל ביום זה הוא 3,200 שקלים.



35. במוקד מענה טלפוני עונים בכל שעה ל-30 שיחות לכל היותר (לא יותר).

א. האם ייתכן שבשעה מסוימת ענו במוקד ל-20 שיחות?

ב. האם ייתכן שבשעה מסוימת ענו במוקד ל-30 שיחות?

ג. האם ייתכן שבשעה מסוימת ענו במוקד ל-40 שיחות?



36. בחנות בגדים מוכרים x פריטים בכל יום.

רשמו מערכת אילוצים לכל אחד מהסעיפים הבאים:

א. בחנות הבגדים מוכרים לפחות (לא פחות) 30 פריטים ביום.

ב. בחנות הבגדים מוכרים לכל היותר (לא יותר) 100 פריטים ביום.



37. הילה החליטה בכל יום להקפיד על שתייה מוגברת של מים ולימונדה.

היא הגבילה את מספר כוסות הלימונדה ל-4 כוסות ביום לכל היותר.

מספר כוסות המים ביום הוא ללא הגבלה.

נסמן ב- x את מספר כוסות הלימונדה וב- y את מספר כוסות המים.

א. מהי מערכת האילוצים המתאימה לשאלה?

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad (1)$$

ב. תנו דוגמה למספר כוסות הלימונדה ולמספר כוסות המים שיכולה הילה לשתות באחד הימים.

38. תמר מתנדבת x שעות בשבוע בצהרון, ו-y שעות בשבוע במרכז לקשישים.

א. אם תמר מתנדבת בשני המקומות ביחד לפחות 10 שעות בשבוע.

מהי מערכת האילוצים המתאימה?

$$\begin{array}{ll} (1) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y > 10 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 10 \end{cases} \\ (3) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 10 \end{cases} \\ (4) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \end{cases} \end{array}$$

ב. אם תמר מתנדבת בשני המקומות ביחד פחות מ-15 שעות בשבוע.

מהי מערכת האילוצים המתאימה?

$$\begin{array}{ll} (1) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y > 15 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 15 \end{cases} \\ (3) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 15 \end{cases} \\ (4) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \end{cases} \end{array}$$



39. רון מתאמן כל שבוע בנגינה: x שעות בגיטרה ו-y שעות בפסנתר.

א. רון מתאמן בנגינה לכל היותר 8 שעות בשבוע. רשמו מערכת אילוצים

מתאימה.

ב. אם רון יתאמן בשבוע מסוים 4 שעות בכל כלי נגינה, האם מספר

השעות יתאים למערכת האילוצים שכתבתם בסעיף א'?

ג. רון מתאמן בנגינה יותר מ-5 שעות בשבוע. רשמו מערכת אילוצים מתאימה.



40. המחיר של 1 ק"ג תפוחים הוא 8 שקלים, והמחיר של 1 ק"ג אגסים הוא

10 שקלים.

א. מצאו את המחיר של 3 ק"ג תפוחים ו-2 ק"ג אגסים.

ב. מהי פונקציית המטרה המתארת את התשלום (בשקלים) עבור x ק"ג

תפוחים ו-y ק"ג אגסים:

$$f(x, y) = 8x + 10y \quad (1) \quad f(x, y) = 3x + 2y \quad (3)$$

$$f(x, y) = 10x + 8y \quad (2) \quad f(x, y) = 2x + 3y \quad (4)$$



41. בפיצרייה מוכרים ביום x פיצות משפחתיות ו- y פיצות אישיות. הרווח של הפיצרייה על פיצה משפחתית הוא 30 שקלים ועל פיצה אישית הוא 15 שקלים.
- א. מצאו את הרווח על 20 פיצות משפחתיות ו-15 פיצות אישיות.
- ב. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את הרווח של הפיצרייה ביום.
- ג. ביום מסוים הרווח של הפיצרייה היה 810 שקלים. ביום זה נמכרו 10 פיצות אישיות. כמה פיצות משפחתיות נמכרו ביום זה?



42. בתחרות קליעה לסל זוכים ב-4 נקודות על כל קליעה, ומפסידים 2 נקודות על כל החטאה.
- x מייצג את מספר הקליעות של משתתף בתחרות.
- y מייצג את מספר ההחטאות של משתתף בתחרות.
- א. רשמו את פונקציית המטרה, שתייצג את מספר הנקודות שצבר המשתתף בתחרות.
- ב. מה הערך של פונקציית המטרה אם $x = 5$ ו- $y = 9$?
- ג. רשמו 2 אפשרויות למשתתף שצבר 36 נקודות.
- ד. אילו מספרים ניתן להציב במקום x ו- y בשאלה זו?



43. חברת משלוחים מבצעת ביום x משלוחים בעיר ו- y משלוחים מחוץ לעיר. החברה יכולה לבצע עד 100 משלוחים ביום.
- א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.
- הרווח עבור משלוח בעיר הוא 20 שקלים ועבור משלוח מחוץ לעיר הוא 35 שקלים.
- ב. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את הרווח היומי הכולל עבור משלוחים בחברה.
- ג. מה הרווח של חברת המשלוחים ביום, שבו בוצעו 50 משלוחים מכל סוג?



44. בדוכן מיצים מוכרים ביום x כוסות מיץ תפוזים ו- y כוסות מיץ תפוחים.

בדוכן יכולים לסחוט לא יותר מ-180 כוסות משקה ביום.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.

ב. הראו כי: $x = 60$ ו- $y = 100$ מקיימים את מערכת האילוצים.

הרווח עבור כוס מיץ תפוזים הוא 5 שקלים ועבור כוס מיץ תפוחים הוא 7 שקלים.

ג. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את הרווח היומי הכולל עבור כוסות המשקה שנמכרות ביום.

ד. הציבו בפונקציית המטרה $x = 60$ ו- $y = 100$ ומצאו את הרווח היומי הכולל עבור כוסות המשקה שנמכרות ביום זה.



45. במאפייה אופים ביום x עוגות שוקולד ו- y עוגות גבינה.

במאפייה יכולים לאפות לכל היותר 40 עוגות ביום.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.

לכל עוגת שוקולד דרושות 3 ביצים, ולכל עוגת גבינה דרושות 4 ביצים.

במאפייה יש לכל היותר 120 ביצים.

ב. הוסיפו למערכת האילוצים את האילוץ החדש.

עוגת שוקולד נמכרת ב-65 שקלים, ועוגת גבינה נמכרת ב-80 שקלים.

ג. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את ההכנסה הכוללת של המאפייה ממכירת עוגות השוקולד ועוגות הגבינה.

ד. הראו כי: $x = 10$ ו- $y = 20$ מקיימים את מערכת האילוצים, ומצאו את ההכנסה הכוללת של המאפייה ממכירת עוגות השוקולד ועוגות הגבינה עבור הערכים הללו.

46. סוכנות נסיעות מציעה בכל יום טיולים: x טיולים עירוניים ו- y טיולים בטבע.

הסוכנות יכולה להפעיל במקביל לכל היותר 8 טיולים ביום.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.

לטיול עירוני מתאמת הסוכנות מדריך אחד, ולטיול בטבע מתאמת הסוכנות שני מדריכים.

בסוכנות מועסקים 30 מדריכים שיכולים להדריך בכל אחד מסוגי הטיולים.

ב. הוסיפו למערכת האילוצים את האילוץ החדש.

העלות של טיול עירוני היא 5000 שקלים, והעלות של טיול טבע היא 2000 שקלים.

ג. רשמו באמצעות x ו- y את פונקציית המטרה המתארת את העלות הכוללת ביום של הטיולים.

ד. רשמו דוגמה לשיעורי x ו- y ביום מסוים, המקיימים את מערכת האילוצים, ומצאו את העלות הכוללת של הטיולים ביום זה.



47. בעל חווה מכין תערובת מזון לפקר, הכוללת שני סוגי דגנים: תירס וסויה.

התערובת היומית מכילה לפחות 60 ק"ג פחמימות ולפחות 35 ק"ג חלבון.

בק"ג אחד של תירס יש 0.8 ק"ג פחמימות ו-0.2 ק"ג חלבון.

בק"ג אחד של סויה יש 0.3 ק"ג פחמימות ו-0.6 ק"ג חלבון.

נסמן ב-x ק"ג את כמות התירס וב-y ק"ג את כמות הסויה.

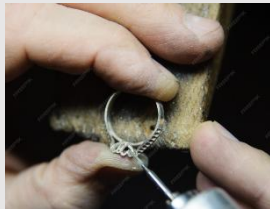
א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה.

מחיר 1 ק"ג תירס הוא 4.5 שקלים ומחיר 1 ק"ג סויה הוא 5.5 שקלים.

בעל החווה מעוניין להרכיב תערובת העונה על הדרישות התזונתיות בעלות מינימלית.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. מה תהיה עלות התערובת אם החקלאי ישתמש ב-50 ק"ג תירס ו-40 ק"ג סויה?



דוגמה פתורה - בניית מערכת אילוצים ופונקציית מטרה על פי טבלה

צורף מכין כל חודש שני סוגי תכשיטים: טבעות ושרשראות.

תהליך ההכנה כולל יציקה ושיבוץ אבנים.

לפניכם פרטי ההכנה והרווח של כל תכשיט.

	זמן היציקה (בשעות)	זמן השיבוץ (בשעות)	הרווח (בשקלים)
טבעת	1.5	2.5	500
שרשרת	2	3.5	750

לרשות הצורף עומדות בכל חודש 30 שעות עבודה ליציקה ו-55 שעות עבודה לשיבוץ.

נסמן ב-x את מספר הטבעות וב-y את מספר השרשראות.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

הצורף מעוניין להשיג רווח מקסימלי.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. מה יהיה הרווח של הצורף אם הוא יכין 10 טבעות ו-7 שרשראות בחודש?

פתרון:

- א. בשני הטורים הימניים שבטבלה מוצגים הנתונים לגבי זמן היציקה וזמן השיבוץ של טבעת ושרשרת.

במשפט שמתחת לטבלה נתונות ההגבלות לגבי זמן היציקה וזמן השיבוץ - זה יאפשר לבנות את מערכת האילוצים.

- הטור השמאלי שבטבלה מציג את הרווח לטבעת והרווח לשרשרת - זה יאפשר בהמשך השאלה לבנות את פונקציית המטרה.

- נתחיל בבניית מערכת האילוצים:

✓ **שני האילוצים הראשונים** מתבססים על כך שמספר הטבעות ומספר השרשראות שהצורף

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

✓ **האילוץ השלישי:**

לכל טבעת דרושות 1.5 שעות ליציקה, ולכן ל- x טבעות דרושות $1.5x$ שעות ליציקה.
לכל שרשרת דרושות 2 שעות ליציקה, ולכן ל- y שרשראות דרושות $2y$ שעות ליציקה.
בסך-הכול בחודש, דרושות לצורף $1.5x + 2y$ שעות ליציקה עבור הטבעות והשרשראות.
נתון שלרשות הצורף עומדות 30 שעות עבודה ליציקה, ולכן $1.5x + 2y$ אינו עולה על 30 שעות, כלומר 30 שעות או פחות מ- 30 שעות.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 1.5x + 2y \leq 30 \end{cases}$$

נוסיף את האילוץ השלישי למערכת האילוצים, ונקבל:

✓ **האילוץ הרביעי:**

לכל טבעת דרושות 2.5 שעות לשיבוץ, ולכן ל- x טבעות דרושות $2.5x$ שעות לשיבוץ.
לכל שרשרת דרושות 3.5 שעות לשיבוץ, ולכן ל- y שרשראות דרושות $3.5y$ שעות לשיבוץ.
בסך-הכול בחודש, דרושות לצורף $2.5x + 3.5y$ שעות לשיבוץ עבור הטבעות והשרשראות.
נתון שלרשות הצורף עומדות 55 שעות עבודה לשיבוץ, ולכן $2.5x + 3.5y$ אינו עולה על 55 שעות, כלומר 55 שעות או פחות מ- 55 שעות.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 1.5x + 2y \leq 30 \\ 2.5x + 3.5y \leq 55 \end{cases}$$

נוסיף את האילוץ הרביעי למערכת האילוצים, ונקבל:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 1.5x + 2y \leq 30 \\ 2.5x + 3.5y \leq 55 \end{cases}$$

תשובה: מערכת האילוצים היא:

ב. נתון שהצורף מעוניין להשיג רווח מקסימלי, כלומר מטרתו להשיג רווח מקסימלי. לכן פונקציית המטרה תייצג את הרווח של הצורף.

המידע לגבי הרווח של הצורף מוצג כאמור בטור השמאלי בטבלה.

הצורף מרוויח 500 שקלים עבור כל טבעת, ולכן עבור x טבעות הרווח שלו יהיה $500x$ שקלים.
הצורף מרוויח 750 שקלים עבור כל שרשרת, ולכן עבור y שרשראות הרווח שלו יהיה $750y$ שקלים.

הרווח הכולל של הצורף עבור x טבעות ו- y שרשראות הוא: $500x + 750y$.

תשובה: פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 500x + 750y$.

ג. אם הצורך יכין בחודש 10 טבעות $x=10$ ו-7 שרשראות $y=7$, נוכל למצוא את הרווח שלו

באמצעות הצבה בפונקציית המטרה: $f(x, y) = 500x + 750y$

$f(10, 7) = 500 \cdot 10 + 750 \cdot 7 = 5000 + 5250 = 10250$ שקלים

תשובה: אם הצורך יכין בחודש 10 טבעות ו-7 שרשראות הוא ירוויח באותו החודש 10,250 שקלים.



48. באולם אירועים יושבים המוזמנים סביב שולחנות.

מספר הסועדים סביב שולחן	שכר מלצר לשולחן (בשקלים)	
6	200	שולחן קטן
10	300	שולחן גדול

נסמן ב- x את מספר השולחנות הקטנים, וב- y את מספר השולחנות הגדולים.

באולם יש לכל היותר 15 שולחנות גדולים.

באירוע המתקיים באולם יכולים להשתתף לכל היותר 400 אורחים וכולם יושבים סביב שולחן, ללא מקומות ישיבה פנויים.

א. מהי מערכת האילוצים המתאימה לשאלה?

$$\begin{array}{lll} (1) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 15 \\ 6x + 10y \geq 400 \end{cases} & (2) \\ (3) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 15 \\ 6x + 10y \leq 400 \end{cases} & \end{array}$$

אולם האירועים מעוניין שעלות שכר המלצרים תהיה מינימלית.

ב. הסבירו מדוע אירוע שבו 20 שולחנות קטנים ו-12 שולחנות גדולים מקיים את מערכת האילוצים.

ג. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) מה תהיה עלות השכר של המלצרים באירוע, שבו 20 שולחנות קטנים ו-12 שולחנות גדולים?



49. הוצאה לאור מתכננת להדפיס במסגרת פרוייקט מסוים שני סוגי ספרים :

ספרי ילדים וספרי בישול.

התהליך דורש : שעות עריכה ושעות הדפסה.

לפניכם הזמנים והעלות של כל ספר.

זמן עריכה (בשעות)	זמן הדפסה (בשעות)	העלות (בשקלים)	
10	1	25	ספר ילדים
18	2	40	ספר בישול

לרשות ההוצאה עומדות 360 שעות עריכה ו-150 שעות הדפסה עבור הפרוייקט.

נסמן ב- x את מספר ספרי הילדים וב- y את מספר ספרי הבישול בפרוייקט.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

ההוצאה לאור מעוניינת שעלות הספרים תהיה מינימלית.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) מה תהיה העלות אם במסגרת הפרוייקט יערכו וידפיסו 18 ספרי ילדים ו-10 ספרי בישול?



50. חברה מייצרת שני דגמים של גופי תאורה : דגם א' ודגם ב'.

תהליך הייצור כולל הרכבה ובקרת איכות.

לפניכם זמני הייצור והרווח של כל דגם.

זמן הרכבה (בדקות)	זמן בקרת איכות (בדקות)	הרווח (בשקלים)	
10	3	50	דגם א'
20	4	65	דגם ב'

מחלקת ההרכבה יכולה לעבוד עד 6000 דקות בחודש, ומחלקת בקרת האיכות יכולה לעבוד עד 1000 דקות בחודש.

נסמן ב- x את מספר גופי התאורה מדגם א' וב- y את מספר גופי התאורה מדגם ב' המיוצרים בחודש.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

החברה מעוניינת להשיג רווח מקסימלי.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) מה יהיה רווח החברה אם היא תייצר 200 גופי תאורה מדגם א' ו-100 גופי תאורה מדגם ב'?



51. לאירוע הוזמנו מחנות פרחים זרים בשני גדלים : זר קטן וזר גדול.

הזרים מורכבים משני סוגים של פרחים : ורדים וחבצלות.

לפניכם כמות הפרחים והרווח לכל זר.

מספר הורדים	מספר החבצלות	הרווח (בשקלים)
5	3	40
12	8	90

במלאי של החנות יש 300 ורדים ו-200 חבצלות.

נסמן ב- x את מספר הזרים הקטנים וב- y את מספר הזרים הגדולים לאירוע.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

החנות מעוניינת להשיג רווח מקסימלי.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) בחנות הכינו 10 זרים גדולים. כמה זרים קטנים הכינו, אם הרווח היה 2,100 שקלים?

52. לחיה מסוימת ניתן תפריט לתקופה קצובה הכולל שני סוגי מזון בלבד : מזון מסוג א' ומזון מסוג ב'.

התכולה של יחידת מזון אחת מכל סוג נתונה בטבלה :

גרם פחמימות	גרם חלבונים	מיליגרם ויטמינים	מחיר יחידת מזון
ליחידת מזון	ליחידת מזון	ליחידת מזון	(בשקלים)
1	8	1	14
4	2	1	30

לפי התפריט, על החיה לאכול במשך יממה לפחות 6 גרם פחמימות, לפחות 12 גרם חלבונים ולפחות 3 מיליגרם ויטמינים.

נסמן ב- x את מספר יחידות המזון מסוג א' וב- y את יחידות המזון מסוג ב'.

המטרה היא שההוצאה הכספית תהיה מינימלית.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. מה תהיה ההוצאה הכספית עבור 3 יחידות מסוג א' ו-4 יחידות מסוג ב'?



53. חברת קוסמטיקה מייצרת שני סוגי קרמים : קרם לחות וקרם הגנה.
תהליך הייצור מורכב משלושה שלבים עיקריים : ערבוב חומרים, מילוי ובישום
ואריזה.

לפניכם פירוט הזמן הדרוש בכל שלב והרווח לכל קרם.

זמן ערבוב (בדקות)	זמן מילוי ובישום (בדקות)	זמן אריזה (בדקות)	הרווח (בשקלים)
10	3	1	40
8	2	2	20

במהלך שבוע עבודה אחד ניתן להקצות לערבוב 4000 דקות לכל היותר, למילוי ובישום 1500 דקות
לכל היותר, ולאריזה - 1000 דקות לכל היותר.

נסמן ב-x את מספר היחידות של קרם לחות וב-y את מספר היחידות של קרם הגנה.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

בחברה מעוניינים להשיג רווח מקסימלי.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) מה יהיה הרווח של החברה אם ימכרו 100 יחידות של קרם לחות ו-100 יחידות של קרם הגנה?



54. במשתלה שותלים שני סוגי עציצים : קטנים וגדולים.

לכל עציץ דרושים אדמה ודשן.

בעציץ קטן יש 500 גרם אדמה ו-40 גרם דשן.

בעציץ גדול יש 800 גרם אדמה ו-60 גרם דשן.

הרווח של המשתלה לעציץ קטן הוא 20 שקלים ולעציץ גדול 30 שקלים.

א. העתיקו את הטבלה למחברתכם והשלימו בה את הערכים החסרים.

אדמה (גרם)	דשן (גרם)	הרווח (בשקלים)
		עציץ קטן
		עציץ גדול

נסמן ב-x את מספר העציצים הקטנים וב-y את מספר העציצים הגדולים.

למילוי העציצים הוקצו 10,000 גרם אדמה ו-500 גרם דשן.

ב. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

המשתלה מעוניינת ברווח המקסימלי.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.



55. במתפרה תופרים חולצות ומכנסיים.

בהכנת כל בגד יש 3 שלבים: גזירה, תפירה, גיהוץ.

להכנת חולצה דרושות 8 דקות גזירה, 20 דקות תפירה ו-4 דקות גיהוץ.

להכנת מכנסיים דרושות 10 דקות גזירה, 30 דקות תפירה ו-4 דקות

גיהוץ.

ההוצאות של המתפרה בהכנת חולצה הם 70 שקלים ובהכנת מכנסיים 100 שקלים.

א. העתיקו את הטבלה למחברתכם והשלימו בה את הערכים החסרים.

ההוצאות (בשקלים)				
				חולצה
				מכנסיים

נסמן ב- x את מספר החולצות וב- y את מספר המכנסיים.

להכנת הזמנה מסוימת הוקצו 2400 דקות לגזירה, 6000 דקות לתפירה ו-1000 דקות לגיהוץ.

ב. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

המתפרה מעוניינת בהוצאות מינימליות על ההזמנה.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. מה גובה ההוצאות של המתפרה אם ההזמנה כוללת 150 חולצות ו-100 מכנסיים?

מציאת הקדקודים של תחום אפשרי

בפרק זה נעסוק במציאת התחום האפשרי המתאים למערכת אילוצים, ונתמקד במציאת קדקודי התחום האפשרי. נעסוק בתחום אפשרי סגור ובתחום אפשרי פתוח.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 117-118.



דוגמה פתורה - מציאת קדקודים של תחום אפשרי סגור

בנגרייה מייצרים שני סוגים של כיסאות: כיסא מטבח וכיסא סלוני. התהליך מורכב משני שלבים עיקריים: חיתוך ועיבוד. במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד החיתוך במשך 10 שעות לכל היותר, ואת ציוד העיבוד אפשר להפעיל במשך 8 שעות לכל היותר. פירוט הזמן הדרוש לכל שלב בייצור כיסא אחד נתון בטבלה הבאה:

	זמן חיתוך (בשעות)	זמן עיבוד (בשעות)	הרווח (בשקלים)
כיסא מטבח	1	2	50
כיסא סלוני	2	1	200

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

הנגרייה מעוניינת להשיג רווח מקסימלי.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

פתרון:

- א. נסמן ב- x את מספר כיסאות המטבח, וב- y את מספר הכיסאות הסלונים. מספריהם אינם שליליים, ולכן נקבל את שני האילוצים הראשונים: $x \geq 0$, $y \geq 0$.
- האילוץ השלישי מתקבל מהנתונים לגבי זמן החיתוך: לכל כיסא מטבח דרושה 1 שעה לחיתוך, ולכן ל- x כיסאות מטבח דרושות $x \cdot 1$ שעות לחיתוך. לכל כיסא סלוני דרושות 2 שעות לחיתוך, ולכן ל- y כיסאות סלונים דרושות $y \cdot 2$ שעות לחיתוך. במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד החיתוך במשך 10 שעות לכל היותר, ולכן: $x + 2y \leq 10$

- **האילוץ הרביעי** מתקבל מהנתונים לגבי זמן העיבוד :

לכל כיסא מטבח דרושות 2 שעות לעיבוד, ולכן ל- x כיסאות מטבח דרושות $2 \cdot x$ שעות לעיבוד.
לכל כיסא סלוני דרושה 1 שעה לעיבוד, ולכן ל- y כיסאות סלונים דרושות $1 \cdot y$ שעות לעיבוד.
במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד העיבוד במשך 8 שעות לכל היותר, ולכן :

$$2x + y \leq 8$$

תשובה : מערכת האילוצים היא :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 10 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

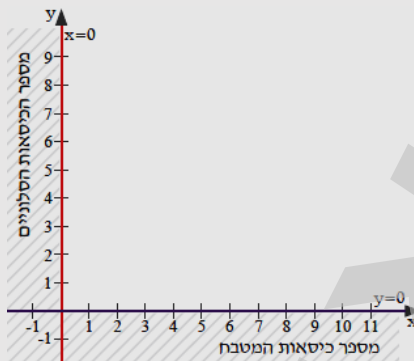
ב. נתון שהנגרייה מעוניינת להשיג רווח מקסימלי, כלומר מטרתה להשיג רווח מקסימלי. לכן פונקציית המטרה תייצג את הרווח של הנגרייה. המידע לגבי הרווח של הנגרייה מוצג בטור השמאלי בטבלה.

הנגרייה מרוויחה 50 שקלים עבור כל כיסא מטבח, ולכן עבור x כיסאות מטבח הרווח שלה יהיה $50x$ שקלים.

הנגרייה מרוויחה 200 שקלים עבור כל כיסא סלוני, ולכן עבור y כיסאות סלונים הרווח שלה יהיה $200y$ שקלים.

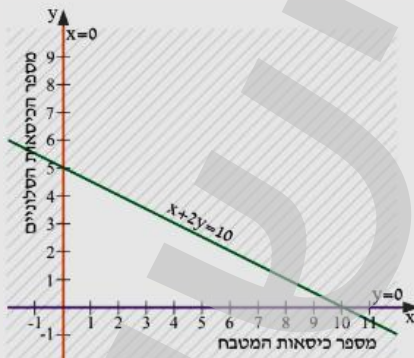
הרווח הכולל הוא : $50x + 200y$.

תשובה : פונקציית המטרה היא : $f(x, y) = 50x + 200y$.



ג. נסרטט את מערכת האילוצים במערכת הצירים.

- שני האילוצים הראשונים מגבילים את התחום לרביע הראשון. נמחק את התחום שאינו מתאים :



- נסרטט את הישר המתאים לאי-השוויון השלישי

במערכת האילוצים : $x + 2y = 10$.

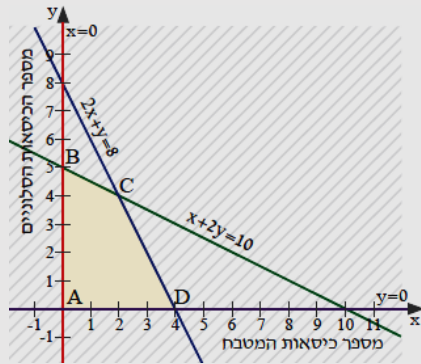
נבנה טבלה ערכים :

x	0	10	4
y	5	0	3

נסרטט ישר העובר דרך הנקודות : $(0, 5)$, $(10, 0)$, $(4, 3)$.

נמחק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון :

$$x + 2y \leq 10$$



- נסרטט את הישר המתאים לאי-השוויון הרביעי במערכת האילוצים: $2x + y = 8$.

נבנה טבלה ערכים:

x	0	4	1
y	8	0	6

נסרטט ישר העובר דרך הנקודות: $(0, 8)$, $(4, 0)$, $(1, 6)$.

נמחק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון:

$$2x + y \leq 8$$

- התחום האפשרי, הוא התחום המרובע שנשאר ללא קווקו. ניתן להדגיש בצבע את השטח שנותר (כאן הודגש בצהוב). התחום האפשרי שהתקבל ממערכת האילוצים הוא התחום המשותף המתאים לכל האילוצים, כולל הנקודות שעל הצלעות שתוחמות את התחום האפשרי. בשאלה זו התחום האפשרי הוא **תחום סגור** שצורתו מרובע. נסמן את קדקודיו ב-A, B, C, D, ונמצא את שיעוריהם. עד כה יכולנו לקרוא את שיעורי הנקודות מתוך הסרטוט. כעת נמצא את שיעוריהן באמצעות הכלים שלמדנו בגיאומטריה אנליטית. נקודה A היא ראשית הצירים (נקודת החיתוך בין הישרים: $x=0$ ו- $y=0$), כלומר $A(0, 0)$. נקודה B היא נקודת החיתוך בין הישר $x + 2y = 10$ וציר ה-y. נקודה זו מופיעה בטבלת הערכים: $B(0, 5)$. נקודה C היא נקודת החיתוך בין הישר $x + 2y = 10$ והישר $2x + y = 8$.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad \text{כלומר עלינו לפתור את מערכת המשוואות:}$$

דרך א' - השוואת המקדמים

נכפול את המשוואה הראשונה ב-(-2) ונחבר את המשוואות.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 & / \cdot (-2) \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} -2x - 4y = -20 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$-3y = -12 \quad / : (-3)$$

$$\boxed{y = 4}$$

נציב $y = 4$ במשוואה הראשונה, ונקבל:

$$x + 2 \cdot 4 = 10$$

$$x + 8 = 10 \quad / -8$$

$$\boxed{x = 2}$$

נקודת החיתוך בין הישרים היא: $C(2, 4)$.

דרך ב' - שיטת ההצבה

נבודד את x במשוואה הראשונה: $x + 2y = 10 \Rightarrow x = 10 - 2y$
נציב את הביטוי שהתקבל במשוואה השנייה: $2x + y = 8 \Rightarrow 2 \cdot (10 - 2y) + y = 8$

$$20 - 4y + y = 8$$

$$20 - 3y = 8 \quad /-20$$

$$-3y = -12 \quad /:(-3)$$

$$\boxed{y = 4}$$

נציב $y = 4$ במשוואה הראשונה, ונקבל:

$$x + 2 \cdot 4 = 10 \quad /-8$$

$$\boxed{x = 2}$$

נקודת החיתוך בין הישרים היא: $C(2, 4)$.

נקודה D היא נקודת החיתוך בין הישר $2x + y = 8$ וציר ה- x .

נקודה זו מופיעה בטבלת הערכים: $D(4, 0)$.

תשובה: שיעורי הקדקודים של התחום האפשרי הם: $A(0, 0)$, $B(0, 5)$, $C(2, 4)$, $D(4, 0)$.

הערה:

בהמשך נלמד כיצד שיעורי הקדקודים קשורים לפונקציית המטרה ולמציאת הערך המינימלי או הערך המקסימלי.

56. שירה מכינה תליונים ועגילים.



בכל תליון משבצת שירה 4 חרוזים ובכל עגיל היא משבצת 2 חרוזים.

לשירה יש 40 חרוזים.

סמנו ב- x את מספר התליונים וב- y את מספר העגילים.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

עלות הכנה של תליון היא 25 שקלים, ועלות הכנה של עגיל היא 20 שקלים.

שירה מעוניינת שהעלות שלה תהיה מינימלית.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

הידעתם?

גבינות רכות כמו גבינה לבנה, ריקוטה או קממבר מכילות הרבה מים - לפעמים עד 70% ממשקלן. הוצאת הנוזלים מגבינות קשות כמו פרמזן, גאודה וקשקבל מתבצעת בלחץ גבוה, לכן הן יכולות להישמר חודשים ארוכים. ככל שגבינה קשה יותר - יש בה ביחס למשקלה פחות מים ויותר שומן וחלבון.



57. יצרן גבינות מייצר גבינות קשות וגבינות רכות.

לייצור 1 ק"ג גבינה קשה יש צורך ב-3 ליטר חלב וב-2 שעות ייצור.

לייצור 1 ק"ג גבינה רכה יש צורך ב-2 ליטר חלב וב-3 שעות ייצור.

לייצור הזמנה מסוימת של גבינות יש ליצרן לכל היותר 42 ליטר חלב, ולפחות 18 שעות ייצור.

סמנו ב-x ק"ג את הכמות של הגבינה הקשה וב-y ק"ג את הכמות של הגבינה הרכה.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

היצרן מרוויח על 1 ק"ג גבינה קשה 50 שקלים, ועל 1 ק"ג גבינה רכה 30 שקלים.

היצרן מעוניין להשיג רווח מקסימלי

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.



58. דן מכין סלט פירות גדול המורכב מבננות ומנגו. הוא מתכנן להכין סלט

שיהיה בו לפחות 1 ק"ג מנגו ולא יותר מ-4 ק"ג מנגו.

המשקל הכולל של הסלט הוא לכל היותר 6 ק"ג.

סמנו ב-x ק"ג את הכמות של הבננות וב-y ק"ג את הכמות של המנגו.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

מחיר 1 ק"ג בננות הוא 15 שקלים ומחיר 1 ק"ג מנגו הוא 8 שקלים.

דן מעוניין להכין סלט במחיר מינימלי.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.



59. במוסך מסוים מבצעים טיפולים בבלמים וטיפולים תקופתיים.

ביום עבודה עוסקים בלא יותר מ-15 טיפולים.

במוסך יש עובדים, המספקים יחד 16 שעות עבודה ביום.

טיפול בבלמים אורך שעתיים וטיפול תקופתי אורך שעה.

סמנו ב-x את מספר הטיפולים בבלמים, וב-y את מספר הטיפולים התקופתיים.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

הרווח של המוסך מטיפול בבלמים הוא 300 שקלים, והרווח מטיפול תקופתי הוא 550 שקלים.

המוסך מעוניין ברווח מקסימלי.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.



60. חברת הובלה מפעילה שני סוגי משאיות: משאיות קטנות ומשאיות

גדולות.

שיבוץ המשאיות להובלות השונות מורכב מ-3 שיקולים שעומדים לרשות

החברה: זמן הנסיעה, כמות הדלק ומספר הנהגים, כמפורט בטבלה:

ההוצאות לנסיעה (בשקלים)	מספר הנהגים	כמות דלק (בליטר)	זמן נסיעה (בשעות)	
100	1	2	3	משאית קטנה
150	1	4	1	משאית גדולה

זמן הנסיעה הכולל אינו עולה על 24 שעות ביום, כמות הדלק אינה עולה על 12 ליטר ומספר הנהגים

הוא לכל היותר 12 נהגים.

סמנו ב-x את מספר המשאיות הקטנות וב-y את מספר המשאיות הגדולות.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

חברת ההובלות מעוניינת בהוצאות מינימליות.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.



61. באולם אירועים מכינים לאירוע מסוים 2 סוגים של תבשילים: תבשיל א' ותבשיל ב'.

ההכנה של תבשיל א' מורכבת מ-3 שלבים: חיתוך, בישול ואפייה.

ההכנה של תבשיל ב' מורכבת מ-2 שלבים: חיתוך ובישול.

פירוט הזמנים והעלויות נתון בטבלה הבאה.

זמן החיתוך (בדקות)	זמן הבישול (בדקות)	זמן האפייה (בדקות)	העלות (בשקלים)
5	10	5	50
5	20	0	40

זמן החיתוך הכולל אינו עולה על 150 דקות, זמן הבישול הכולל הוא לפחות 300 דקות וזמן האפייה הוא לפחות 25 דקות.

סמנו ב- x את מספר היחידות מתבשיל א' וב- y את מספר היחידות מתבשיל ב'.

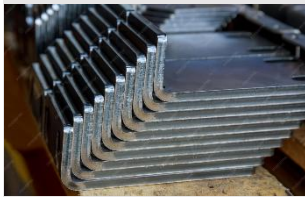
א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

אולם האירועים מעוניין בהוצאות מינימליות.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

דוגמה פתורה - מציאת קדקודים של תחום אפשרי פתוח



במפעל יש שתי מכונות: מכונה א' ומכונה ב'.

לפניהם פירוט סוגי הרכיבים, מספרם והעלות לגבי כל מכונה.

מספר רכיבי פלדה ביום	מספר רכיבי אלומיניום ביום	העלות היומית (בשקלים)
4	2	3000
3	4	2000

המפעל מעוניין לייצר לפחות 180 רכיבי פלדה ולפחות 160 רכיבי אלומיניום.

סמנו ב- x את מספר הימים שבהם מופעלת מכונה א', וב- y את מספר הימים שבהם מופעלת מכונה ב'.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

המפעל מעוניין לעמוד בדרישות האספקה בהוצאה כספית מינימלית.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

פתרון:

- א. מספר הימים שבהם מופעלת כל מכונה אינו שלילי, ולכן נקבל את שני האילוצים הראשונים:

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- האילוץ השלישי מתקבל מהנתונים לגבי מספר רכיבי הפלדה:
 - במכונה א' מיוצרים ביום 4 רכיבי פלדה, ולכן ב-x ימים מיוצרים $4 \cdot x$ רכיבי פלדה.
 - במכונה ב' מיוצרים ביום 3 רכיבי פלדה, ולכן ב-y ימים מיוצרים $3 \cdot y$ רכיבי פלדה.
 - במפעל מעוניינים לייצר לפחות 180 רכיבי פלדה, ולכן: $4x + 3y \geq 180$.
- האילוץ הרביעי מתקבל מהנתונים לגבי מספר רכיבי האלומיניום:
 - במכונה א' מיוצרים ביום 2 רכיבי אלומיניום, ולכן ב-x ימים מיוצרים $2 \cdot x$ רכיבי אלומיניום.
 - במכונה ב' מיוצרים ביום 4 רכיבי אלומיניום, ולכן ב-y ימים מיוצרים $4 \cdot y$ רכיבי אלומיניום.
 - במפעל מעוניינים לייצר לפחות 160 רכיבי אלומיניום, ולכן: $2x + 4y \geq 160$.

תשובה: מערכת האילוצים היא:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 3y \geq 180 \\ 2x + 4y \geq 160 \end{cases}$$

- ב. המפעל מעוניין בעלויות מינימליות, כלומר מטרתו להשיג עלות מינימלית. לכן פונקציית המטרה

תייצג את העלות של המפעל מהפעלת שתי המכונות המוצגת בטור השמאלי בטבלה.

העלות היומית בהפעלת מכונה א' היא 3000 שקלים, ולכן בהפעלתה במשך x ימים העלות תהיה $3000x$ שקלים.

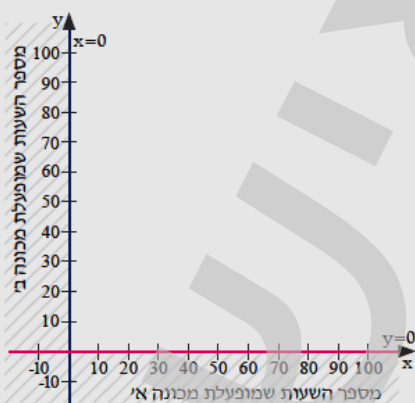
העלות היומית בהפעלת מכונה ב' היא 2000 שקלים, ולכן בהפעלתה במשך y ימים העלות תהיה $2000y$ שקלים.

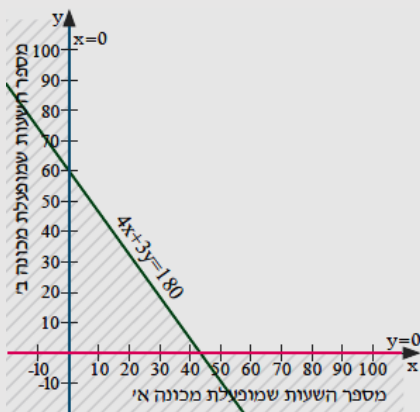
העלות הכוללת היא: $3000x + 2000y$.

תשובה: פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 3000x + 2000y$.

- ג. נסרטט את מערכת האילוצים במערכת הצירים.

- שני האילוצים הראשונים מגבילים את התחום לרביע הראשון. נמחק את התחום שאינו מתאים:





- נסרטט את הישר המתאים לאי-השוויון השלישי

במערכת האילוצים: $4x + 3y = 180$.

נבנה טבלה ערכים:

x	0	45	30
y	60	0	20

נסרטט ישר העובר דרך הנקודות:

$(0, 60)$, $(45, 0)$, $(30, 20)$.

נמחק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון:

$$4x + 3y \geq 180$$

- נסרטט את הישר המתאים לאי-השוויון הרביעי

במערכת האילוצים: $2x + 4y = 160$.

נבנה טבלה ערכים:

x	0	80	20
y	40	0	30

נסרטט ישר העובר דרך הנקודות:

$(0, 40)$, $(80, 0)$, $(20, 30)$.

נמחק את התחום שאינו מתאים לאי-השוויון:

$$2x + 4y \geq 160$$

- התחום האפשרי, הוא התחום שלא מקוקו.

בשאלה זו התחום האפשרי הוא תחום פתוח.

ניתן להדגיש בצבע את התחום האפשרי - כאן הודגש בצהוב.

התחום האפשרי שהתקבל ממערכת האילוצים הוא התחום המשותף המתאים לכל האילוצים,

כולל הנקודות שעל הצלעות שתוחמות את התחום האפשרי בחלקו.

נסמן את קדקודיו ב-A, B, C, ונמצא את שיעוריהם.

נקודה A היא נקודת החיתוך בין הישר $4x + 3y = 180$ וציר ה-y.

נקודה זו מופיעה בטבלת הערכים: $A(0, 60)$.

נקודה B היא נקודת החיתוך בין הישר $4x + 3y = 180$ והישר $2x + 4y = 160$.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 180 \\ 2x + 4y = 160 \end{cases}$$

כלומר עלינו לפתור את מערכת המשוואות:

נפתור את מערכת המשוואות בשיטת השוואת המקדמים

נכפול את המשוואה השנייה ב-(-2) ונחבר את המשוואות.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 180 \\ 2x + 4y = 160 \end{cases} \quad / \cdot (-2)$$

$$+ \begin{cases} 4x + 3y = 180 \\ -4x - 8y = -320 \end{cases}$$

$$-5y = -140 \quad / : (-5)$$

$$y = 28$$

נציב את $y = 28$ באחת המשוואות, ונקבל: $4x + 3 \cdot 28 = 180$

$$4x + 84 = 180 \quad / -84$$

$$4x = 96 \quad / : 4$$

$$x = 24$$

נקודת החיתוך בין הישרים היא: $B(24, 28)$.

נקודה C היא נקודת החיתוך בין הישר $2x + 4y = 160$ וציר ה-x.

נקודה זו מופיעה בטבלת הערכים: $C(0, 80)$.

תשובה: שיעור הקדקודים של התחום האפשרי הם: $A(0, 60)$, $B(24, 28)$, $C(0, 80)$.

סיכום

כאשר התחום האפשרי הוא תחום פתוח או תחום סגור, שלבי הפתרון זהים והם:

- בניית מערכת האילוצים.
 - בניית פונקציית המטרה.
 - סרטוט התחום האפשרי על פי מערכת האילוצים.
 - מציאת שיעורי הקדקודים של התחום האפשרי.
- בפרק הבא נלמד כיצד שיעורי הקדקודים קשורים לפונקציית המטרה ולמציאת הערך המינימלי או הערך המקסימלי.



62. במספרה מסוימת מתקבלים לקוחות שהם גברים או ילדים.

כדי להרוויח מקבלת המספרה לפחות 20 לקוחות ביום.

נסמן ב-x את מספר הגברים וב-y את מספר הילדים שמסתפרים ביום.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

תספורת לגבר אורכת 30 דקות, ותספורת לילד אורכת 20 דקות.

המספרה מעוניינת בזמן עבודה מינימלי.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.



63. לקראת תחילת השנה מתכוונת דנה לקנות שני סוגי מחברות לבית הספר : מחברות שורות ומחברות משובצות.

היא מתכוונת לקנות לפחות 3 מחברות שורות, לפחות 10 מחברות משובצות ולפחות 30 מחברות משני הסוגים.

מחיר מחברת שורות הוא 12 שקלים ומחיר מחברת משובצת הוא 15 שקלים. דנה מעוניינת לשלם מחיר מינימלי עבור המחברות.

סמנו ב- x את המספר של מחברות השורות, וב- y את המספר של המחברות המשובצות. א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה.

ב. מצאו את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים ואת קדודיו.

ג. תנו דוגמה למספר המחברות מכל סוג שיכולה דנה לקנות.



64. במפעל מייצרים שני מוצרים : קמח לבן וקמח מלא.

קו ייצור א' מייצר בשעת עבודה 500 ק"ג קמח לבן ו-250 ק"ג קמח מלא.

קו ייצור ב' מייצר בשעת עבודה 300 ק"ג קמח לבן ו-450 ק"ג קמח מלא.

במפעל הוזמנו לפחות 6000 ק"ג קמח לבן ולפחות 4500 ק"ג קמח מלא.

נסמן ב- x את מספר שעות העבודה בקו ייצור א' וב- y את מספר שעות העבודה בקו ייצור ב'.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

עלות שעת עבודה בקו ייצור א' היא 1200 שקלים, ועלות שעת עבודה בקו ייצור ב' היא 1500 שקלים.

המפעל מעוניין בעלות מינימלית.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדודיו.



65. במפעל מייצרים חלונות רגילים וחלונות מיוחדים.

המפעל קיבל הזמנה של לפחות 42 חלונות משני הסוגים יחד.

בהזמנה הופיע תנאי לפיו מספר החלונות המיוחדים יהיה לפחות פי

שניים ממספר החלונות הרגילים.

נסמן ב- x את מספר החלונות הרגילים וב- y את מספר החלונות המיוחדים.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

עלות הייצור של חלון רגיל היא 1000 שקלים, ועלות הייצור של חלון מיוחד היא 2000 שקלים.

המפעל מעוניין לעמוד בדרישות האספקה בהוצאה כספית מינימלית.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדודיו.

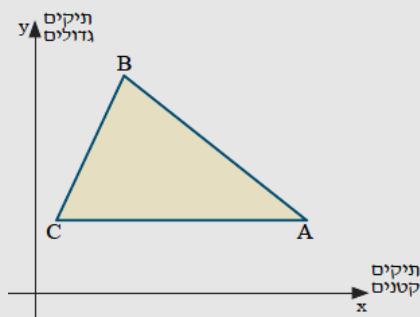
מציאת הערך המקסימלי/המינימלי של פונקציית מטרה

בפרק זה נלמד למצוא את שיעורי הנקודה/הנקודות שבהן מתקבל הערך המקסימלי/המינימלי של פונקציית המטרה.

פונקציית המטרה יכולה לקבל ערך מקסימלי או ערך מינימלי רק **בקדקוד** של התחום האפשרי או **בנקודות הנמצאות על צלע** של התחום האפשרי.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 118-119.

דוגמה פתורה - ערך מקסימלי/מינימלי המתקבל בקדקוד של תחום אפשרי



התחום המסורטט מתקבל ממערכת אילוצים של מפעל,

המייצר x תיקים קטנים ו- y תיקים גדולים.

הישרים הנתונים יוצרים את התחום שבסרטוט.

הצלע AB מונחת על הישר $y = -0.4x + 80$.

הצלע BC מונחת על הישר $y = x + 10$.

הצלע AC מונחת על הישר $y = 20$.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים של התחום.

הרווח של המפעל ממכירת תיק קטן הוא 80 שקלים, והרווח ממכירת תיק גדול הוא 100 שקלים.

המפעל מעוניין ברווח מקסימלי.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) באיזה קדקוד מבין הקדקודים A, B, C מתקבל הרווח המקסימלי? מהו הרווח?

(3) כמה תיקים קטנים וכמה תיקים גדולים על המפעל למכור כדי שיהיה לו רווח מקסימלי?

ג. אחד ממנהלי המפעל טען שאם הרווח של המפעל ממכירת תיק קטן יהיה 100 שקלים, והרווח

ממכירת תיק גדול יהיה 80 שקלים, אז המפעל ירוויח יותר. האם הוא צודק? נמקו.

פתרון:

א. • הקדקוד A מתקבל מהחיתוך של הישרים: $y = -0.4x + 80$ ו- $y = 20$:

$$20 = -0.4x + 80 \quad / -80$$

$$-60 = -0.4x \quad / : (-0.4)$$

$$x = 150 \Rightarrow \boxed{A(150, 20)}$$

• הקדקוד B מתקבל מהחיתוך של הישרים: $y = -0.4x + 80$ ו- $y = x + 10$:

$$x + 10 = -0.4x + 80 \quad / -10$$

$$x = -0.4x + 70 \quad / +0.4x$$

$$1.4x = 70 \quad / : 1.4$$

$$x = 50$$

נציב $x = 50$ באחת המשוואות, ונקבל:

$$y = x + 10 \Rightarrow y = 50 + 10 = 60 \Rightarrow \boxed{B(50, 60)}$$

• הקדקוד C מתקבל מהחיתוך של הישרים: $y = x + 10$ ו- $y = 20$:

$$20 = x + 10 \quad / -10$$

$$x = 10 \Rightarrow \boxed{C(10, 20)}$$

תשובה: שיעורי הקדקודים של התחום הם: $A(150, 20)$, $B(50, 60)$, $C(10, 20)$.

ב. (1) פונקציית המטרה מתארת את הרווח הכולל של המפעל ממכירת שני סוגי התיקים.

המפעל מרוויח 80 שקלים עבור כל תיק קטן, ולכן עבור x תיקים קטנים הרווח שלו יהיה $80x$ שקלים.

המפעל מרוויח 100 שקלים עבור כל תיק גדול, ולכן עבור y תיקים גדולים הרווח שלו יהיה $100y$ שקלים.

הרווח הכולל הוא: $80x + 100y$.

תשובה: פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 80x + 100y$.

(2) רווח מקסימלי מתקבל בקדקוד או על צלע של התחום האפשרי.

נציב בפונקציית המטרה את שיעורי כל אחד מהקדקודים שמצאנו.

$$f(x, y) = 80x + 100y$$

$$A: f(150, 20) = 80 \cdot 150 + 100 \cdot 20 = 14000 \text{ שקלים}$$

$$B: f(50, 60) = 80 \cdot 50 + 100 \cdot 60 = 10000 \text{ שקלים}$$

$$C: f(10, 20) = 80 \cdot 10 + 100 \cdot 20 = 2800 \text{ שקלים}$$

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה A $(14000 > 10000 > 2800)$. בנקודה זו הרווח הוא 14,000 שקלים.

תשובה: הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה A. הרווח הוא 14,000 שקלים.

(3) שיעורי הנקודה A, שבה התקבל הרווח המקסימלי הם: $A(150, 20)$.

המשמעות היא מכירה של 150 תיקים קטנים ו-20 תיקים גדולים.

תשובה: הרווח המקסימלי מתקבל ממכירת 150 תיקים קטנים ו-20 תיקים גדולים.

ג. בהצעה החדשה מתקבלת פונקציית המטרה הבאה: $f(x, y) = 100x + 80y$.

נציב בפונקציית המטרה החדשה את שיעורי כל אחד מהקדקודים שמצאנו.

$$f(x, y) = 100x + 80y$$

$$A: f(150, 20) = 100 \cdot 150 + 80 \cdot 20 = 16600 \text{ שקלים}$$

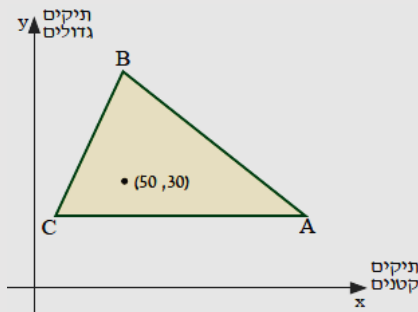
$$B: f(50, 60) = 100 \cdot 50 + 80 \cdot 60 = 9800 \text{ שקלים}$$

$$C: f(10, 20) = 100 \cdot 10 + 80 \cdot 20 = 2600 \text{ שקלים}$$

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה A $(16600 > 9800 > 2600)$. בנקודה זו הרווח הוא 16,600 שקלים.

הרווח המקסימלי שהתקבל בנקודה A בפונקציית המטרה החדשה גדול מהרווח המקסימלי שהתקבל בנקודה A בפונקציית המטרה הראשונה. לכן ההצעה החדשה משתלמת יותר למפעל.

תשובה: המנהל צודק. ההצעה החדשה נותנת רווח מקסימלי גבוה יותר של 16,000 שקלים במקום 14,000 שקלים.



שימו לב!

כל נקודה בתוך התחום האפשרי לא נותנת את הרווח המקסימלי.

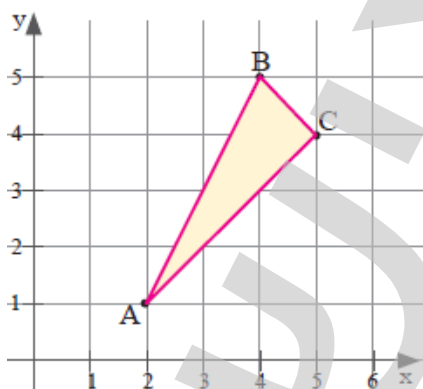
למשל: הנקודה (50, 30) נמצאת בתוך התחום האפשרי, כלומר הכנת 50 תיקים קטנים ו-30 תיקים גדולים. נציב בפונקציית המטרה, ונקבל:

$$f(50, 30) = 80 \cdot 50 + 100 \cdot 30 = 7000 < 14000 \text{ שקלים}$$

סיכום

פונקציית המטרה יכולה לקבל ערך מקסימלי או ערך מינימלי **בקדקוד** יחיד של התחום האפשרי. כדי למצוא ערך זה נבצע את הפעולות הבאות:

- נמצא את קדקודי התחום האפשרי.
- נציב בפונקציית המטרה את השיעורים של כל אחד מהקדקודים.
- **ערך מקסימלי** – הוא התוצאה הגבוהה ביותר שהתקבלה בהצבת שיעורי הקדקודים בפונקציית המטרה.
- **ערך מינימלי** – הוא התוצאה הנמוכה ביותר שהתקבלה בהצבת שיעורי הקדקודים בפונקציית המטרה.

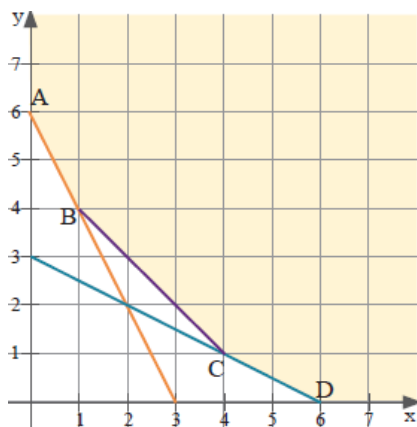


66. לפניכם סרטוט של תחום סגור שקדקודיו הם:

$$A(2, 1), B(4, 5), C(5, 4)$$

נתונה פונקציית המטרה: $f(x, y) = 2x + 3y$.

- הציבו את שיעורי הקדקודים בפונקציית המטרה ומצאו את הערך שלה בכל קדקוד.
- באיזו נקודה מקבלת פונקציית המטרה ערך מקסימלי? מהו הערך המקסימלי?
- באיזו נקודה מקבלת פונקציית המטרה ערך מינימלי? מהו הערך המינימלי?



67. לפניכם סרטוט של תחום פתוח שקדקודיו הם:

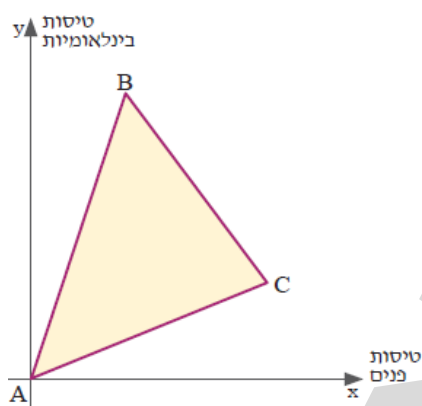
$$A(0, 6), B(1, 4), C(4, 1), D(6, 0)$$

נתונה פונקציית המטרה: $f(x, y) = 2x + 10y$.

א. הציבו את שיעורי הקדקודים בפונקציית המטרה ומצאו את הערך שלה בכל קדקוד.

ב. באיזו נקודה מקבלת פונקציית המטרה ערך מקסימלי? מהו הערך המקסימלי?

ג. באיזו נקודה מקבלת פונקציית המטרה ערך מינימלי? מהו הערך המינימלי?



68. חברת תעופה מפעילה טיסות פנים וטיסות בינלאומיות.

לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתאים למערכת האילוצים של החברה לצורך הפעלת x טיסות פנים ו- y טיסות בינלאומיות ביום.

מספר הטיסות מוגבל בשל גודל הצוות, הדלק והזמינות של המטוסים.

קדקודי התחום האפשרי הם: $A(0, 0), B(2, 6), C(5, 2)$.

פונקציית המטרה הבאה מתארת את הרווח של החברה מהפעלת הטיסות ביום:

$$f(x, y) = 200x + 1500y$$

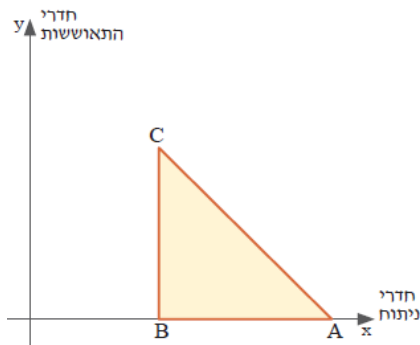
החברה מעוניינת ברווח מקסימלי.

א. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים.

ב. כמה טיסות מכל סוג על החברה להפעיל ביום כדי שהרווח שלה יהיה מקסימלי?

ג. בחרו נקודה נוספת בתחום האפשרי, ובדקו אם הרווח בנקודה זו גדול מהרווח שהתקבל בסעיף ב'.

69. במרכז להסרת משקפיים מקצים חדרי ניתוח וחדרי התאוששות.



לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתאים למערכת האילוצים של המרכז לצורך הקצאת x חדרי ניתוח ו- y חדרי התאוששות ביום.

מספר החדרים מוגבל בשל גודל הצוות, הזמן והציוד.

הצלע AB מונחת על הישר $y = 0$.

הצלע BC מונחת על הישר $x = 3$.

הצלע AC מונחת על הישר $x + y = 7$.

פונקציית המטרה הבאה מתארת את עלויות המרכז ביום מהקצאת החדרים:

$$f(x, y) = 1000x + 500y$$

המרכז מעוניין בעלויות מינימליות.

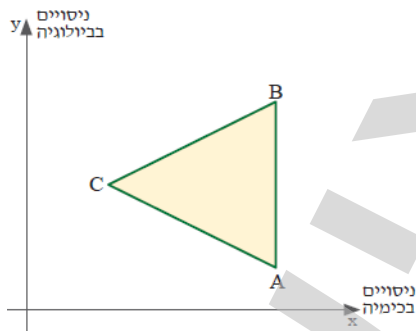
א. מצאו את שיעורי הקדקודים A, B, C.

ב. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים.

ג. כמה חדרים מכל סוג על המרכז להקצות ביום כדי שהעלות שלו תהיה מינימלית?

ד. בחרו נקודה נוספת בתחום האפשרי, ובדקו אם העלות בנקודה זו נמוכה מהעלות שהתקבלה בסעיף ג'.

70. התחום המסורטט מתקבל ממערכת אילוצים של אשכול פיס,



שבו נערכים ביום x ניסויים בכימיה ו- y ניסויים בביולוגיה.

הישרים הנתונים יוצרים את התחום שבסרטוט:

הצלע AB מונחת על הישר $x = 6$.

הצלע BC מונחת על הישר $-x + 2y = 4$.

הצלע AC מונחת על הישר $x + 2y = 8$.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים של התחום.

פונקציית המטרה הבאה מתארת את עלויות אשכול הפיס ביום מביצוע הניסויים:

$$f(x, y) = 80x + 40y$$

המרכז מעוניין בעלויות מינימליות.

ב. באיזה קדקוד מבין הקדקודים A, B, C מתקבלת העלות המינימלית? מהי העלות המינימלית?

ג. כמה ניסויים בכימיה וכמה ניסויים בביולוגיה על אשכול הפיס לבצע ביום כדי שתהיה לו עלות מינימלית?

71. התחום המסורטט מתקבל ממערכת אילוצים של חקלאי,

המגדל x ק"ג תירס ו- y ק"ג עגבניות.

הישרים הנתונים יוצרים את התחום שבסרטוט:

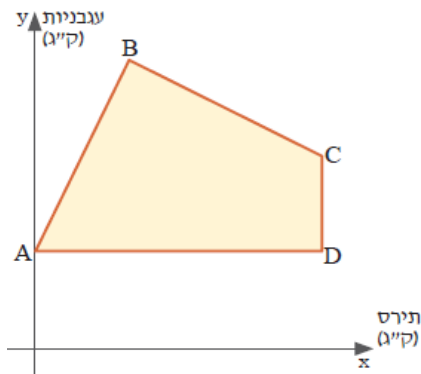
הצלע AB מונחת על הישר $y = 2x + 4$.

הצלע BC מונחת על הישר $y = -0.5x + 14$.

הצלע CD מונחת על הישר $x = 12$.

הצלע AD מונחת על הישר $y = 4$.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים של התחום.



נתון שהרווח של החקלאי ממכירת 1 ק"ג תירס הוא 6 שקלים, והרווח ממכירת 1 ק"ג עגבניות הוא 2 שקלים.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) כמה ק"ג תירס וכמה ק"ג עגבניות על החקלאי לגדל כדי שיהיה לו רווח מקסימלי?

ג. חברו של החקלאי טען שאם הרווח של החקלאי ממכירת 1 ק"ג תירס יהיה 2 שקל, והרווח

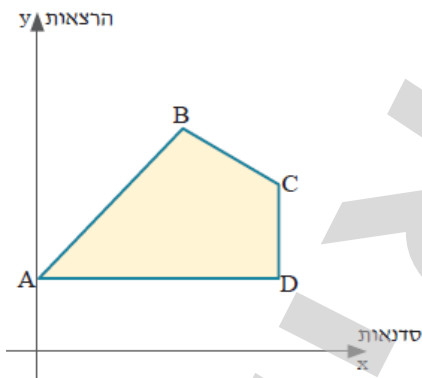
ממכירת 1 ק"ג עגבניות יהיה 6 שקלים, אז החקלאי ירוויח יותר.

האם חברו של החקלאי צודק? נמקו.

72. מרכז קהילתי מתאם בכל שבוע x סדנאות ו- y הרצאות.

הסרטוט שלפניכם מתקבל ממערכת האילוצים של המרכז

$$\begin{cases} x \leq 10 \\ y \geq 3 \\ y \leq -0.5x + 12 \\ y \leq x + 3 \end{cases} \quad \text{הקהילתי:}$$



א. מצאו את משוואות הישרים: AB, BC, CD, AD.

ב. מצאו את שיעורי הקדקודים של התחום.

נתון שהרווח של המרכז הקהילתי על סדנה הוא 500 שקלים, והרווח על הרצאה הוא 800 שקלים.

ג. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) באיזה קדקוד מבין הקדקודים A, B, C, D מתקבל רווח מקסימלי? מהו הרווח המקסימלי?

(3) כמה סדנאות וכמה הרצאות על המרכז הקהילתי לתאם בשבוע כדי שיהיה לו רווח מקסימלי?

ד. אחד המארגנים טען שאם הרווח של המרכז מסדנה יהיה 800 שקלים והרווח מהרצאה יהיה 500

שקלים אז הרווח של המרכז הקהילתי יהיה גדול יותר. האם הוא צודק? נמקו.

הסבר ודוגמה פתורה - ערך מקסימלי/מינימלי המתקבל לאורך צלע של התחום האפשרי

בחברה להפקת אירועים ניתן להשכיר שולחנות עגולים ושולחנות מלבניים.

נסמן ב- x את מספר השולחנות העגולים וב- y את מספר השולחנות המלבניים.

אילוסי החברה יוצרים את התחום האפשרי שקדודיו הם: $A(20, 35)$, $B(15, 5)$, $C(30, 15)$

הרווח של החברה מהשכרת שולחן עגול הוא 200 שקלים והרווח מהשכרת שולחן מלבני הוא 100 שקלים.

החברה מעוניינת ברווח מקסימלי.

א. רשמו את פונקציית המטרה.

ב. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדודים של התחום האפשרי.

ג. מהו הרווח המקסימלי? היכן הוא מתקבל בסרטוט?

ד. היעזרו בגרף ותנו דוגמה נוספת למספר שולחנות עגולים ושולחנות מלבניים שעל החברה להשכיר כדי שהרווח שלה יהיה מקסימלי?

פתרון:

א. הרווח של החברה מהשכרת שולחן עגול הוא 200 שקלים והרווח מהשכרת שולחן מלבני הוא 100 שקלים. החברה מעוניינת ברווח מקסימלי. לכן פונקציית המטרה תייצג את הרווח של החברה. החברה מרוויחה 200 שקלים מהשכרת כל שולחן עגול, ולכן עבור x שולחנות עגולים הרווח שלה יהיה $200x$ שקלים.

החברה מרוויחה 100 שקלים מהשכרת כל שולחן מלבני, ולכן עבור y שולחנות מלבניים הרווח שלה יהיה $100y$ שקלים.

הרווח הכולל הוא: $200x + 100y$.

תשובה: פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 200x + 100y$.

ב. נציב בפונקציית המטרה את השיעורים של כל אחד מהקדודים הנתונים.

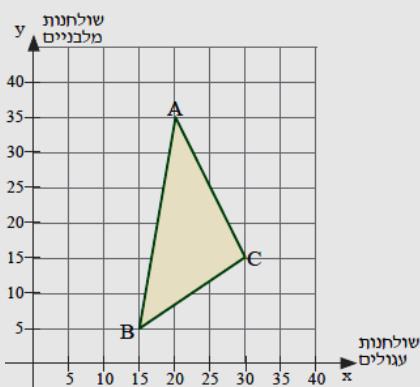
$$f(x, y) = 200x + 100y$$

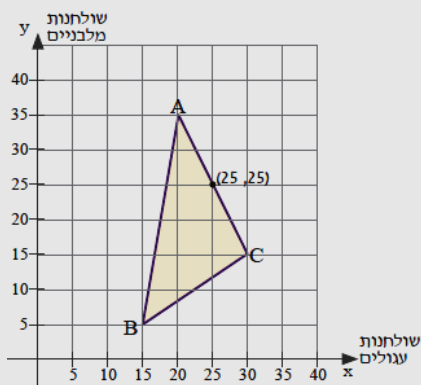
$$A: f(20, 35) = 200 \cdot 20 + 100 \cdot 35 = 7500 \text{ שקלים}$$

$$B: f(15, 5) = 200 \cdot 15 + 100 \cdot 5 = 3500 \text{ שקלים}$$

$$C: f(30, 15) = 200 \cdot 30 + 100 \cdot 15 = 7500 \text{ שקלים}$$

תשובה: בנקודות A ו-C מקבלת פונקציית המטרה ערך של 7,500 שקלים ובנקודה B מקבלת פונקציית המטרה ערך של 3,500 שקלים.





ג. הרווח המקסימלי (7,500 שקלים) מתקבל בשני קדקודים סמוכים: A ו-C.

אם התקבל ערך מקסימום בשני קדקודים סמוכים אז הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי בכל נקודה הנמצאת על הקטע המחבר את שני הקדקודים. כלומר הערך המקסימלי מתקבל בכל נקודה על הקטע המחבר את הקדקודים A ו-C.

תשובה: הרווח המקסימלי הוא 7,500 שקלים ומתקבל בקטע AC.

ד. מצאנו שהרווח המקסימלי מתקבל בקטע AC. בהקשר של השאלה האוריינית, מספר שולחנות (עגולים ומלבניים) יכול להיות רק מספר שלם. לכן כל נקודה על הקטע AC, ששני השיעורים שלה הם מספרים שלמים תתאים כדוגמה. למשל: הנקודה (25, 25) המתארת השכרה של 25 שולחנות עגולים ו-25 שולחנות מלבניים היא על הקטע AC ושיעוריה מספרים שלמים. הצבת שיעוריה בפונקציית המטרה תיתן את אותו ערך מקסימלי שהתקבל בקדקודים A ו-C.

$$f(25, 25) = 200 \cdot 25 + 100 \cdot 25 = 7500 \text{ שקלים}$$

תשובה: לחברה יהיה רווח מקסימלי גם בהשכרת 25 שולחנות עגולים ו-25 שולחנות מלבניים.

סיכום

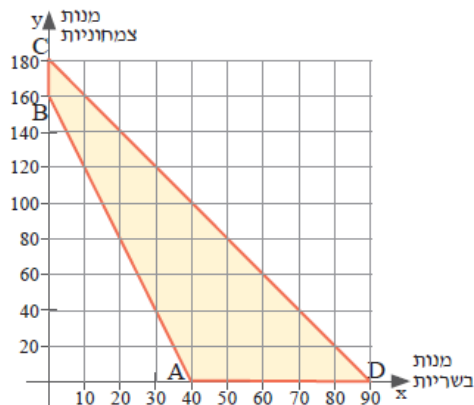
פונקציית המטרה יכולה לקבל ערך מקסימלי או ערך מינימלי **בצלע** של התחום האפשרי.

כדי למצוא ערך זה נבצע את הפעולות הבאות:

- נמצא את קדקודי התחום האפשרי.
- נציב בפונקציית המטרה את השיעורים של כל אחד מהקדקודים.
- אם פונקציית המטרה מקבלת ערך מקסימלי או ערך מינימלי זהה בשני קדקודים סמוכים של התחום האפשרי, אז פונקציית המטרה מקבלת ערך זה בכל נקודה שעל הקטע המחבר שני קדקודים אלו.

שימו לב!

יש לוודא אם קיימת הגבלה לגבי הנקודות על הקטע. כלומר האם הן מתאימות לסיפור האורייני, למשל נקודות ששיעוריהן מספרים שלמים.



73. חברת קייטרינג מכינה x מנות בשריות ו- y מנות

צמחוניות.

אילוצי החברה יוצרים את התחום האפשרי שקדקודיו

מופיעים בסרטוט.

עלות החברה מהכנת מנה בשרית היא 80 שקלים ועלות

החברה מהכנת מנה צמחונית היא 20 שקלים.

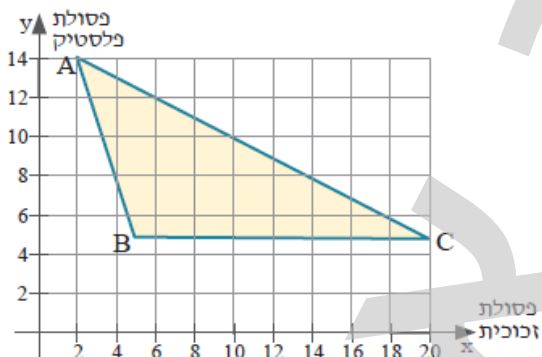
א. רשמו את פונקציית המטרה.

ב. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים של התחום האפשרי.

ג. מהי העלות המינימלית? היכן היא מתקבלת בסרטוט?

ד. היעזרו בגרף ותנו דוגמה לאפשרות נוספת של מספר מנות בשריות ומספר מנות צמחוניות שעבורן

תתקבל עלות מינימלית.



74. בתחנת מיחזור מטפלים בכל יום בפסולת זכוכית

ובפסולת פלסטיק.

נסמן ב- x את הכמות (טון) של פסולת זכוכית,

וב- y את הכמות (טון) של פסולת פלסטיק שמטופלת

בתחנה ביום.

אילוצי תחנת המיחזור יוצרים את התחום האפשרי

שקדקודיו הם: $A(2, 14)$, $B(5, 5)$, $C(20, 5)$.

הרווח של התחנה מהטיפול ב-1 טון של פסולת זכוכית הוא 500 שקלים והרווח של התחנה מהטיפול

ב-1 טון של פסולת פלסטיק הוא 1000 שקלים.

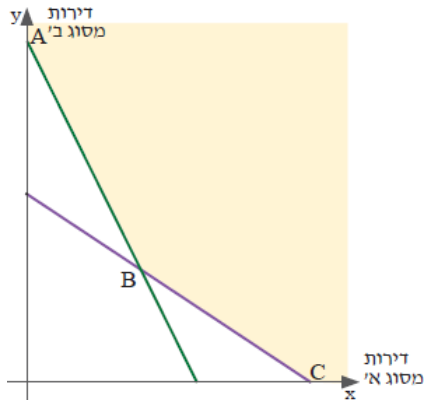
א. רשמו את פונקציית המטרה.

ב. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים של התחום האפשרי.

ג. מהו הרווח המקסימלי? היכן הוא מתקבל בסרטוט?

ד. היעזרו בגרף ותנו דוגמה לאפשרות נוספת לכמות של פסולת זכוכית ולכמות של פסולת פלסטיק

שעבורן יתקבל רווח מקסימלי.



75. בחברת בנייה בונים x דירות מסוג א' ו- y דירות מסוג ב'.

הישרים הנתונים יוצרים את התחום הפתוח שבסרטוט:

הצלע AB מונחת על הישר $y + 2x = 18$.

הצלע BC מונחת על הישר $3y + 2x = 30$.

אילוסי החברה יוצרים את התחום האפשרי שקדקודיו

הם: A, B, C .

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C .

עלות החברה בבניית דירה מסוג א' היא 1 מיליון שקלים

ובבניית דירה מסוג ב' היא 0.5 מיליון שקלים.

החברה מעוניינת שעלותה תהיה מינימלית.

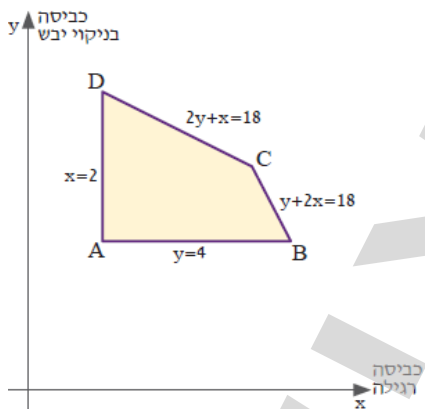
ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים של התחום האפשרי.

ד. מהי העלות המינימלית? היכן היא מתקבלת בסרטוט?

ה. נתון שהחברה מכרה 4 דירות מסוג א'. כמה דירות מסוג ב' היא מכרה, אם ידוע שעלות הבנייה של

הדירות היתה מינימלית?



76. במכבסה מציעים שני סוגי שירותים: כביסה רגילה וכביסה

בניקוי יבש.

המכבסה מטפלת במשך שעה ב- x ק"ג כביסה רגילה וב- y ק"ג

של כביסה בניקוי יבש.

אילוסי המכבסה יוצרים את התחום האפשרי המסורטט,

ומשוואות הישרים רשומות בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הקדקודים A, B, C, D .

המכבסה מרוויחה 10 שקלים על כל ק"ג של כביסה רגילה

ו-20 שקלים על כל ק"ג של ניקוי יבש.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. מצאו את הערך של פונקציית המטרה בכל אחד מהקדקודים A, B, C, D .

ד. מהו הרווח המקסימלי לשעה? היכן הוא מתקבל בסרטוט?

ה. נתון שבשעה מסוימת היה למכבסה רווח מקסימלי כאשר כיבסה 3.5 ק"ג כביסה רגילה.

כמה ק"ג של כביסה בניקוי יבש היו לה באותה השעה?

תרגול משולב

בפרק זה נפתור שאלות מחיי היום יום שבהם נעשה שימוש בכלים שלמדנו עד כה בתכנון ליניארי. השאלות כוללות את כל שלבי הפתרון.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 119-120.

דוגמה פתורה - כוללת את כל שלבי הפתרון בתכנון ליניארי



מפעל קטן מייצר שני סוגים של יוגורט: יוגורט טבעי ויוגורט פירות.

הכנת מארזי היוגורט נעשית באמצעות שתי מכונות.

מכונה א' מייצרת את היוגורט.

מכונה ב' יוצקת את היוגורט לקופסאות וסוגרת בנייר.

מכונה א' מייצרת 1 ק"ג יוגורט טבעי ב-40 דקות ו-1 ק"ג יוגורט פירות ב-15 דקות.

מכונה ב' יוצקת ואורזת 1 ק"ג יוגורט טבעי ב-20 דקות ו-1 ק"ג יוגורט פירות ב-15 דקות.

מכונה א' יכולה לעבוד ברציפות 3 שעות לכל היותר במחזור ייצור אחד.

מכונה ב' יכולה לעבוד ברציפות 2 שעות לכל היותר במחזור ייצור אחד.

א. בנו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתאים למערכת האילוצים.

ג. מצאו את שיעורי קדקודיו של התחום האפשרי.

הרווח של המפעל לכל 1 ק"ג יוגורט טבעי הוא 30 שקלים, והרווח לכל 1 ק"ג יוגורט פירות הוא 20 שקלים.

ד. רשמו את פונקציית המטרה.

ה. מהי הכמות (בק"ג) דשל יוגורט מכל סוג שכדאי למפעל לייצר במחזור ייצור אחד, כדי שהרווח של המפעל יהיה מקסימלי?

פתרון:

א. מומלץ לארגן את הנתונים בטבלה עבור 1 ק"ג יוגורט.

	זמן ייצור (בדקות)	זמן יציקה ואריזה (בדקות)
יוגורט טבעי	40	20
יוגורט פירות	15	15

נסמן ב- x את הכמות (בק"ג) של יוגורט טבעי, וב- y את הכמות (בק"ג) של יוגורט פירות. הכמויות של היוגורטים אינן שליליות, ולכן נקבל את שני האילוצים הראשוניים:

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- **האילוץ השלישי** מתקבל מהנתונים לגבי **זמן הייצור במכונה א'**:
זמן הייצור של 1 ק"ג יוגורט טבעי הוא 40 דקות, כלומר זמן הייצור של x ק"ג יוגורט טבעי הוא $40 \cdot x$ דקות.
זמן הייצור של 1 ק"ג יוגורט פירות הוא 15 דקות, כלומר זמן הייצור של y ק"ג יוגורט פירות הוא $15 \cdot y$ דקות.
מכונה א' יכולה לעבוד ברציפות 3 שעות (180 דקות = $3 \cdot 60$) לכל היותר, ולכן:
 $40x + 15y \leq 180$

- **האילוץ הרביעי** מתקבל מהנתונים לגבי **זמן היציקה והאריזה במכונה ב'**:
זמן היציקה והאריזה של 1 ק"ג יוגורט טבעי הוא 20 דקות, כלומר זמן היציקה והאריזה של x ק"ג יוגורט טבעי הוא $20 \cdot x$ דקות.
זמן היציקה והאריזה של 1 ק"ג יוגורט פירות הוא 15 דקות, כלומר זמן היציקה והאריזה של y ק"ג יוגורט פירות הוא $15 \cdot y$ דקות.
מכונה ב' יכולה לעבוד ברציפות 2 שעות (120 דקות = $2 \cdot 60$) לכל היותר, ולכן:
 $20x + 15y \leq 120$

תשובה: מערכת האילוצים היא:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 40x + 15y \leq 180 \\ 20x + 15y \leq 120 \end{cases}$$

שימו לב!

לטבלה שרשמנו בתחילת סעיף א' ניתן להוסיף את המידע לגבי x ק"ג יוגורט טבעי ו-y ק"ג יוגורט פירות ולרשום את האילוצים.

זמן יציקה ואריזה (בדקות)	זמן ייצור (בדקות)	
20x	40x	x ק"ג יוגורט טבעי
15y	15y	y ק"ג יוגורט פירות
לכל היותר 120 $20x + 15y \leq 120$	לכל היותר 180 $40x + 15y \leq 180$	$x \geq 0, y \geq 0$

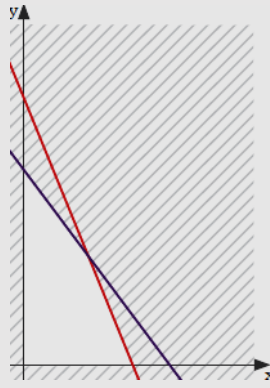
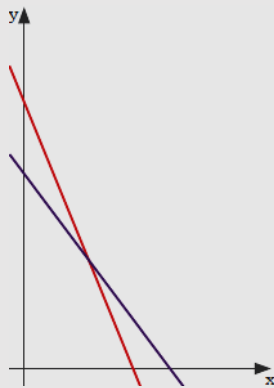
- ב. שני האילוצים הראשונים מגבילים את התחום לרביע הראשון.
כדי לסרטט את משוואות הישרים המתאימות לשני האילוצים האחרונים נבנה טבלאות ערכים.

$$20x + 15y = 120$$

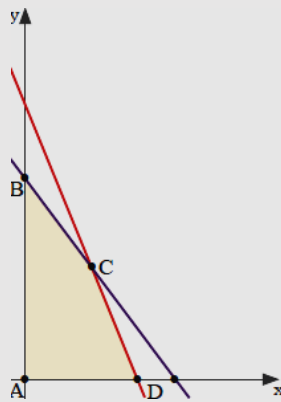
x	0	6	3
y	8	0	4

$$40x + 15y = 180$$

x	0	4.5	3
y	12	0	4



לגבי כל אחד מהישרים, נסמן את 3 הנקודות שמצאנו ונסרטט את הישר. נסמן את התחום האפשרי על ידי מחיקת התחומים הלא-מתאימים. התחום שאינו מחוק הוא התחום האפשרי.



ג. התחום האפשרי הוא תחום סגור שיש לו 4 קדקודים.

נמצא את שיעורי הקדקודים של התחום.

נקודה A הוא ראשית הצירים ולכן $A(0,0)$.

נקודה B היא נקודת החיתוך בין הישר $20x + 15y = 120$

וציר ה-y. נקודה זו מופיעה בטבלת הערכים: $B(0,8)$.

נקודה C היא נקודת החיתוך של הישרים:

$$20x + 15y = 120 \text{ ו- } 40x + 15y = 180$$

נכפול את המשוואה הראשונה ב-(-1) ונחבר את המשוואות.

$$\begin{cases} 40x + 15y = 180 \\ 20x + 15y = 120 \end{cases} \cdot (-1)$$

$$+ \begin{cases} -40x - 15y = -180 \\ 20x + 15y = 120 \end{cases}$$

$$-20x = -60 \quad /: (-20)$$

$$\boxed{x = 3}$$

נציב $x = 3$ במשוואה הראשונה, ונקבל:

$$40 \cdot 3 + 15 \cdot y = 180 \quad /-120$$

$$15y = 60 \quad /: 15$$

$$\boxed{y = 4}$$

נקודת החיתוך בין הישרים היא: $C(3,4)$.

נקודה D היא נקודת החיתוך בין הישר $40x + 15y = 180$ וציר ה-x. נקודה זו מופיעה בטבלת

הערכים: $D(4.5,0)$.

תשובה: שיעורי הקדקודים של התחום האפשרי הם: $A(0,0)$, $B(0,8)$, $C(3,4)$, $D(4.5,0)$.

ד. הרווח של המפעל לכל 1 ק"ג יוגורט טבעי הוא 30 שקלים, והרווח לכל 1 ק"ג יוגורט פירות הוא 20 שקלים.

פונקציית המטרה מתארת את הרווח הכולל של המפעל ממכירת שני סוגי היוגורטים.
המפעל מרוויח 30 שקלים עבור כל 1 ק"ג של יוגורט טבעי, ולכן עבור x ק"ג של יוגורט טבעי
הרווח יהיה $30x$ שקלים.

המפעל מרוויח 20 שקלים עבור כל 1 ק"ג של יוגורט פירות, ולכן עבור y ק"ג של יוגורט פירות
הרווח יהיה $20y$ שקלים.

הרווח הכולל של המפעל הוא: $30x + 20y$.

תשובה: פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 30x + 20y$.

ה. נציב בפונקציית המטרה את שיעורי כל אחד מהקדקודים שמצאנו.

$$f(x, y) = 30x + 20y$$

$$A: f(0,0) = 30 \cdot 0 + 20 \cdot 0 = 0 \text{ שקלים}$$

$$B: f(0,8) = 30 \cdot 0 + 20 \cdot 8 = 160 \text{ שקלים}$$

$$C: f(3,4) = 30 \cdot 3 + 20 \cdot 4 = 170 \text{ שקלים}$$

$$D: f(4.5,0) = 30 \cdot 4.5 + 20 \cdot 0 = 135 \text{ שקלים}$$

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $C(3,4)$. בנקודה זו הרווח הוא 170 שקלים.

הנקודה מייצגת כמות של 3 ק"ג יוגורט טבעי ו-4 ק"ג יוגורט פירות.

תשובה: כדי שהרווח יהיה מקסימלי על המפעל לייצר במחזור ייצור אחד 3 ק"ג יוגורט טבעי ו-4 ק"ג יוגורט פירות.

סיכום

שלבי הפתרון בשאלות בתכנון ליניארי:

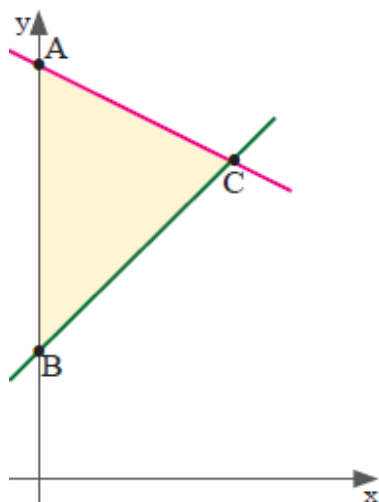
- בניית מערכת אילוצים לפי הסיפור האורייני.
- סרטוט הישרים המתאימים לכל אחד מהאילוצים.
- סימון התחום האפשרי (סגור או פתוח).
- מציאת הקדקודים של התחום האפשרי.
- בניית פונקציית המטרה.
- הצבת שיעורי הקדקודים בפונקציית המטרה ומציאת הערך המקסימלי/המינימלי שלה.

שימו לב!

יתכן וחלק מהשלבים ניתנו בשאלה, כך שיש לבצע רק את השלבים האחרים.

הערה:

- בכל כתיבת אילוץ יש להקפיד על יחידות אחידות. בדוגמה זו היתה המרה של יחידות זמן משעות לדקות.



77. התחום המסומן בסרטוט שלפניכם מתקבל ממערכת אילוצים של

מפעל שמייצר x בקבוקי שמפו ו- y בקבוקי מרכז בדקה.

משוואת הישר BC היא $y = x + 8$.

משוואת הישר AC היא $y = -0.5x + 26$.

הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה- y .

לפניכם שתי מערכות אילוצים I-II:

מערכת אילוצים II

$$y \leq x + 8$$

$$y \geq -0.5x + 26$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

מערכת אילוצים I

$$y \geq x + 8$$

$$y \leq -0.5x + 26$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

א. בחרו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה זו.

על כל בקבוק שמפו המפעל מרוויח 5 שקלים, ועל כל בקבוק מרכז הוא מרוויח 4 שקלים.

ב. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) כמה בקבוקי שמפו וכמה מקבוקי מרכז צריך המפעל לייצר בדקה כדי שהרווח שלו יהיה

מקסימלי?

ג. האם ייתכן שהמפעל מייצר 5 בקבוקי שמפו ו-15 בקבוקי מרכז בדקה? נמקו.



78. בית חרושת מייצר שני סוגי סיבים.

לעיבוד של טון אחד של סיב א' נדרשות 16 שעות במכונת ניקוי

ו-12 שעות במכונת עיבוד.

לעיבוד של טון אחד של סיב ב' נדרשות 10 שעות במכונת ניקוי

ו-30 שעות במכונת עיבוד.

אפשר להפעיל כל אחת מהמכונות 90 שעות לכל היותר בשבוע עבודה.

נסמן ב- x את מספר הטונות של סיב א', ונסמן ב- y את מספר הטונות של סיב ב'.

א. רשמו את אי השוויונות המבטאים את האילוצים של השאלה.

הרווח של בית החרושת הוא 12 אלף שקל לכל טון מסיב א', ו-16 אלף שקל לכל טון מסיב ב'.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

התחום האפשרי של השאלה הוא תחום סגור, שקדקודיו הם: $(0,0)$, $(0,3)$, $(5,1)$, $(5.625,0)$.

ג. כמה טון סיב מכל סוג בית החרושת צריך לייצר בשבוע כדי שהרווח שלו יהיה מקסימלי?



79. במפעל שמייצר סלטים מכינים שני סוגי סלטים : סלט גזר וסלט כרוב. תהליך הייצור מורכב משני שלבים עיקריים : קיצוץ וערבוב, ולצורך כך משתמשים במפעל במכונת קיצוץ ובמכונת ערבוב. בטבלה שלפניכם מוצג הזמן הנדרש להכנת 1 ק"ג של כל אחד מן הסלטים.

זמן הקיצוץ (בדקות)	זמן הערבוב (בדקות)	
5	3	סלט גזר
4	4	סלט כרוב

במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את מכונת הקיצוץ 60 דקות לכל היותר ואת מכונת הערבוב 52 דקות לכל היותר.

נסמן ב- x את מספר הקילוגרמים של סלט הגזר וב- y את מספר הקילוגרמים של סלט הכרוב שמכינים במפעל במחזור ייצור אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים.

הרווח של המפעל ממכירה של קילוגרם אחד של סלט הגזר הוא 32 שקלים, והרווח ממכירה של קילוגרם אחד של סלט הכרוב הוא 36 שקלים.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. כמה קילוגרמים מכל סוג של סלט צריך לייצר במפעל במחזור ייצור אחד כדי שהרווח יהיה מקסימלי?



80. לאדם מסוים ניתן תפריט למספר ימים. לפי תפריט זה, עליו לשתות רק משקה ירוק או משקה כתום.

בטבלה שלפניכם מוצגים נתונים לגבי כמות הפחמימות וכמות החלבונים בכוס משקה ירוק ובכוס משקה כתום.

פחמימות	חלבונים	
15 גרם	4 גרם	כוס משקה ירוק
20 גרם	8 גרם	כוס משקה כתום

לפי התפריט הזה, על האדם לצרוך ביום אחד 120 גרם פחמימות לכל היותר ו-40 גרם חלבונים לפחות.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי של השאלה.

ההוצאה על הכנת כוס משקה ירוק היא 5 שקלים וההוצאה על הכנת כוס משקה כתום היא 4 שקלים.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. כמה כוסות מכל אחד מן המשקאות על האדם לשתות ביום כדי לעמוד בתנאי התפריט בהוצאה מינימלית?



81. חקלאי צריך לתכנן את עיבוד שדותיו לעונה חקלאית, כך שרווחיו יהיו מקסימליים.

המשאבים שעומדים לרשותו הם: 900 מ"ק מים ו-300 ימי עבודה.

הוא החליט לנצל את כל משאביו לגידול מלפפונים ופלפלים.

בטבלה הבאה נתונים הצרכים והרווחים לדונם אחד עבור הגידולים האלה:

מלפפונים	מים (מ"ק)	ימי עבודה	רווח (בשקלים)
100	20	1200	
50	50	1600	

א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה עבור הנתונים בשאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתאים למערכת האילוצים.

ג. מצאו על כמה דונמים צריך החקלאי לגדל מלפפונים ועל כמה דונמים הוא צריך לגדל פלפלים, כדי שרווחיו יהיו מקסימליים.

ד. מהו הרווח המקסימלי?



82. במאפייה מכינים שני סוגי מאפים: מאפה המכיל שומשום ומאפה בלי שומשום.

לכל מאפה המכיל שומשום דרושים 80 גרם בצק ו-8 גרם שומשום.

לכל מאפה בלי שומשום דרושים 100 גרם בצק.

הטבלה שלפניכם מציגה את הרווח של המאפייה מכל מאפה שנמכר.

א. העתיקו למחברתכם והשלימו את הנתונים החסרים בטבלה על פי הנתונים שבשאלה.

מאפה המכיל שומשום	משקל הבצק הדרוש למאפה (בגרם)	משקל השומשום הדרוש למאפה (בגרם)	הרווח ממכירת כל מאפה (בשקלים)
			5
מאפה בלי שומשום		0	4

ביום מסוים היו למאפייה 30 ק"ג בצק לכל היותר ו-960 גרם שומשום לכל היותר.

ב. אם אופים רק מאפים בלי שומשום, כמה מאפים לכל היותר אפשר לאפות ביום זה במאפייה?

(הדרכה: 1 ק"ג = 1,000 גרם)

סמנו ב' x את מספר המאפים המכילים שומשום, וב' y את מספר המאפים בלי שומשום.

ג. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ד. סרטטו את התחום האפשרי של השאלה.

ה. רשמו את פונקציית המטרה של השאלה.

ו. מהו הרווח המקסימלי האפשרי ביום זה ממכירת כל המאפים?



83. חייט תופר מעילים משני סוגים : מעילים למבוגרים ומעילים לילדים.

הוא רכש 60 מ"ר בד כותנה ו- 100 מ"ר בד צמר.

כדי לתפור מעיל למבוגר זקוק החייט ל- 2 מ"ר בד כותנה ו- 3 מ"ר בד צמר.

כדי לתפור מעיל לילד זקוק החייט ל- 1 מ"ר בד כותנה ו- 2 מ"ר בד צמר.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתאים לשאלה.

הרווח ממכירת מעיל למבוגר הוא 100 שקלים והרווח ממכירת מעיל לילד הוא 60 שקלים.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. כמה מעילים מכל סוג על החייט לתפור כדי להרוויח את הסכום המקסימלי?



84. במפעל מייצרים אבקות כביסה משני סוגים : אבקת כביסה ביתית ואבקת

כביסה תעשייתית.

מכונה א' מערבבת כל אחת מן האבקות ומכונה ב' אורזת אותן.

בטבלה שלפניכם מוצג הזמן הנדרש לכל אחת מן המכונות כדי לייצר טון

אחד של אבקת כביסה.

זמן ערבוב במכונה א' (שעות)	זמן אריזה במכונה ב' (שעות)	
3	4	אבקת כביסה ביתית
2	8	אבקת כביסה תעשייתית

העבודה במפעל מתנהלת במחזורי ייצור, ובכל מחזור כל אחת מן המכונות יכולה לפעול במשך זמן מסוים.

במחזור ייצור אחד מכונה א' יכולה לפעול 30 שעות לכל היותר, ומכונה ב' יכולה לפעול 48 שעות לכל היותר.

נסמן ב- x את כמות אבקת הכביסה הביתית וב- y את כמות אבקת הכביסה התעשייתית שמכינים במחזור ייצור אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים.

הרווח של המפעל הוא 10,000 שקלים לכל טון של אבקה ביתית ו- 12,000 שקלים לכל טון של אבקה תעשייתית.

ג. (1) רשמו את פונקציית המטרה.

(2) כמה טונות מכל סוג אבקה כדאי למפעל לייצר במחזור ייצור אחד כדי להשיג רווח מקסימלי?

במחזור ייצור מסוים הרוויח המפעל 54,000 שקלים. במחזור זה ייצרו במפעל 2 טונות של אבקת כביסה תעשייתית.

ד. מצאו כמה טונות של אבקת כביסה ביתית ייצרו במפעל במחזור ייצור זה.



85. לקראת חג החנוכה מועצת תלמידים מעוניינת להזמין חבילות שי,

המכילות שקיות חטיפים וחפיסות שוקולד.

הוחלט שכל חבילה תכיל לפחות 15 פריטים.

משקלה של כל חבילה יהיה לכל היותר 1,400 גרם, ונפחה לכל היותר 1,800 סמ"ק.

המשקל, הנפח והמחיר של חטיפים ושוקולד רשומים בטבלה שלפניכם:

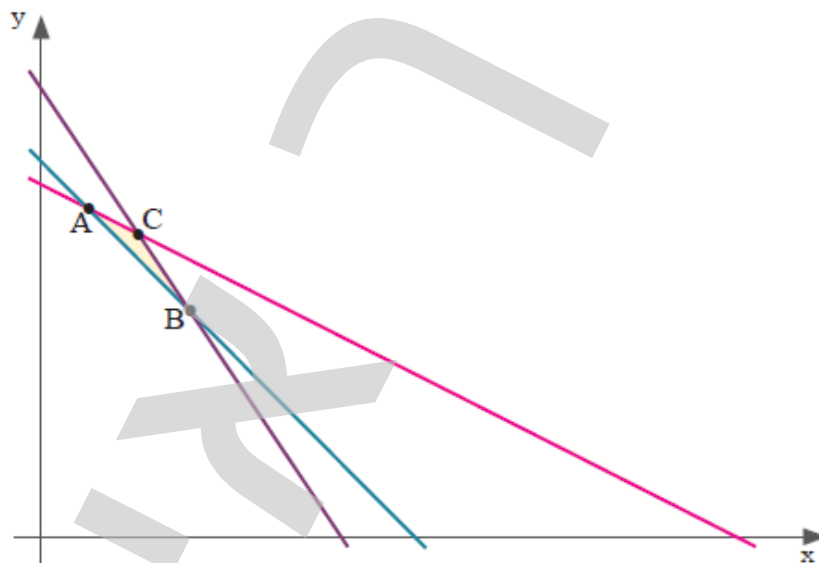
	המשקל (בגרם)	הנפח (בסמ"ק)	המחיר (בשקלים)
שקית חטיפים	50	150	6
חפיסת שוקולד	100	100	12

נסמן: x - מספר שקיות החטיפים בכל חבילת שי.

y - מספר חפיסות השוקולד בכל חבילת שי.

א. רשמו את מערכת האילוצים של המצב המתואר בשאלה.

התחום שבסרטוט (ΔABC) מתקבל ממערכת האילוצים שקיבלתם בסעיף א':



ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.

ג. רשמו את הפונקציה שמתארת את המחיר של חבילת שי (פונקציית המטרה).

ד. כמה שקיות חטיפים וכמה חבילות שוקולד צריך להכניס לכל חבילת שי כדי שמחירה יהיה מינימלי?

בדיקת ניצול משאבים

בפרק זה נלמד לבדוק האם היה ניצול מלא של המשאבים, כגון: זמן, כמות החומר וכו', כאשר מדובר במציאת הערך המקסימלי או הערך המינימלי.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 121.

דוגמה פתורה



במתפרה מייצרים x חולצות ו- y שמלות.

לחולצה דרושים 2 מ"ר בד ו-1 שעת תפירה.

לשמלה דרושים 4 מ"ר בד ו-4 שעות תפירה.

ביום מסוים היו במתפרה 40 מ"ר בד, ומספר השעות הכולל של

העובדים שתפרו ביום זה היה 24 שעות.

במתפרה ניתן לתפור לכל היותר 12 פריטים ביום.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.

הרווח של המתפרה במכירת חולצה הוא 100 שקלים

והרווח ממכירת שמלה הוא 80 שקלים.

ב. מצאו את מספר החולצות ואת מספר השמלות

שעל המתפרה לייצר כדי שרווחיה יהיו מקסימליים.

ג. איזה משאב בייצור הבגדים - שטח הבד, מספר שעות

התפירה או מספר הפריטים ביום - לא נוצל במלואו,

במקרה שהתקבל הרווח המקסימלי?

פתרון:

א. נבנה טבלה ונשבץ בה את הנתונים.

זמן התפירה (בשעות)	שטח הבד (במ"ר)	
$1x$	$2x$	x חולצות
$4y$	$4y$	y שמלות
יש 24 שעות $x + 4y \leq 24$	יש 40 מ"ר $2x + 4y \leq 40$	לכל היותר 12 $x + y \leq 12$ $x \geq 0, y \geq 0$

תשובה: מערכת האילוצים היא:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 4y \leq 40 \\ x + 4y \leq 24 \\ x + y \leq 12 \end{cases}$$

ב. הרווח של המתפרה במכירת חולצה הוא 100 שקלים, ולכן הרווח על x חולצות הוא: $100 \cdot x$ שקלים. הרווח במכירת שמלה הוא 80 שקלים, ולכן הרווח על y שמלות הוא: $80 \cdot y$ שקלים. פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 100x + 80y$.

נציב בפונקציית המטרה את שיעורי הקדקודים הנתונים בסרטוט.

$$f(x, y) = 100x + 80y$$

A: $f(0, 10) = 100 \cdot 0 + 80 \cdot 10 = 800$ שקלים

B: $f(4, 8) = 100 \cdot 4 + 80 \cdot 8 = 1040$ שקלים

C: $f(8, 4) = 100 \cdot 8 + 80 \cdot 4 = 1120$ שקלים

D: $f(10, 0) = 100 \cdot 10 + 80 \cdot 0 = 1000$ שקלים

E: $f(0, 0) = 100 \cdot 0 + 80 \cdot 0 = 0$ שקלים

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $C(8, 4)$. בנקודה זו הרווח הוא 1,040 שקלים.

הנקודה מייצגת ייצור של 8 חולצות ו-4 שמלות.

תשובה: כדי שהרווח יהיה מקסימלי על המתפרה לייצר ביום 8 חולצות ו-4 שמלות.

ג. מצאנו שהרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $(8, 4)$, כלומר בייצור של 8 חולצות ו-4 שמלות ביום. נבדוק איזה משאב בייצור הבגדים - שטח הבד, מספר שעות התפירה או מספר הפריטים ביום - לא נוצל במלואו, במקרה שהתקבל הרווח המקסימלי.

שטח בד:

נציב את שיעורי הנקודה $C(8, 4)$ באילוף המתייחס לשטח הבד: $2x + 4y \leq 40$.

$2 \cdot 8 + 4 \cdot 4 = 32 < 40$, לכן נסיק שהמתפרה לא ניצלה את כל שטח הבד שהיה ברשותה באותו היום.

מספר שעות התפירה:

נציב את שיעורי הנקודה $C(8, 4)$ באילוף המתייחס למספר שעות התפירה: $x + 4y \leq 24$.

$8 + 4 \cdot 4 = 24$, לכן נסיק שהמתפרה ניצלה את כל שעות התפירה באותו היום.

מספר הפריטים:

נציב את שיעורי הנקודה $C(8, 4)$ באילוף המתייחס למספר הפריטים: $x + y \leq 12$.

$8 + 4 = 12$, לכן נסיק שהמתפרה ניצלה את כל מספר הפריטים שהוקצב לאותו היום.

תשובה: המתפרה לא ניצלה את כל שטח הבד שעמד לרשותה באותו היום, כאשר התקבל הרווח המקסימלי.

הערה:

בהתבוננות בסרטוט ניתן לראות כי הישר AB המתאר את שטח הבד (במ"ר), אינו עובר דרך הנקודה $C(8, 4)$, שבה מתקבל הרווח המקסימלי, אלא עובר מעליה. זה ממחיש שמשאב זה (שטח הבד) לא נוצל במלואו. לעומת זאת הישרים האחרים שמתארים את מספר שעות התפירה ואת מספר הפריטים, עוברים דרך הנקודה $C(8, 4)$, ולכן נוצלו במלואם.



86. בקונדיטוריה מכינים בכל יום עוגות שוקולד ועוגות פירות.

הטבלה שלפניכם מציגה את כמות הקמח וכמות הסוכר בכל עוגה.

עוגת שוקולד	כמות הקמח (בגרם)	כמות הסוכר (בגרם)
עוגת פירות	600	180
עוגת שוקולד	200	300

בקונדיטוריה משתמשים בכל יום ב-6000 גרם קמח לכל היותר וב-5400 גרם סוכר לכל היותר.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

ב. לפניכם הזמנות שהוזמנו בקונדיטוריה. הציבו אותן במערכת האילוצים, ובדקו אילו

מהאפשרויות שלפניכם עומדות במגבלות של כמויות הקמח והסוכר היומיות?

(1) 10 עוגות שוקולד ו-7 עוגות פירות.

(2) 5 עוגות שוקולד ו-8 עוגות פירות.

(3) התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט

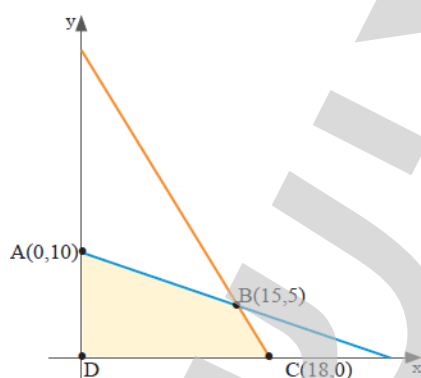
שלפניכם. איזו הזמנה, (1) או (2), מתוארת על ידי

נקודה שנמצאת בתחום האפשרי?

הקונדיטוריה מייצרת 15 עוגות שוקולד ו-5 עוגות פירות ביום

כדי שרווחיה יהיו מקסימליים.

ג. האם הכנתן מנצלת את כל כמות הקמח היומית?



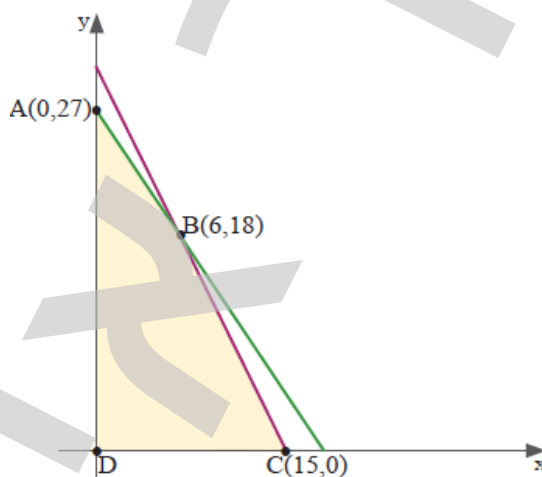
(ניתן להיעזר ביישומון לצורך פתרון השאלה.)



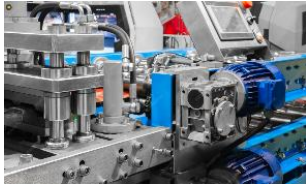
87. עידן פתח בביתו פיצרייה משפחתית קטנה. בשעות אחר הצהריים הוא מכין פיצות משפחתיות ואישיות. כמות הבצק לפיצה, זמן האפייה והרווח הנקי ממנה, נתונים בטבלה שלהלן, לפי גודל הפיצה:

כמות הבצק (בגרם)	זמן האפייה (בדקות)	רווח נקי לפיצה (בשקלים)	
180	15	35	פיצה משפחתית
90	10	20	פיצה אישית

עידן יכול להתחיל לאפות פיצה חדשה רק אחרי שמסתיימת אפיית הפיצה הקודמת. ביום מסוים היו לעידן 2,700 גרם בצק לכל היותר ו- 270 דקות של אפייה לכל היותר. סמנו ב- x את מספר הפיצות המשפחתיות שהכין עידן ביום זה. סמנו ב- y את מספר הפיצות האישיות שהכין עידן ביום זה. א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה. התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.



- הרווח של הפיצרייה במכירת פיצה משפחתית הוא 35 שקלים והרווח ממכירת פיצה אישית הוא 20 שקלים.
- רשמו את פונקציית המטרה של השאלה.
- מצאו את מספר הפיצות המשפחתיות ואת מספר הפיצות האישיות שעידן צריך לאפות כדי שרווחו יהיו מקסימליים.
- האם אחד המשאבים - כמות הבצק או זמן האפייה - לא נוצל במלואו, במקרה שהתקבל הרווח המקסימלי?



88. במפעל פועלות שלוש מכונות : M_1, M_2, M_3 .

המכונות משמשות להכנת שני סוגי מוצרים : מוצר א' ומוצר ב'.

כל אחד מהמוצרים חייב לעבור עיבוד בכל אחת משלוש המכונות.

במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את המכונה M_1 - 16 שעות לכל היותר,

את המכונה M_2 - 25 שעות לכל היותר, ואת המכונה M_3 - 98 שעות לכל היותר.

הזמן הדרוש לעיבוד 1 ק"ג מוצר מכל סוג בכל אחת מהמכונות נתון בטבלה הבאה.

M_3 (בשעות)	M_2 (בשעות)	M_1 (בשעות)	
3	2	1	מוצר א'
7	1	1	מוצר ב'

סמנו ב- x את מספר הק"ג של מוצר א' שאפשר לייצר במחזור אחד,

וב- y את מספר הק"ג של מוצר ב' שאפשר לייצר במחזור אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

בעל המפעל מעוניין ברווח מקסימלי. הרווח המקסימלי למפעל מתקבל כאשר הוא מייצר במחזור

ייצור אחד 3.5 ק"ג ממוצר א' ו-12.5 ק"ג ממוצר ב'.

ב. איזו מכונה אינה מנוצלת עד תום כאשר מתקבל הרווח המקסימלי? נמקו.

89. במפעל יש מכונה מסוימת שמייצרת שני סוגים של רכיבים : רכיב א' ורכיב ב'.

הטבלה שלפניכם מציגה את כמות חומרי הגלם, זמן הייצור וזמן האריזה של כל רכיב ביום.

רכיב א'	כמות חומר הגלם (בק"ג)	זמן הייצור (בדקות)	זמן האריזה (בדקות)
2	20	1	
1	30	3	

כמות חומר הגלם שבמפעל היא 52 ק"ג, המכונה זמינה ל-600 דקות

וזמן האריזה הוגבל ל-45 דקות ביום.

סמנו ב- x את מספר הרכיבים מסוג א' וב- y את מספר הרכיבים

מסוג ב'.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.

הרווח של המפעל ממכירת רכיב א' הוא 120 שקלים

והרווח ממכירת רכיב ב' הוא 150 שקלים.

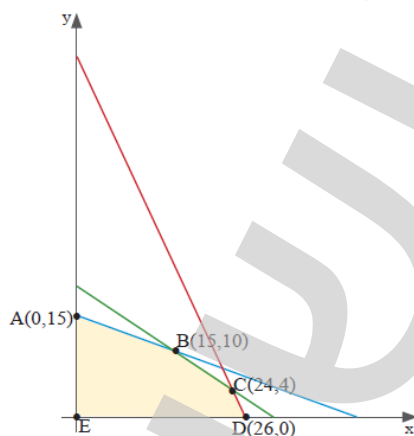
ב. רשמו את פונקציית המטרה של השאלה.

ג. מצאו את מספר הרכיבים מסוג א' ואת מספר הרכיבים מסוג

ב' שעל המפעל לייצר ביום כדי שרווחיו יהיו מקסימליים.

ד. האם אחד המשאבים - כמות חומר הגלם, זמן הייצור או זמן האריזה - לא נוצל במלואו, במקרה

שהתקבל הרווח המקסימלי?





90. לרשות נגרייה יש 6 מ"ק עצים, 63 מ"ר דיקט ו-216 ימי עבודת פועל.

לייצור ארון אמבט דרושים :

0.4 מ"ק עץ, 3 מ"ר דיקט ו-24 ימי עבודת פועל.

לייצור ארון בגדים דרושים :

0.8 מ"ק עץ, 9 מ"ר דיקט ו-12 ימי עבודת פועל.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

הרווח ממכירת ארון אמבט הוא 2500 שקלים וממכירת ארון בגדים 1500 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

ד. מצאו כמה ארונות אמבט וכמה ארונות בגדים כדאי לנגרייה לייצר, כדי שרווחיה יהיו

מקסימליים.

ה. איזה משאב אינו מנוצל עד תום - כמות העץ, כמות הדיקט או ימי עבודת פועל - כאשר מתקבל

הרווח המקסימלי? נמקו.

שינוי בפונקציית המטרה או באילוץ

בפרק זה נתמקד בשינוי בפונקציית המטרה או באילוץ והשפעתו של השינוי על התחום האפשרי או על הערך המינימלי/המקסימלי.

מה נלמד?

✓ שינוי בפונקציית המטרה.

✓ שינוי באילוץ.

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 121-122.

א. שינוי בפונקציית המטרה

דוגמה פתורה - שינוי בפונקציית המטרה



במאפייה מכינים שני סוגי עוגיות: עוגיות חמאה ועוגיות שוקולד.

תהליך ההכנה כולל שני שלבים: ערבוב ואפייה.

הנתונים לגבי זמני העבודה והרווח על 1 ק"ג עוגיות מכל סוג נתונים בטבלה:

עוגיות חמאה	זמן הערבוב (בדקות)	זמן האפייה (בדקות)	הרווח (בשקלים)
עוגיות חמאה	8	16	30
עוגיות שוקולד	10	12	35

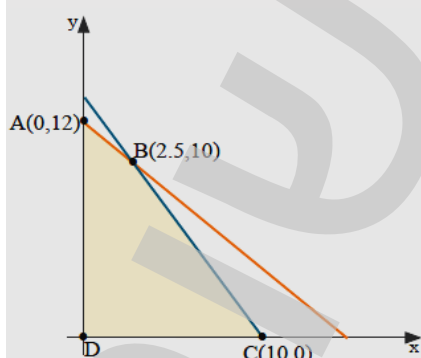
במחזור הכנה אחד ניתן להפעיל את ציוד הערבוב למשך 120 דקות לכל היותר, ואת תנורי האפייה למשך 160 דקות לכל היותר.

סמנו ב- x את מספר הק"ג של עוגיות החמאה וב- y את מספר הק"ג של עוגיות השוקולד שהוכנו במחזור הכנה אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה המתארת את הרווח.

בסרטוט שלפניכם מתואר התחום האפשרי המתקבל מערכת האילוצים וקדקודיו.

ב. כמה ק"ג עוגיות מכל סוג על המאפייה להכין במחזור הכנה אחד כדי שרווחיה יהיו מקסימליים? מהו הרווח המקסימלי?



באחד ממחזורי ההכנה הוסיפו לעוגיות השוקולד ציפוי שוקולד ולכן הן נמכרו במחיר גבוה יותר והרווח ל-1 ק"ג היה 40 שקלים (שאר הנתונים שבטבלה לא השתנו).

ג. (1) כמה ק"ג עוגיות מכל סוג על המאפייה להכין במחזור הכנה אחד כדי שרווחיה יהיו מקסימליים? מהו הרווח המקסימלי?

(2) בכמה שקלים גדל הרווח במחזור הכנה זה לעומת הרווח שהתקבל במחזור ההכנה הקבוע?

פתרון:

א. נשבץ בטבלה הנתונה את הנתונים.

זמן הערבוב (בדקות)	זמן האפייה (בדקות)	הרווח (בשקלים)	
x ק"ג עוגיות חמאה	8x	16x	30x
y ק"ג עוגיות שוקולד	10y	12y	35y
$x \geq 0, y \geq 0$	לכל היותר 120 דקות $8x + 10y \leq 120$	לכל היותר 160 דקות $16x + 12y \leq 160$	$f(x, y) = 30x + 35y$

תשובה: מערכת האילוצים היא:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 10y \leq 120 \\ 16x + 12y \leq 160 \end{cases}$$
 פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 30x + 35y$.

ב. נציב בפונקציית המטרה את שיעורי הקדקודים הנתונים בסרטוט.

$$f(x, y) = 30x + 35y$$

A: $f(0, 12) = 30 \cdot 0 + 35 \cdot 12 = 420$ שקלים

B: $f(2.5, 10) = 30 \cdot 2.5 + 35 \cdot 10 = 425$ שקלים

C: $f(10, 0) = 30 \cdot 10 + 35 \cdot 0 = 300$ שקלים

D: $f(0, 0) = 30 \cdot 0 + 35 \cdot 0 = 0$ שקלים

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $B(2.5, 10)$. הנקודה מייצגת הכנה של 2.5 ק"ג עוגיות חמאה ו-10 ק"ג עוגיות שוקולד.

תשובה: כדי שהרווח יהיה מקסימלי על המאפייה להכין במחזור הכנה אחד 2.5 ק"ג עוגיות חמאה ו-10 ק"ג עוגיות שוקולד. הרווח המקסימלי הוא 425 שקלים.

ג. (1) מערכת האילוצים לא השתנתה ולכן גם התחום האפשרי וקדקודיו לא משתנים.

השינוי ברווח של 1 ק"ג עוגיות שוקולד משנה את פונקציית המטרה.

הרווח של המאפייה במכירת 1 ק"ג עוגיות חמאה נשאר 30 שקלים, ולכן הרווח על x ק"ג עוגיות חמאה נשאר $30 \cdot x$ שקלים.

הרווח של המאפייה במכירת 1 ק"ג עוגיות שוקולד גדל ל-40 שקלים, ולכן הרווח על y ק"ג עוגיות שוקולד הוא $40 \cdot y$ שקלים.

לכן פונקציית המטרה החדשה היא: $f(x, y) = 30x + 40y$.

נציב בפונקציית המטרה החדשה את שיעורי הקדקודים הנתונים בסרטוט.

$$f(x, y) = 30x + 40y$$

$$A: f(0, 12) = 30 \cdot 0 + 40 \cdot 12 = 480 \text{ שקלים}$$

$$B: f(2.5, 10) = 30 \cdot 2.5 + 40 \cdot 10 = 475 \text{ שקלים}$$

$$C: f(10, 0) = 30 \cdot 10 + 40 \cdot 0 = 300 \text{ שקלים}$$

$$D: f(0, 0) = 30 \cdot 0 + 40 \cdot 0 = 0 \text{ שקלים}$$

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $A(0, 12)$. הנקודה מייצגת הכנה של 12 ק"ג עוגיות שוקולד ללא הכנה של עוגיות חמאה.

תשובה: כדי שהרווח יהיה מקסימלי על המאפייה להכין במחזור הכנה אחד 12 ק"ג עוגיות שוקולד ללא הכנה של עוגיות חמאה. הרווח המקסימלי הוא 480 שקלים.

(2) הרווח גדל מ-425 שקלים ל-480 שקלים במחזור הכנה אחד, לכן בסך-הכול הרווח גדל ב-55 שקלים (480 - 425).

תשובה: הרווח במחזור הכנה זה גדל ב-55 שקלים לעומת הרווח שהתקבל במחזור ההכנה הקבוע.

91. בחנות ממתקים מוכרים מארזי שי לחג. בכל מארז יש חטיפים משני סוגים: חטיפים מתוקים וחטיפים מלוחים.

המשקל של חטיף מתוק אחד הוא 100 גרם והמשקל של חטיף מלוח אחד הוא 50 גרם.

בכל מארז יש לכל היותר 10 פריטים, והמשקל של מארז אחד הוא לכל היותר 600 גרם.

נסמן ב- x את מספר החטיפים המתוקים במארז וב- y את מספר החטיפים המלוחים במארז.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתקבל ממערכת

האילוצים וקדקודיו.

הרווח מחטיף מתוק אחד הוא 5 שקלים, והרווח מחטיף

מלוח אחד הוא 4 שקלים.

ב. כתבו את פונקציית המטרה.

ג. (1) כמה חטיפים מתוקים וכמה חטיפים מלוחים

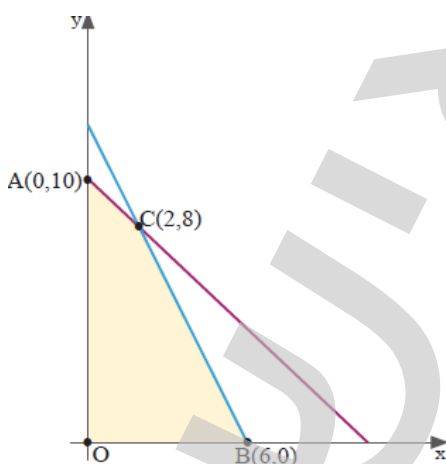
צריכים להיות במארז אחד כדי להשיג רווח

מקסימלי?

(2) מהו הרווח המקסימלי ממארז אחד?

ד. אם הרווח מחטיף מתוק אחד יהיה 6 שקלים (והרווח מחטיף מלוח אחד לא ישתנה), האם תשתנה

תשובתכם לסעיף ג' (1)? האם תשתנה תשובתכם לסעיף ג' (2)?





92. נועה מעוניינת להרכיב תפריט שיש בו שני סוגים של ויטמינים :

ויטמין א' וויטמין ב'.

שני הוויטמינים נמצאים בתפוחים ובתפוזים ולא בשאר המאכלים שהיא אוכלת.

בטבלה שלפניכם נתונות הכמויות של שני הוויטמינים ב-1 ק"ג תפוחים וב-1 ק"ג תפוזים.

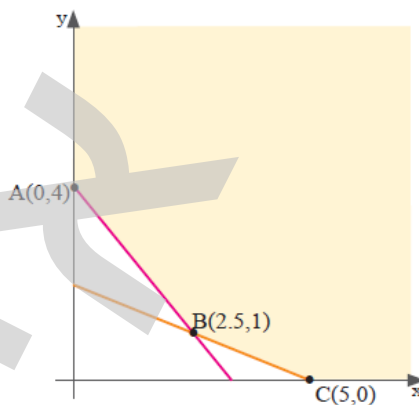
ויטמין א' (במ"ג)	ויטמין ב' (במ"ג)	
20	60	תפוחים
50	50	תפוזים

נסמן ב- x ק"ג את כמות התפוחים וב- y ק"ג את כמות התפוזים.

הכמות השבועית של הוויטמינים הדרושה לנועה היא לפחות 100 מ"ג ויטמין א' ולפחות 200 מ"ג ויטמין ב'.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים של השאלה וקדקודיו.



המחיר של 1 ק"ג תפוחים הוא 8 שקלים, והמחיר של 1 ק"ג תפוזים הוא 7 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. כמה ק"ג תפוחים וכמה ק"ג תפוזים צריכה נועה לאכול במשך שבוע כדי שתשלם מחיר מינימלי?

ד. מחיר 1 ק"ג תפוחים עלה ל-10 שקלים (מחיר 1 ק"ג תפוזים לא השתנה), האם תשתנה תשובתכם לסעיף ג'?



93. חקלאי מגדל סלק וגזר בשדה ששטחו 10 דונם לכל היותר.

כדי לגדל סלק בדונם אחד דרושים 3 ימי עבודה.

כדי לגדל גזר בדונם אחד דרושים 7 ימי עבודה.

לרשות החקלאי עומדים לכל היותר 42 ימי עבודה בעונה מסוימת.

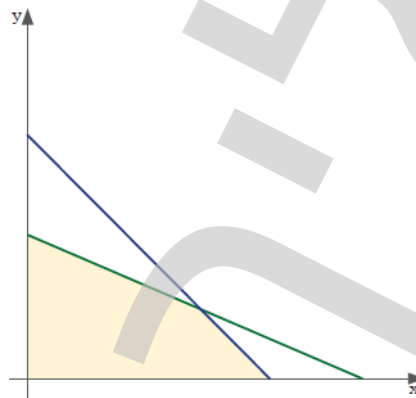
נסמן ב- x את מספר הדונמים שבהם החקלאי מגדל סלק, וב- y את מספר הדונמים שבהם הוא מגדל גזר.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

הרווח של החקלאי מגידול סלק בדונם אחד הוא 1,000 שקלים, ומגידול גזר בדונם אחד הוא 1,400 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה המתאימה לשאלה.

לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתאים לשאלה, המתקבל ממערכת האילוצים.



ג. מצאו בכמה דונמים צריך החקלאי לגדל סלק, ובכמה דונמים הוא צריך לגדל גזר, כדי שהכנסתו תהיה מקסימלית.

מחירי הגזר ירדו בעונת הגידול הבאה.

הרווח של החקלאי מגידול גזר בדונם אחד הצטמצם ל-1,000 שקלים (הרווח מגידול סלק בדונם אחד לא השתנה).

ד. לפניכם 3 אפשרויות למספר הדונמים שבהם החקלאי יכול לגדל סלק וגזר בעונה זו.

בחרו את כל האפשרויות שבהן מתקבל רווח מקסימלי לאחר ירידת הרווח מגידול גזר בדונם אחד:

(1) 7 דונם סלק ו-3 דונם גזר.

(2) 9 דונם סלק ו-1 דונם גזר.

(3) 0 דונם סלק ו-6 דונם גזר.



94. ספורטאי מתאמן בחדר כושר. הומלץ לו לאכול לפי תפריט מיוחד כדי להעלות את מסת השריר שלו.

התפריט כולל רק מנות בשר ומנות סלט ירוק.

בטבלה שלפניכם נתונים מספר הקלוריות וכמות החלבון במנת בשר ובמנת סלט ירוק.

מספר הקלוריות	כמות החלבון (בגרם)	
230	40	מנת בשר
80	20	מנת סלט ירוק

הספורטאי צורך ביום אחד 1,840 קלוריות לכל היותר, ו-160 גרם חלבון לפחות.

סמנו ב- x את מספר מנות הבשר וב- y את מספר מנות הסלט הירוק.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

המחיר של מנת בשר אחת הוא 40 שקלים, והמחיר של מנת סלט ירוק אחת הוא 20 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

התחום האפשרי של השאלה הוא תחום סגור, שקדקודיו הם: $(0, 8)$, $(0, 23)$, $(8, 0)$, $(4, 0)$.

ג. מצאו כמה מנות בשר וכמה מנות סלט ירוק צריך הספורטאי לאכול ביום אחד, כדי לשלם בעבור

המנות את המחיר הנמוך ביותר.

המחיר של מנת בשר עלה, וכעת המחיר הוא 45 שקלים. המחיר של מנת סלט ירוק נשאר ללא שינוי.

ד. האם חל שינוי בכמות מנות הבשר ובכמות מנות הסלט הירוק שהספורטאי צריך לאכול ביום אחד

כדי שיצליח להעלות את מסת השריר שלו ולשלם בעבור המנות את המחיר הנמוך ביותר? נמקו.

ב. שינוי באילוצ

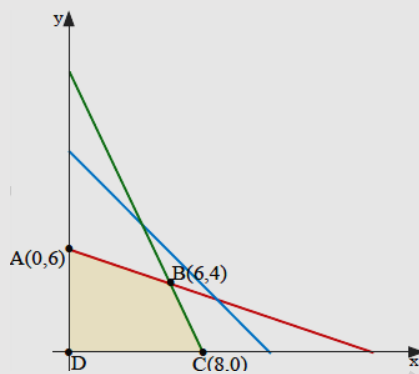
דוגמה פתורה - שינוי באילוצ



מפעל מייצר שני סוגים של דלתות: דלת פנים ודלת חוץ (דלת הכניסה לבית). תהליך הייצור מורכב משלושה שלבים עיקריים: חיתוך, עיבוד וצביעה. במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד החיתוך 16 שעות לכל היותר, את ציוד העיבוד - 18 שעות לכל היותר ואת ציוד הצביעה - 24 שעות לכל היותר. אותו ציוד משמש לייצור שני סוגי הדלתות.

פירוט הזמן הדרוש לכל שלב בייצור דלת אחת והרווח לכל דלת נתון בטבלה שלפניכם:

דלת פנים	זמן החיתוך (בשעות)	זמן העיבוד (בשעות)	זמן הצביעה (בשעות)	הרווח (בשקלים)
דלת פנים	2	1	2	500
דלת חוץ	1	3	2	875



נסמן ב- x את מספר דלתות הפנים וב- y את מספר דלתות החוץ שהמפעל מייצר במחזור ייצור אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה.

התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.

ב. כמה דלתות מכל סוג על המפעל לייצר במחזור ייצור אחד, כדי שרווחיו יהיו מקסימליים?

ג. באחד ממחזורי הייצור התקלקלה מכונת הצביעה למשך 4 שעות, ולכן אפשר היה להפעילה רק במשך 20 שעות.

האם תשובתכם לסעיף ב' תשתנה לגבי מחזור ייצור זה? נמקו.

פתרון:

א. נשבץ בטבלה הנתונה את הנתונים.

	זמן החיתוך (בשעות)	זמן העיבוד (בשעות)	זמן הצביעה (בשעות)	הרווח (בשקלים)
x דלתות פנים	$2x$	$1x$	$2x$	$500x$
y דלתות חוץ	$1y$	$3y$	$2y$	$875y$
$x \geq 0$ $y \geq 0$	לכל היותר 16 שעות $2x + y \leq 16$	לכל היותר 18 שעות $x + 3y \leq 18$	לכל היותר 24 שעות $2x + 2y \leq 24$	$f(x, y) = 500x + 875y$

תשובה: מערכת האילוצים היא: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 16 \\ x + 3y \leq 18 \\ 2x + 2y \leq 24 \end{cases}$, פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 500x + 875y$.

ב. נציב בפונקציית המטרה את שיעורי הקדקודים הנתונים בסרטוט.

$$f(x, y) = 500x + 875y$$

$$A: f(0, 6) = 500 \cdot 0 + 875 \cdot 6 = 5250 \text{ שקלים}$$

$$B: f(6, 4) = 500 \cdot 6 + 875 \cdot 4 = 6500 \text{ שקלים}$$

$$C: f(8, 0) = 500 \cdot 8 + 875 \cdot 0 = 4000 \text{ שקלים}$$

$$D: f(0, 0) = 500 \cdot 0 + 875 \cdot 0 = 0 \text{ שקלים}$$

הרווח המקסימלי מתקבל בנקודה $B(6, 4)$. הנקודה מייצגת ייצור של 6 דלתות פנים ו-4 דלתות חוץ.

תשובה: כדי שהרווח יהיה מקסימלי על המפעל לייצר במחזור ייצור אחד 6 דלתות פנים ו-4 דלתות חוץ.

ג. אפשר היה להפעיל את ציוד הצביעה למשך 24

שעות לכל היותר, האילוף המתאים הוא:

$$2x + 2y \leq 24$$

השבתת מכונת הצביעה ל-4 שעות, הביא לכך

שניתן היה להפעילה 20 שעות לכל היותר. לכן

$$2x + 2y \leq 20 \text{ האילוף החדש הוא:}$$

נוסיף לסרטוט את הישר המתאים ל:

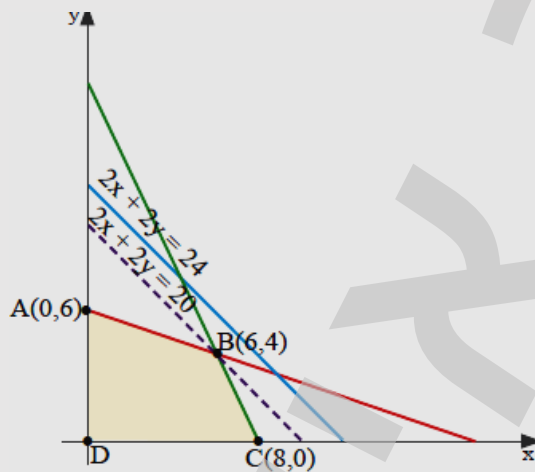
$$2x + 2y \leq 20, \text{ ונבדוק את השפעתו על התחום.}$$

האילוף הקודם מסורטט בקו רציף והאילוף

החדש מסורטט בקו מקווקו המקביל לו.

ניתן לראות כי התחום האפשרי וקדקודיו לא השתנו בעקבות השינוי באילוף.

תשובה: התשובה לסעיף ב' לא השתנתה, כי שינוי האילוף לא השפיע על התחום האפשרי וקדקודיו.





95. במשתלה יש שק ענק (בָּלָה) של אדמה לשתילה שמשקלו 400 ק"ג.

עובד במשתלה ממלא באדמה מהשק שני גדלים של עציצים :

עציץ גדול שמכיל 10 ק"ג אדמה ועציץ קטן שמכיל 5 ק"ג אדמה.

ביום מסוים עמדו לרשות העובד 30 עציצים קטנים לכל היותר.

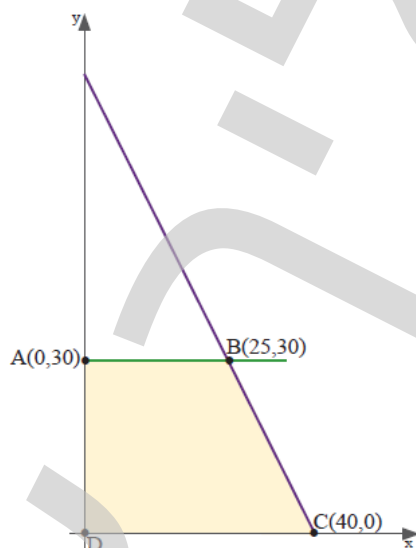
נסמן ב- x את מספר העציצים הגדולים וב- y את מספר העציצים הקטנים.

הרווח של המשתלה ממכירת עציץ גדול הוא 80 שקלים והרווח

שלה ממכירת עציץ קטן הוא 50 שקלים.

א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה.

התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.



ב. כמה עציצים מכל סוג על העובד למלא כדי שהרווחים של המשתלה יהיו מקסימליים?

ג. בתהליך המילוי של העציצים הקטנים נשברו 10 מביניהם ונותרו רק 20 עציצים קטנים.

האם תשובתכם לסעיף ב' תשתנה לגבי יום זה? נמקו.



96. מאפייה מכינה שני סוגים של סופגניות : סופגניות גדולות וסופגניות קטנות.

תהליך ההכנה מורכב משלושה שלבים עיקריים : הכנת הבצק, התפחה וטיגון.

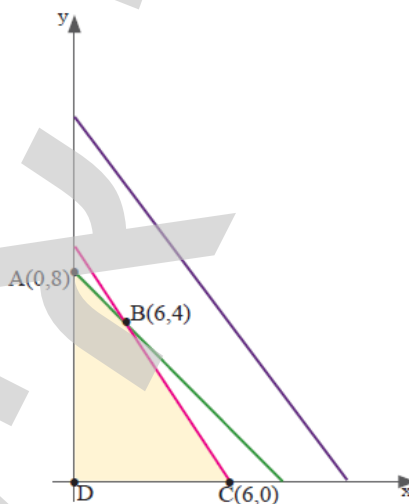
במחזור הכנה אחד זמן ההכנה של 1 ק"ג בצק הוא 120 דקות לכל היותר, זמן ההתפחה - 540 דקות לכל היותר וזמן הטיגון - 420 דקות לכל היותר.

פירוט הזמן הדרוש לכל שלב בהכנת 1 ק"ג סופגניות גדולות ו-1 ק"ג סופגניות קטנות והרווח לכל סוג נתון בטבלה שלפניכם :

זמן הכנת הבצק (בדקות)	זמן ההתפחה (בדקות)	זמן הטיגון (בדקות)	הרווח (בשקלים)
15	90	40	70
15	60	30	50

נסמן ב- x ק"ג את כמות הסופגניות הגדולות וב- y ק"ג את כמות הסופגניות הקטנות שהמאפייה מכינה במחזור הכנה אחד.

א. רשמו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה.
התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.



- ב. כמה ק"ג סופגניות מכל סוג על המאפייה להכין במחזור הכנה אחד, כדי שרווחיה יהיו מקסימליים?
באחד ממחזורי ההכנה הפעילו במקביל מכשירי טיגון נוספים, ולכן התקצר זמן הטיגון ל-360 דקות.
- ג. האם תשובתכם לסעיף ב' תשתנה לגבי מחזור ייצור זה? נמקו.



97. בחנות למוצרי קוסמטיקה מוכרים מארזי מתנה משני סוגים, א' ו' ב'.

המארזים מורכבים מסבונים וקרמים.

בטבלה שלפניכם מוצגים מספר הסבונים ומספר הקרמים, על פי סוג המארז.

מספר הקרמים	מספר הסבונים	
2	15	מארז א'
4	10	מארז ב'

בכל יום יש בחנות 300 סבונים לכל היותר ו- 56 קרמים לכל היותר שמהם אפשר להרכיב מארזים.

הרווח מכל מארז מסוג א' הוא 30 שקלים ומכל מארז מסוג ב' 25 שקלים.

סמנו ב- x את מספר המארזים מסוג א' וב- y את מספר המארזים מסוג ב'.

א. כתבו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. כתבו את פונקציית המטרה.

ג. קבעו איזה מן הסרטוטים 1-3 שבסוף השאלה מתאר את התחום האפשרי של השאלה (השטח

הצבוע).

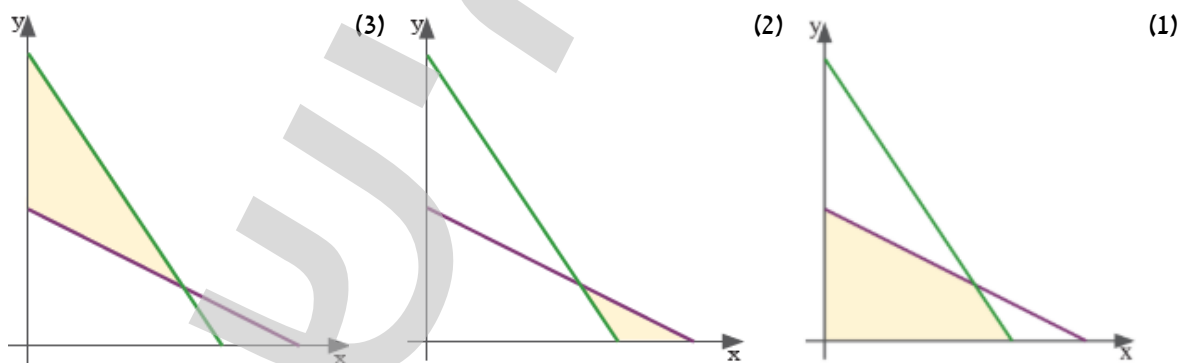
ד. מצאו כמה מארזים מכל סוג צריך למכור ביום אחד כדי שהרווח ממכירת המארזים יהיה

מקסימלי.

ביום מסוים התברר שיש במחסן של החנות מספר גדול של קרמים שהתוקף שלהם עומד לפוג.

לכן באותו היום החליטו לארוז לפחות 56 קרמים (האילוץ של מספר הסבונים לא השתנה).

ה. קבעו איזה מן הסרטוטים 1-3 שבסוף השאלה מתאר את התחום האפשרי ביום זה.



98. למפעל נחושת יש שני מכרות: מכרה I ומכרה II.

בכל אחד מן המכרות אפשר להפיק ביום שלושה סוגי עפרות:

מכרה	עפרה א' (טון)	עפרה ב' (טון)	עפרה ג' (טון)
I	6	2	1
II	2	2	3

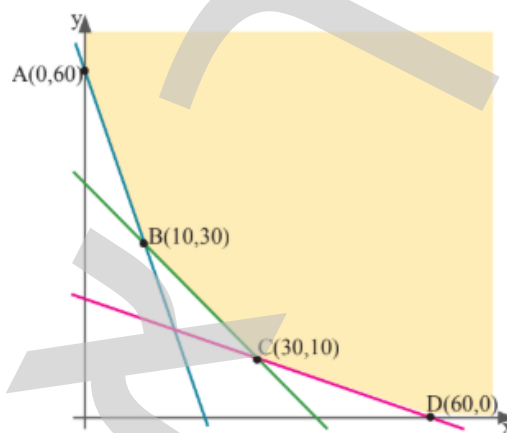
המפעל התחייב לספק ביום לפחות 120 טונות של עפרה א', לפחות 80 טונות של עפרה ב', ולפחות 60 טונות של עפרה ג'.

ההוצאות (באלפי שקלים) עבור הפעלת המכרות במשך יום עבודה אחד הן 180 למכרה I ו-240 למכרה II.

המפעל מעוניין לספק את הסחורה בהוצאות מינימליות.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה ואת פונקציית המטרה.

התחום האפשרי וקדקודיו מופיעים בסרטוט שלפניכם.



ב. כמה ימים כדאי להפעיל כל מכרה כדי שהוצאותיו תהינה מינימליות?

ג. ביום מסוים התחייב המפעל לספק לפחות 180 טונות של עפרה א'.

האם תשובתכם לסעיף ב' תשתנה לגבי יום זה? נמקו.

שאלות הכוללות פרמטר

בפרק זה נעסוק בשאלות שבהן יש פרמטר בפונקציית המטרה או באילוץ. השאלות מתמקדות במציאת ערך הפרמטר על סמך נתונים בשאלה, כגון: ערך מקסימלי ו/או ערך מינימלי נתון של פונקציית המטרה, ערך זהה של פונקציית המטרה בשני קדקודי התחום האפשרי ועוד. השאלות שתישאלנה קשורות לכל השלבים הנדרשים לפתרון שאלה בתכנון ליניארי או לחלקם וכן במציאת ערך הפרמטר על ידי פתרון משוואה ליניארית או מערכת משוואות ליניאריות.

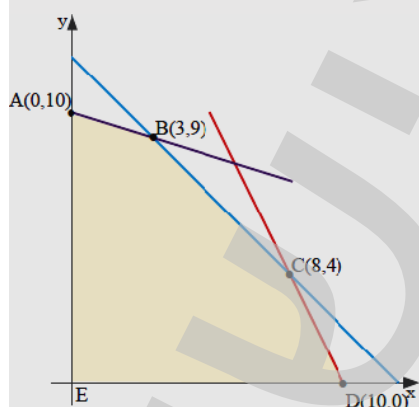
התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 122-123.

דוגמה פתורה

במפעל פועלות שלוש מכונות $D1$, $D2$ ו- $D3$, המשמשות להכנת שני סוגים של מוצרים: סוג א' וסוג ב'. בטבלה הבאה מפורטות:

- השעות הדרושות לכל מכונה ליצור פריט אחד מכל סוג של מוצר.
- המספר המקסימלי של השעות העומדות לרשות המפעל במחזור ייצור אחד.
- הרווח הנקי שמקבל המפעל ממכירת פריט אחד מכל סוג.

הרווח הנקי (בשקלים)	$D3$ (בשעות)	$D2$ (בשעות)	$D1$ (בשעות)	
80	1	2	2	סוג א'
k	3	1	2	סוג ב'
	30	20	24	מספר מקסימלי של שעות במחזור אחד



נסמן ב- x את מספר המוצרים מסוג א' וב- y את מספר המוצרים מסוג ב'.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

הגרף הבא מתאר את מערכת האילוצים.

ב. ידוע שבשתי הנקודות B ו-C מתקבל אותו רווח, שהוא הרווח המקסימלי.

מצאו את הרווח שהמפעל מקבל ממכירת מוצר מסוג ב'.

פתרון:

א. נשבץ בטבלה הנתונה את הנתונים.

הרווח הנקי (בשקלים)	D3 (בשעות)	D2 (בשעות)	D1 (בשעות)	
80	1	2	2	סוג א'
k	3	1	2	סוג ב'
$f(x, y) = 80x + ky$	$x + 3y \leq 30$	$2x + y \leq 20$	$2x + 2y \leq 24$	מספר מקסימלי של שעות במחזור אחד $x \geq 0, y \geq 0$

תשובה: מערכת האילוצים היא:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 2y \leq 24 \\ 2x + y \leq 20 \\ x + 3y \leq 30 \end{cases}$$

ב. הרווח במכירת מוצר מסוג א' הוא 80 שקלים, ולכן הרווח על x מוצרים מסוג א' הוא: $80 \cdot x$ שקלים.

הרווח במכירת מוצר מסוג ב' הוא k שקלים, ולכן הרווח על y מוצרים מסוג ב' הוא: $k \cdot y$ שקלים. פונקציית המטרה היא: $f(x, y) = 80x + ky$.

ידוע שבשתי הנקודות B (3, 9) ו-C (8, 4) מתקבל אותו רווח, שהוא הרווח המקסימלי.

נציב כל אחת מהנקודות בפונקציית המטרה ונשווה את הביטויים:

$$f(3, 9) = 80 \cdot 3 + k \cdot 9$$

$$f(8, 4) = 80 \cdot 8 + k \cdot 4$$

$$80 \cdot 3 + k \cdot 9 = 80 \cdot 8 + k \cdot 4$$

$$240 + 9k = 640 + 4k \quad / -240$$

$$9k = 400 + 4k \quad / -4k$$

$$5k = 400 \quad / :5$$

$$k = 80$$

תשובה: הרווח של המפעל ממכירת מוצר אחד מסוג ב' הוא 80 שקלים.



99. בדוכן מיצים סוחטים שני סוגים של מיצים : מיץ תפוזים ומיץ רימונים.

נסמן ב- x את מספר כוסות מיץ התפוזים וב- y את מספר כוסות מיץ

הרימונים שסוחטים בדוכן במשך שעה.

פונקציית המטרה שמתארת את הרווח של הדוכן היא :

$$f(x, y) = px + 15y$$

נתון : 366 שקלים $f(12, 10) =$

א. מצאו את ערכו של p .

ב. מצאו את $f(15, 8)$.



100. מפעל מייצר בקבוקים קטנים ובקבוקים גדולים.

נסמן ב- x את מספר הבקבוקים הקטנים וב- y את מספר הבקבוקים

הגדולים שמייצר המפעל במשך שעה.

פונקציית המטרה המתארת את הוצאות המפעל היא :

$$f(x, y) = 2x + by$$

הערך המינימלי של פונקציית המטרה, שהוא 190 שקלים מתקבל בקדקוד ששיעוריו (50, 30).

א. מצאו את ערכו של b .

ב. מצאו את $f(20, 40)$.



101. בבריכת דגים מגדלים שני סוגים של דגים : אמנון ודניס.

הרווח ממכירת 1 ק"ג של אמנון הוא n שקלים והרווח ממכירת 1 ק"ג

דניס הוא 30 שקלים.

נסמן ב- x ק"ג את כמות דגי האמנון וב- y ק"ג את כמות דגי הדניס

שמוכרים בבריכת הדגים בשבוע.

א. בטאו באמצעות n את פונקציית המטרה המתארת את הרווח.

הערך של פונקציית המטרה במכירת 120 ק"ג אמנון ו-150 ק"ג דניס הוא 8340 שקלים.

ב. מצאו את ערכו של n .

ג. האם במכירת 150 ק"ג אמנון ו-120 ק"ג דניס מתקבל רווח גדול מ-8340 שקלים?



102. במפעל מייצרים שני סוגים של מגבות : מגבת גוף ומגבת פנים.

כמות המגבות שמייצרים במחזור ייצור אחד תלויה בכמות חומר הגלם, במספר העובדים, ובזמן הפעלת המכונות. המפעל מעוניין שהוצאותיו תהיינה מינימליות.

הרווח של המפעל מייצור מגבת גוף הוא 25 שקלים, ומייצור מגבת פנים הוא a שקלים.

נסמן ב- x את מספר מגבות הגוף וב- y את מספר מגבות הפנים שמייצר המפעל במחזור ייצור אחד.

א. בטאו באמצעות a את פונקציית המטרה.

ב. מהו רווח המפעל מייצור מגבת פנים אחת, אם ידוע שבייצור 90 מגבות גוף ו-30 מגבות פנים הרווח של המפעל הוא 2850 שקלים.

קדקודי התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים הם : $(0, 45)$, $(60, 90)$, $(90, 30)$, $(45, 0)$.

ג. האם הרווח של המפעל בייצור 90 מגבות גוף ו-30 מגבות פנים הוא הרווח המקסימלי? נמקו.

103. מרכז תרבות ביישוב מסוים מציע סדנאות ציור ומוזיקה.

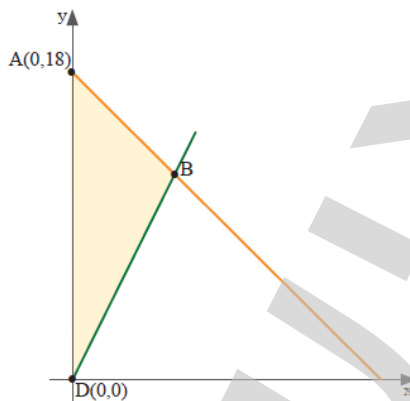
סדנת ציור נמשכת שעותיים, וסדנת מוזיקה - שעה אחת.

המרכז יכול להפעיל עד 18 שעות של סדנאות בשבוע.

מספר סדנאות המוזיקה צריך להיות גדול לפחות פי 2 ממספר סדנאות הציור.

נסמן ב- x את מספר סדנאות הציור וב- y את מספר סדנאות המוזיקה.

לפניכם מערכת האילוצים של השאלה והתחום האפשרי.



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 18 \\ y \geq 2x \end{cases}$$

א. מצאו את שיעורי הנקודה B.

הרווח של מרכז התרבות על סדנת ציור הוא 700 שקלים

ועל סדנת מוזיקה הוא k שקלים.

ב. בטאו באמצעות k את פונקציית המטרה.

פונקציית המטרה מקבלת בנקודה B ערך מקסימלי שהוא 10,200 שקלים.

ג. מצאו את ערכו של k .



104. בבית ספר תכננו להכין ולמכור משלוחי מנות לפורים ולתרום את ההכנסות.

בבית הספר הכינו שני גדלים של משלוחי מנות: משלוח מנות קטן ומשלוח מנות גדול.

במשלוח מנות קטן יש 6 פריטים ובמשלוח מנות גדול יש 10 פריטים.

תלמידי בית הספר תרמו 430 פריטים שמהם ירכיבו את משלוחי המנות.

המטרה להכין ולמכור לפחות 55 משלוחי מנות.

נסמן ב- x את מספר משלוחי המנות הקטנים וב- y את מספר משלוחי המנות הגדולים.

א. רשמו את מערכת האילוצים.

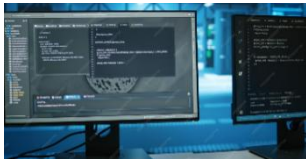
הרווח ממשלוח מנות קטן הוא a שקלים והרווח ממשלוח מנות גדול הוא 50 שקלים.

בית הספר מעוניין ברווח מקסימלי.

ב. בטאו באמצעות a את פונקציית המטרה.

הרווח המקסימלי הוא 2,000 שקלים והוא מתקבל בנקודה B.

ג. מצאו את a .



105. חברת תוכנה מפתחת פרויקטים משני סוגים: פרויקט בסיסי ופרויקט מתקדם.

בטבלה הבאה מפורטות: מספר השעות הדרושות לפיתוח ולתיעוד.

העלות (בשקלים)	זמן תיעוד (בשעות)	זמן פיתוח (בשעות)	
t	10	80	פרויקט בסיסי
28000	25	150	פרויקט מתקדם
	380	2400	מספר מקסימלי של שעות

נסמן ב- x את מספר הפרויקטים הבסיסיים וב- y

את מספר הפרויקטים המתקדמים.

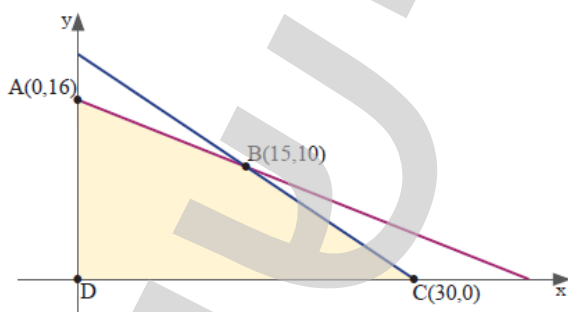
א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

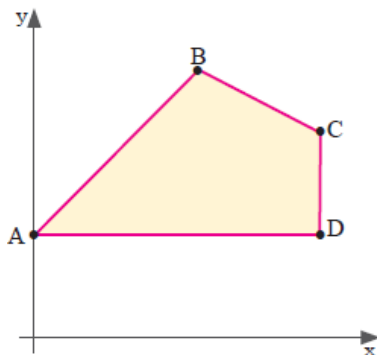
הגרף הבא מתאר את מערכת האילוצים.

ידוע שבנקודה C מתקבלת עלות מינימלית

שהיא 450,000 שקלים.

ב. מצאו את t .





106. חקלאי מגדל תפוחים ואגסים.

נסמן ב- x את מספר הדונמים שבהם החקלאי מגדל תפוחים וב- y את מספר הדונמים שבהם הוא מגדל אגסים. המרובע ABCD שבסרטוט מתקבל ממערכת האילוצים הבאה:

$$\begin{cases} x \leq 14 \\ y \geq 5 \\ y \leq x + 5 \\ x + 2y \leq 34 \end{cases}$$

א. מצאו את שיעורי הקדקודים A, B, C, D.

פונקציית המטרה המתארת את הרווח של החקלאי היא: $f(x, y) = mx + 9000y$.

הפונקציה מקבלת ערך מקסימלי בקטע BC.

ב. מצאו את ערכו של m .



107. בסטודיו לקרמיקה מייצרים ספלים וקערות.

לכל ספל דרוש k ק"ג חימר, ולכל קערה דרוש 0.4 ק"ג חימר.

לרשות הסטודיו יש לכל היותר 20 ק"ג חימר ביום.

בתנור בסטודיו ניתן לשרוף לא יותר מ-60 פריטים ביום.

נסמן ב- x את מספר הספלים, וב- y את מספר הקערות.

א. רשמו את מערכת האילוצים המתאימה (אחד האילוצים יבוטא באמצעות k).

כאשר מייצרים בסטודיו 20 ספלים ו-40 קערות, משתמשים בכל 20 ק"ג החימר שמוקצבים לאותו היום.

ב. מצאו את ערכו של k .

הסטודיו מרוויח על כל ספל 25 שקלים, ועל כל קערה 35 שקלים, והוא מעוניין ברווח מקסימלי.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. סרטטו את התחום האפשרי ומצאו את קדקודיו.

ה. האם ייצור של 20 ספלים ו-40 קערות נותן רווח מקסימלי?



108. לנגר יש 6 מ"ק עצים לכל היותר, 42 מ"ר דיקט לכל היותר ו-90 ימי עבודת פועל לכל היותר.

בטבלה שלפניכם מופיעים נפח העץ, שטח הדיקט, מספר ימי עבודת הפועל הדרושים לכל סוג של ארון והרווח של הנגר מכל סוג של ארון.

נפח העץ (במ"ק)	שטח הדיקט (במ"ר)	ימי עבודת פועל	הרווח (בשקלים)
0.4	2	10	1000
0.8	m	5	a

נסמן ב-x את מספר ארונות המטבח וב-y את מספר ארונות הבגדים.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה (אחד האילוצים יבוטא באמצעות m).

בייצור 7 ארונות בגדים בלבד, משתמש הנגר בכל הדיקט שברשותו.

ב. מצאו את ערכו של m.

הנגר מעוניין ברווח מקסימלי.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

כדי לקבל רווח מקסימלי שהוא 13,000 שקלים מייצר הנגר 7 ארונות מטבח ו-4 ארונות בגדים.

ד. מצאו את ערכו של a.

ה. האם כדי לייצר 7 ארונות מטבח ו-4 ארונות בגדים השתמש הנגר בכל הדיקט שעמד לרשותו?

נמקו.

תרגול נוסף

התשובות לתרגילים בפרק זה - בעמ' 123-124.



109. שני מפעלים, מפעל א' ומפעל ב', מייצרים חולצות משני סוגים : חולצות ארוכות וחולצות קצרות.
נסמן : x - מספר החולצות הארוכות, y - מספר החולצות הקצרות.

מערכת האילוצים של מפעל א' לייצור חולצות היא :

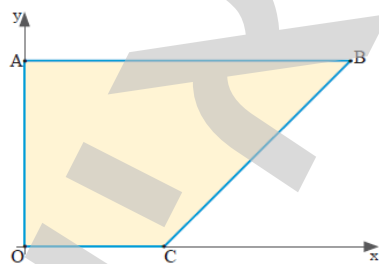
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 3x - 30 \\ y \leq x + 40 \end{cases}$$

מערכת האילוצים של מפעל ב' לייצור חולצות היא :

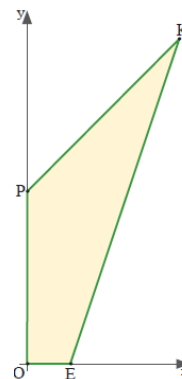
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq x - 30 \\ y \leq 40 \end{cases}$$

א. שני הגרפים שלפניכם מתארים את התחומים האפשריים של מערכות האילוצים של כל אחד מן המפעלים א' ו-ב'. קבעו איזה מן הגרפים מתאים למפעל א' ואיזה מהם מתאים למפעל ב'.

גרף 2



גרף 1



הרווח של כל מפעל על חולצה ארוכה הוא 60 שקלים ועל חולצה קצרה - 40 שקלים.

ב. (1) כתבו את פונקציית המטרה של הרווח של המפעלים ממכירת החולצות.

(2) קבעו באיזה מן המפעלים, מפעל א' או מפעל ב', הרווח המקסימלי על החולצות הוא גבוה יותר.

מהו הרווח המקסימלי של מפעל זה?

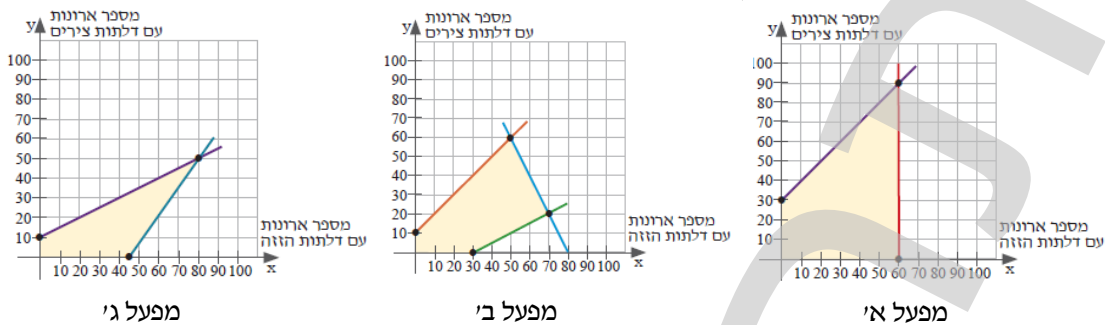
ג. מצאו בכמה שקלים גדול הרווח המקסימלי של המפעל, שמצאתם בסעיף ב', מן הרווח

המקסימלי של המפעל האחר.

110. מפעל מייצר שני סוגי ארונות : ארונות עם דלתות הזזה וארונות עם דלתות צירים.

המפעל מייצר את הארונות בשלושה מפעלי משנה.

לפניכם האילוצים של כל אחד מן המפעלים :



הרווח עבור ארון עם דלתות הזזה הוא 1250 שקלים ועבור ארון עם דלתות צירים 2000 שקלים.

א. באיזה מפעל משנה מבין שלושת המפעלים יש לבחור כדי שהרווח של המפעל המזמין יהיה מקסימלי?

ב. כמה ארונות עם דלתות הזזה וכמה ארונות עם דלתות צירים יש לייצר במפעל שבחרתם בסעיף א' כדי להגיע לרווח מקסימלי?



111. ועד העובדים מעוניין להזמין מחנות מארזי שי, המכילים רק חבילות של

קפסולות קפה וחפיסות שוקולד.

הוועד החליט כי כל מארז יכיל לכל היותר 20 פריטים,

משקלו יהיה לפחות 2400 גרם, ונפחו יהיה לפחות 4800 סמ"ק.

המשקל, הנפח והמחיר של חבילת קפסולות קפה ושל חפיסת שוקולד רשומים בטבלה שלפניכם.

משקל (בגרם)	נפח (בסמ"ק)	מחיר (בשקלים)
100	400	20
200	200	15

נסמן ב-x את מספר החבילות של קפסולות הקפה וב-y את מספר חפיסות השוקולד.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

התחום האפשרי של השאלה הוא תחום סגור, שקדקודיו הם: (4,16), (8,8), (16,4).

ב. כמה חבילות של קפסולות קפה וכמה חפיסות שוקולד צריך להכניס לכל מארז כדי שמחירו יהיה מינימלי?

ג. כמה חבילות של קפסולות קפה וכמה חפיסות שוקולד צריך להכניס לכל מארז כדי שמחירו יהיה מקסימלי?



112. במפעל לייצור סלטים מייצרים שני סוגי סלטים :

סלט סלק וסלט גזר.

תהליך הייצור מורכב משלושה שלבים עיקריים :

קיצוץ, ערבוב ואריזה.

פירוט הזמן הדרוש בכל שלב של ייצור 1 ק"ג אחד של כל סלט נתון בטבלה שלפניכם.

זמן אריזה (בדקות)	זמן ערבוב (בדקות)	זמן קיצוץ (בדקות)	
3	5	2	סלט סלק
1	4	4	סלט גזר

במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד הקיצוץ 1440 דקות לכל היותר, את ציוד הערבוב -

1800 דקות לכל היותר, ואת ציוד האריזה - 870 דקות לכל היותר.

אותו ציוד משמש לייצור שני סוגי הסלטים.

נסמן ב- x ק"ג את כמות סלט הסלק וב- y ק"ג את כמות סלט הגזר.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

בעלי המפעל מעוניינים להשיג רווח מקסימלי.

הרווח הנקי של המפעל על סלט סלק הוא 60 שקלים לק"ג, ועל סלט גזר - 100 שקלים לק"ג.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

הרווח המקסימלי למחזור ייצור אחד מתקבל כאשר מייצרים 120 ק"ג סלט סלק ו- y ק"ג סלט גזר.

נתון כי הרווח המקסימלי הוא 18,000 שקלים.

ג. מצאו את ערך y .



113. במפעל לייצור רהיטים מכינים שני סוגים של רהיטים : ספות וכורסאות.

בתהליך הייצור יש שני שלבים : שלב חיתוך העץ ושלב הריפוד.

במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את מכונת החיתוך במשך 64 שעות לכל

היותר ואת מכונת הריפוד במשך 72 שעות לכל היותר.

בטבלה שלפניכם מוצג מספר השעות הנדרש לייצור כל אחד מסוגי הרהיטים.

זמן הפעלת מכונת הריפוד (בשעות)	זמן הפעלת מכונת החיתוך (בשעות)	
4	8	ספה
12	4	כורסה

נסמן ב- x את מספר הספות וב- y את מספר הכורסאות שמייצרים במפעל במחזור ייצור אחד.

א. כתבו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים.

הרווח של המפעל מכל ספה הוא 1,000 שקלים ומכל כורסה 800 שקלים.

ג. (1) כתבו את פונקציית המטרה.

(2) כמה ספות וכמה כורסאות על המפעל לייצר במחזור ייצור אחד כדי להגיע לרווח מקסימלי?

באחד ממחזורי הייצור ייצרו במפעל כורסאות בלבד. במחזור זה ייצרו את מספר הכורסאות

המקסימלי האפשרי.

ד. כמה כורסאות ייצרו במפעל במחזור ייצור זה?



114. בנגרייה מייצרים שני סוגים של שולחנות: שולחנות כתיבה ושולחנות אוכל.

ידוע, שביום אחד יכול המפעל לייצר לכל היותר 30 שולחנות. סמנו ב- x את מספר שולחנות הכתיבה שהנגרייה מייצרת ביום, וסמנו ב- y את מספר שולחנות האוכל שהיא מייצרת ביום.

א. בנו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.
ב. סרטטו את התחום האפשרי של מערכת האילוצים ומצאו את קדקודיו.
ג. סמנו על הגרף את הנקודה $(20, 10)$. האם הנקודה נמצאת בתחום האפשרי או מחוץ לו? מה המשמעות של התשובה בהקשר לתוכן השאלה?

הרווח של הנגרייה לכל שולחן כתיבה הוא 100 שקלים והרווח לכל שולחן אוכל הוא 500 שקלים. כתבו את פונקציית המטרה.

ה. באחד הימים, לאחר שסיימו לייצר 12 שולחנות אוכל, ניסה מנהל העבודה למצוא כמה שולחנות אוכל נוספים יהיה עליו לייצר במטרה להרוויח 8,500 שקלים ביום זה. לאיזו מסקנה הגיע מנהל העבודה?

(הערה: הנגרייה לא ייצרה ביום זה שולחנות כתיבה.)

ו. כמה שולחנות מכל סוג על הנגרייה לייצר ביום, כדי שהרווח היומי של הנגרייה יהיה מקסימלי?



115. בית דפוס מדפיס אלבומים רגילים ואלבומים מיוחדים.

בית הדפוס קיבל הזמנה של לפחות 300 אלבומים משני הסוגים ביחד. נסמן ב- x את מספר האלבומים הרגילים וב- y את מספר האלבומים המיוחדים.

מספר האלבומים המיוחדים צריך להיות גדול לפחות פי 4 ממספר האלבומים הרגילים $(y \geq 4x)$.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

(2) סרטטו את התחום (הפתוח) האפשרי המתאים לשאלה.

(3) מצאו את שיעורי הקדקודים של התחום.

ההוצאה של בית הדפוס בהדפסת אלבום רגיל היא 100 שקלים וההוצאה שלו בהדפסת אלבום מיוחד היא 200 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה.

ג. (1) כמה אלבומים מכל סוג כדאי לבית הדפוס להדפיס כדי שההוצאה שלו תהיה מינימלית?

(2) מהי ההוצאה המינימלית?



116. בחנות הפרחים של מתן מוכרים זרים משני סוגים: זר גדול וזר קטן.



הרכבי הזרים מתוארים בטבלה הבאה:

ורדים	חרציות	
6	20	זר גדול
12	8	זר קטן

לצורך הכנת הזרים מתן קונה פרחים ממשתלה.

לפי הסיכום עם המשתלה, הוא חייב לרכוש לפחות 96 ורדים ולכל היותר 160 חרציות.

סמנו ב- x את מספר הזרים הגדולים וב- y את מספר הזרים הקטנים.

א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי של השאלה.

מתן מוכר כל זר גדול במחיר של 50 שקלים וכל זר קטן במחיר של 35 שקלים.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. כמה זרים מכל סוג על מתן למכור כדי שההכנסה שלו ממכירת הזרים תהיה מקסימלית?

שי הזמין ממתן 8 זרים גדולים ו- 6 זרים קטנים.

ה. האם מתן יוכל לספק הזמנה זו? אם כן, מה תהיה ההכנסה של החנות מהזמנה זו?

אם לא, הסבירו מדוע.



(ניתן להיעזר ביישומון לצורך פתרון השאלה.)

117. חברה מארגנת טיול לעובדים וילדיהם.

למטרה זו החברה מעוניינת להזמין אוטובוסים ומיניבוסים.

נסמן ב- x את מספר האוטובוסים שהחברה תזמין ונסמן ב- y את מספר המיניבוסים שהחברה תזמין.

העובדים ייסעו: 40 בכל אוטובוס ו- 10 בכל מיניבוס.

הילדים ייסעו: 4 בכל אוטובוס ו- 8 בכל מיניבוס.

לטיול רוצים לצאת לפחות 320 עובדים ולפחות 60 ילדים.

החברה יכולה להזמין לכל היותר 14 אוטובוסים ומיניבוסים ביחד.

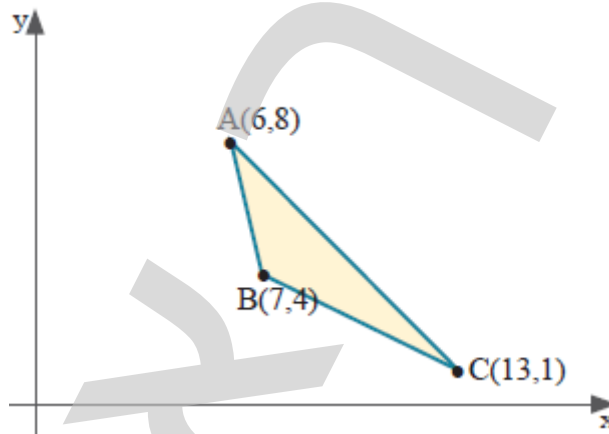
א. רשמו את מערכת האילוצים של השאלה.

המחיר עבור הזמנת אוטובוס לטיול הוא 3,000 שקלים והמחיר עבור הזמנת מיניבוס לטיול הוא 2,000 שקלים.

ב. רשמו את פונקציית המטרה המתאימה לשאלה.

לפניכם סרטוט של התחום האפשרי המתאים לשאלה המתקבל ממערכת האילוצים שרשמתם בסעיף

א'. הנקודות A, B ו-C שבסרטוט הן קדקודי התחום האפשרי.



ג. (1) מצאו כמה אוטובוסים וכמה מיניבוסים כדאי למפעל להזמין כדי שההוצאות שלו תהיינה מינימליות.

(2) מהי ההוצאה המינימלית?

ד. האם הזמנה של 6 אוטובוסים ו- 7 מיניבוסים נמצאת בתחום האפשרי המתאים לשאלה?

118. במסגרת טיפול רפואי, הומלץ למטופל תזונה מיוחדת שמכילה רק שני סוגי מזון.

לפניכם פירוט התכולה של יחידת מזון מכל סוג:

פחמימות (בגרם)	חלבונים (בגרם)	סיבים תזונתיים (בגרם)	
100	30	15	יחידת מזון מסוג א'
40	24	4	יחידת מזון מסוג ב'

לפי הוראות הרופא, המטופל חייב לאכול ביום לפחות 1000 גרם פחמימות, לפחות 420 גרם חלבונים ולפחות 120 גרם סיבים תזונתיים. תנאי נוסף שהציב הרופא הוא שהמטופל חייב באכילת שני סוגי המזון.

נסמן ב- x את מספר יחידות המזון מסוג א' שהמטופל צריך לאכול, וב- y את מספר יחידות המזון מסוג ב' שהמטופל צריך לאכול.

א. האם בהתאם להוראות הרופא, רשאי המטופל לאכול ביום:

(1) 12 יחידות מזון מסוג א' ו-0 יחידות מזון מסוג ב'?

(2) 10 יחידות מזון מסוג א' ו-7 יחידות מזון מסוג ב'?

ב. באחד הימים אכל המטופל 6 יחידות מזון מסוג א' ו-12 יחידות מזון מסוג ב'. האם המטופל מילא

באותו יום אחרי הוראות הרופא? אם כן, נמקו. אם לא, אילו מהוראות הרופא לא מולאו?

מחיר יחידת מזון מסוג א' הוא 12 שקלים, ומחיר יחידת מזון מסוג ב' הוא 8 שקלים.

ג. רשמו את פונקציית המטרה.

ד. מהו מספר היחידות מכל סוג שעל המטופל לאכול ביום, כדי שהוצאותיו על המזון תהינה

מינימליות?

לאחר תקופה של הקפדה על התזונה הוסיף הרופא הגבלה לפיה צריכת הפחמימות היומית של

המטופל לא תעלה על 1,200 גרם פחמימות.

ה. באחד הימים המטופל אכל 4 יחידות מזון מסוג א' ו-17 יחידות מזון מסוג ב'.

(1) האם המטופל מילא באותו יום אחרי הוראות הרופא? נמקו.

(2) מה התשלום ששילם המטופל ביום זה עבור יחידות המזון?

119. בחברה יש שני סוגים של עובדים : עובדים מנוסים ועובדים מתלמדים.

החברה יכולה להעסיק לכל היותר 27 עובדים משני הסוגים יחד.

משכורתו החודשית (ברוטו) של עובד מנוסה היא 30,000 שקלים ומשכורתו החודשית (ברוטו) של עובד

מתלמד היא 21,000 שקלים.

התקציב למשכורות החודשיות של העובדים בחברה הוא לכל היותר 720,000 שקלים.

א. בנו את מערכת האילוצים המתאימה לשאלה.

ב. סרטטו את התחום האפשרי של מערכת האילוצים ומצאו את קדקודיו.

ההכנסה החודשית של החברה מעבודתו של כל עובד מנוסה היא 8,000 שקלים וההכנסה החודשית

מעבודתו של כל עובד מתלמד היא 6,000 שקלים.

ג. כתבו את פונקציית המטרה.

ד. כמה עובדים מכל סוג כדאי לבעל החברה להעסיק, כדי שההכנסה החודשית הכוללת תהיה

מקסימלית?

ה. מהי ההכנסה החודשית המקסימלית הכוללת של החברה?

באחד החודשים, אחד מהעובדים המנוסים היה חולה, ובנו המתלמד, החליף אותו.

ו. (1) האם המצב החדש תואם למערכת האילוצים? נמקו.



(2) האם ההחלפה היתה משתלמת מנקודת המבט של בעל החברה? נמקו.

120 . במפעל רהיטים מייצרים שני סוגי כיסאות : כיסאות לפנים הבית וכיסאות לגינה.

בכל הכיסאות המושבים והמשענות עשויים מאותו סוג עץ והרגליים מאלומיניום.

לייצור כיסא לפנים הבית משתמשים ב- 0.5 מ"ר עץ וב- 0.5 ק"ג אלומיניום,

ולייצור כיסא לגינה משתמשים ב- 0.8 מ"ר עץ וב- 0.6 ק"ג אלומיניום.

המחיר שמשלם המפעל עבור 1 מ"ר עץ הוא 100 שקלים והמחיר ל-1 ק"ג אלומיניום הוא 6 שקלים.

א. מצאו את מחיר עלות החומרים לייצור כיסא אחד לפנים הבית ומחיר עלות החומרים לייצור כיסא אחד לגינה.

למפעל הגיעה הזמנה עם דרישה שיהיו לפחות 500 כיסאות ומתוכם,

מספר הכיסאות לגינה יהיה גדול מ- 110.

התחום המסומן מתאר את אילוצי ההזמנה :



ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B והסבירו את המשמעות של כל נקודה בהקשר לשאלה.

ג. (1) מהם שיעוריה של נקודה המתארת ייצור של 600 כיסאות לפנים הבית ו- 120 כיסאות לגינה.

האם נקודה זו מתאימה לאילוצי השאלה? נמקו.

(2) מהם שיעוריה של נקודה המתארת ייצור של 90 כיסאות לפנים הבית ו- 300 כיסאות לגינה.

האם נקודה זו מתאימה לאילוצי השאלה? נמקו.

ד. היכן בסרטוט, נמצאות כל הנקודות שמתארות ייצור של כיסאות לגינה בלבד?

ה. מה צריך להיות מספר הכיסאות שעל המפעל לייצר בהזמנה זו כך שעלות החומרים תהיה מינימלית?

(הדרכה : היעזרו בתשובתכם לסעיף א' ורשמו תחילה את פונקציית המטרה.)

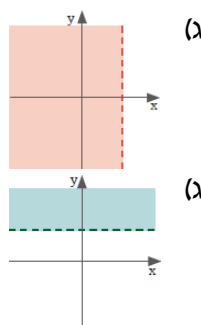
תשובות - תכנון ליניארי

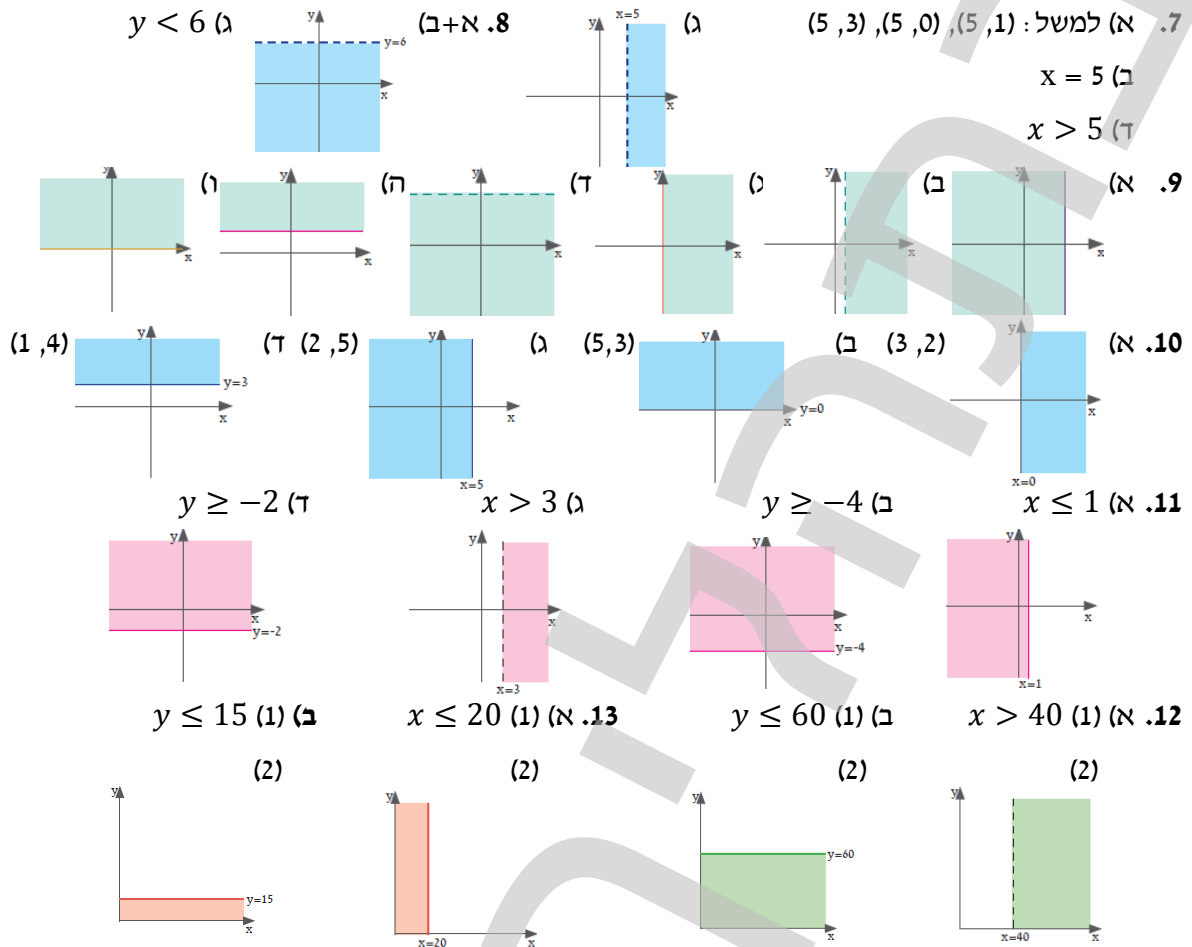
משימת פתיחה

- (א) A - 10 דונם כרוב ו-20 דונם ברוקולי, B - 5 דונם כרוב ו-20 דונם ברוקולי, C - 15 דונם כרוב ו-10 דונם ברוקולי, D - 25 דונם כרוב ו-5 דונם ברוקולי.
- (ב) כרוב בלבד - למשל (0, 20), ברוקולי בלבד (22, 0).
- (ג) לא, הנקודה (20, 20) נמצאת מחוץ לתחום הצבוע.
- (ד) A - 32,000 שקלים, B - 28,000 שקלים, C - 24,000 שקלים, D - 26,000 שקלים.
- (ה) בנקודה A.

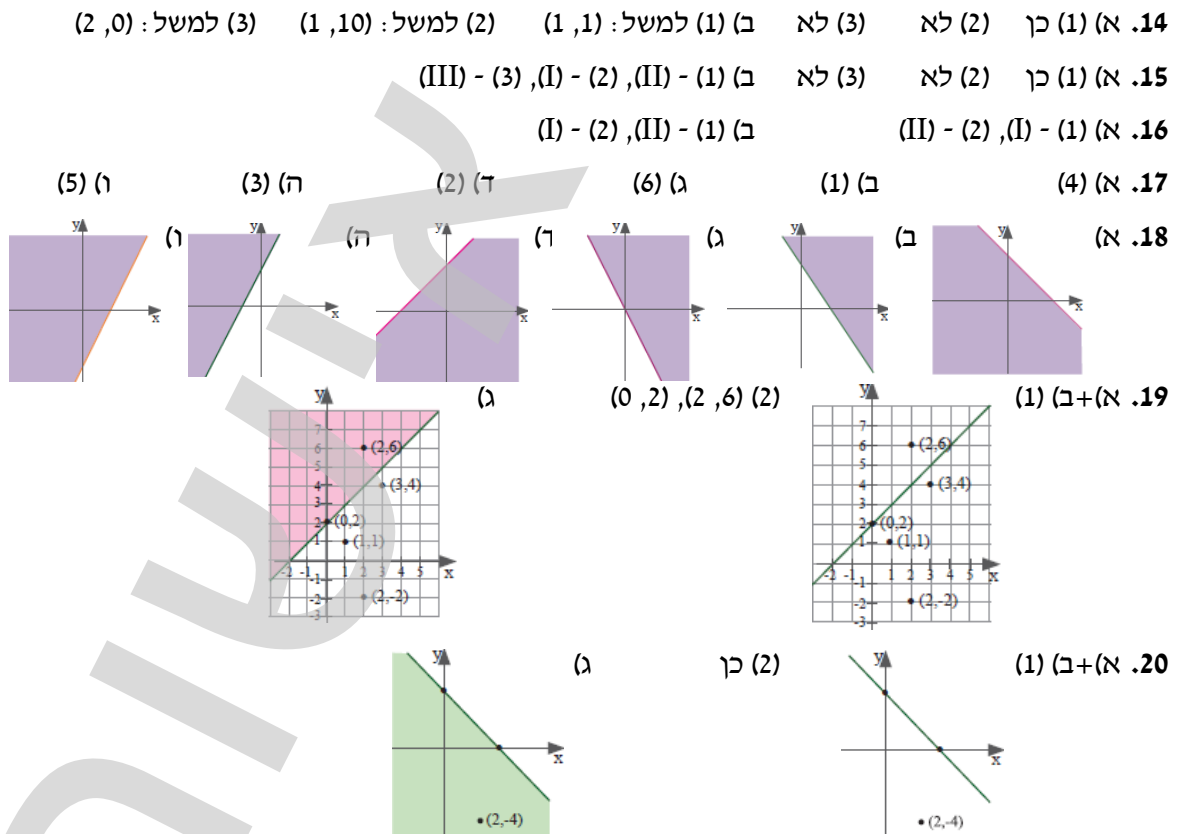
פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי - הישר ניצב לציור

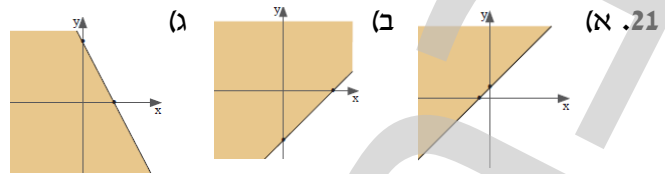
1. (א) A(1, 1) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון תמונה אחת וכתבה אחת. B(3, 4) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 3 תמונות ו-4 כתבות. C(5, 4) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 5 תמונות ו-4 כתבות. D(5, 0) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 5 תמונות ובלי כתבות. E(6, 2) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש בעלון 6 תמונות ו-2 כתבות.
- (ב) (1) נקודות A, B, C, D. (2) משמאל לישר או עליו - ברביע הראשון (ג) (2)
2. (א) A(0, 10) - הנקודה מתארת מצב, שבו אין על המדף קרטון חלב 1% שומן ויש 10 קרטוני חלב 3% שומן. B(1, 14) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף קרטון חלב אחד 1% שומן ו-14 קרטוני חלב 3% שומן. C(5, 12) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 5 קרטוני חלב 1% שומן ו-12 קרטוני חלב 3% שומן. D(2, 7) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 2 קרטוני חלב 1% שומן ו-7 קרטוני חלב 3% שומן. E(7, 10) - הנקודה מתארת מצב, שבו יש על המדף 7 קרטוני חלב 1% שומן ו-10 קרטוני חלב 3% שומן.
- (ב) (1) נקודות A, B, C, E. (2) II (3) מעל לישר או עליו - ברביע הראשון (ג) (1)
3. (א) A(7, 10) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 7 משאיות ו-10 מכוניות פרטיות. B(5, 8) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 5 משאיות ו-8 מכוניות פרטיות. C(9, 6) - הנקודה מתארת מצב, שבו נוסעות בקטע הכביש 9 משאיות ו-6 מכוניות פרטיות.
- (ב) למשל: (0, 7) (ג) (1) I (2) משמאל לישר או עליו - ברביע הראשון. (ד) (2) (ה) (1)
4. (א) (1) $y = 3$ (2) $y \leq 3$ (ב) (1) $x = 2$ (2) $x \geq 2$ (ד) (1) $y = 4$ (2) $y \geq 4$ (ה) (1)
5. (א) $x = 4$ (ב) למשל: (1, 1), (3, 7), (2, 3) (ד) $x \leq 4$
6. (א) $y = 3$ (ב) למשל: (1, 6), (3, 5), (2, 4) (ד) $y \geq 3$



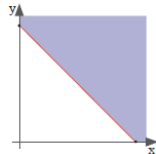


פתרון גרפי של אי-שוויון ליניארי – הישר משופע

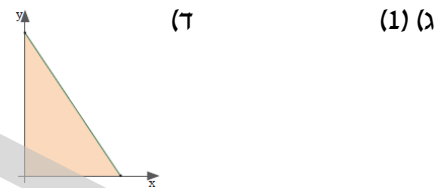




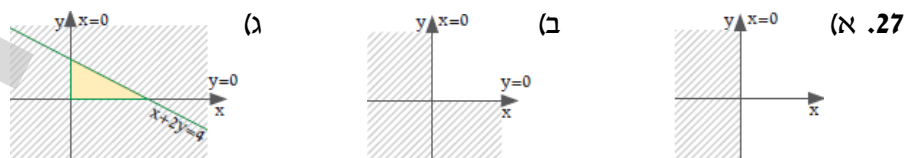
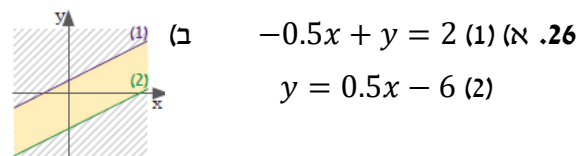
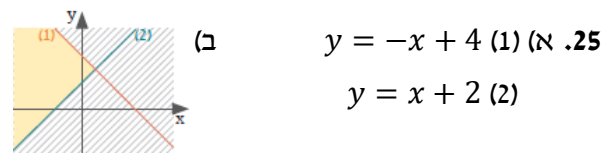
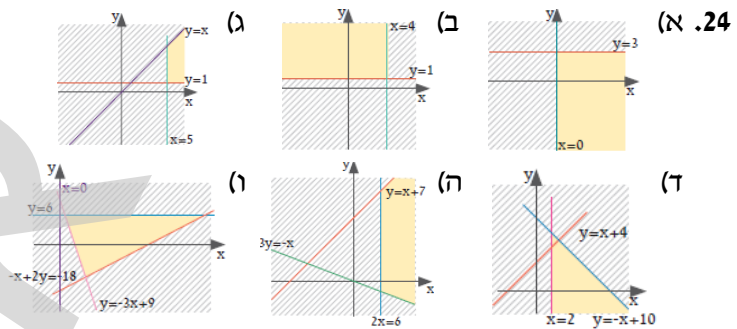
22. א) למשל: (5, 7). המשמעות היא מכירה של 7 זוגות אופניים לילדים ו-5 זוגות אופניים למבוגרים.
 ב) כן, כדי שהחנות תרוויח עליה למכור לפחות 12 זוגות אופניים ($13 > 12$). הנקודה נמצאת מעל הישר.
 ג) למשל: (5, 5), מייצגת מצב שבו נמכרו 5 זוגות אופניים מכל סוג, כלומר 10 זוגות אופניים בסך-הכול ($10 < 12$). הנקודה נמצאת מתחת לישר.



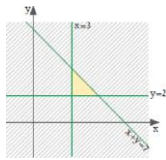
23. א) (0, 10) - תמר מכינה 10 נרות גדולים בלבד. (0, 15) - תמר מכינה 15 נרות קטנים בלבד.
 ב) (2, 10) - הכנה של 2 נרות גדולים ו-10 נרות קטנים. הכנה של 2 נרות גדולים אורכת 6 שעות ($2 \cdot 3 = 6$) והכנה של 10 נרות קטנים אורכת 20 שעות ($10 \cdot 2 = 20$). בסך-הכול מדובר ב-26 שעות של הכנת נרות - קטן מ-30 השעות האפשריות בשבוע.



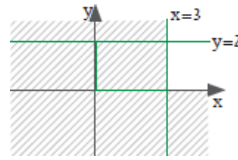
מערכת אי-שוויונות ליניאריים והתחום המתאים לה



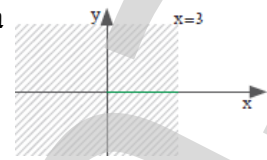
(ד) משולש ישר-זווית



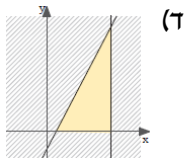
(ג)



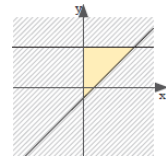
(ב)



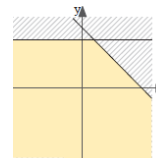
28. א)



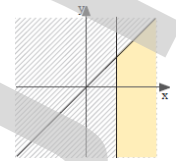
(ד)



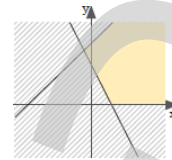
(ג)



(ב)



29. א)



(ב)

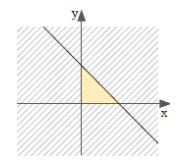
30. א) לא

ג) לא

ד) למשל (2, 3)

(2) למשל: (2.5, 10)

(ב) (1) למשל: (5, 20), (15, 10)



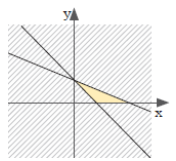
31. א)

ג) למשל: (20, 10) - המשמעות היא 20 אנשים בקופה המהירה ו-10 אנשים בקופה הרגילה.

ד) ברביע הראשון על הישר: $x + y = 30$

(ב) (1) כן, הנקודה נמצאת על הישר $2x + 5y = 50$

(2) הנקודה נמצאת בתחום האפשרי - על הקו התוחם.



32. א)

$$\begin{cases} y \geq -x + 5 \\ y \leq 2x \end{cases} \quad \text{א)}$$

$$\begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq -2x + 8 \end{cases} \quad \text{ב)}$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 2 \end{cases} \quad \text{א) 33}$$

$$\begin{cases} y \geq x \\ y \geq -2x + 9 \\ y \leq -x + 8 \end{cases} \quad \text{ה)}$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq -x + 6 \\ y \geq -3x + 9 \end{cases} \quad \text{ו)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \\ y \geq -x + 4 \end{cases} \quad \text{ד)}$$

34. א) I. (1) $y = 2$, (2) $x = 1$

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ y \leq 2 \end{cases} \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -x + 3 \end{cases} \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} y \leq -0.5x + 4 \\ y \leq -1.5x + 6 \end{cases} \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + y \geq 4 \end{cases} \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} y \geq -2x + 6 \\ y \geq x - 3 \\ y \leq 2 \end{cases} \quad \text{II}$$

$$\begin{cases} x + y \geq 6 \\ y \leq -2x + 10 \\ x + 2y \leq 12 \end{cases} \quad \text{II}$$

ב) I. (1) $y = -x + 3$, (2) $x = 0$, (3) $y = 0$

ג) I. (1) $y = -0.5x + 4$, (2) $y = -1.5x + 6$

ד) I. (1) $x + y = 8$, (2) $2x + y = 4$

ה) I. (1) $y = -2x + 6$, (2) $y = x - 3$, (3) $y = 2$

ו) I. (1) $x + y = 6$, (2) $y = -2x + 10$, (3) $x + 2y = 12$

מערכת אילוצים ופונקציית מטרה

35. א) כן (ב) כן (ג) לא

$$36. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 30 \end{cases} \quad \text{ב) } \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

37. א) (1) (ב) למשל: 2 כוסות לימונדה ו-5 כוסות מים. 38. א) (3) (ב) (2)

$$39. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \end{cases} \quad \text{ג) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y > 5 \end{cases}$$

ב) כן. שני הערכים חיוביים, ולכן מתאימים לשני האילוצים הראשונים. סכומם אינו עולה על 8, ולכן הם מתאימים גם לאילוץ השלישי.

40. א) 44 שקלים (ב) (1)

41. א) 825 שקלים (ב) $f(x, y) = 30x + 15y$ (ג) 22 פיצות משפחתיות

42. א) $f(x, y) = 4x - 2y$ (ב) 2 נקודות (ג) 10 קליעות ו-2 החטאות או 9 קליעות ו-0 החטאות.
 ד) x ו- y מייצגים מספרים לא שליליים ושלמים.

$$43. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 100 \end{cases} \quad \text{ב) } f(x, y) = 20x + 35y \quad \text{ג) } 2750 \text{ שקלים}$$

$$44. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 180 \end{cases} \quad \text{ב) שני הערכים חיוביים וסכומם אינו עולה על 180. } f(x, y) = 5x + 7y$$

$$\text{ד) } 1000 \text{ שקלים} = 300 + 700 = 5 \cdot 60 + 7 \cdot 100 = f(60, 100)$$

$$45. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 40 \end{cases} \quad \text{ב) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 40 \\ 3x + 4y \leq 120 \end{cases} \quad \text{ג) } f(x, y) = 65x + 80y$$

ד) שני הערכים חיוביים, סכומם לא עולה על 40 ובהצבה באילוץ הרביעי מתקבל: $110 \leq 120$.

$$f(10, 20) = 65 \cdot 10 + 80 \cdot 20 = 2250 \text{ שקלים}$$

$$46. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \end{cases} \quad \text{ב) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ x + 2y \leq 30 \end{cases} \quad \text{ג) } f(x, y) = 5000x + 2000y$$

$$\text{ד) למשל: } 19000 \text{ שקלים} = 5000 \cdot 1 + 2000 \cdot 7 = f(1, 7)$$

$$47. \text{א) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0.8x + 0.3y \leq 60 \\ 0.2x + 0.6y \leq 35 \end{cases} \quad \text{ב) } f(x, y) = 4.5x + 5.5y$$

$$\text{ג) } 445 \text{ שקלים} = 4.5 \cdot 50 + 5.5 \cdot 40 = f(50, 40)$$

48. א) (3)

ב) מספר השולחנות בשני הסוגים הוא לא שלילי, ולכן מקיים את שני האילוצים הראשונים. $12 < 15$,

ולכן 12 שולחנות גדולים מקיימים את האילוץ השלישי. בהצבה של 20 שולחנות קטנים ו-12

שולחנות גדולים באילוץ הרביעי, מתקבל: $240 < 400$, ולכן גם האילוץ הרביעי מתקיים.

$$\text{ג) (1) } f(x, y) = 200x + 300y \quad \text{(2) } 7,600 \text{ שקלים}$$

(2) 850 שקלים

(ב) $f(x, y) = 25x + 40y$ (1)

(א) 49.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x + 18y \leq 360 \\ x + 2y \leq 150 \end{cases}$$

(2) 16,500 שקלים

(ב) $f(x, y) = 50x + 65y$ (1)

(א) 50.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x + 20y \leq 6000 \\ 3x + 4y \leq 1000 \end{cases}$$

(2) 30 זרים קטנים

(ב) $f(x, y) = 40x + 90y$ (1)

(א) 51.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 12y \leq 300 \\ 3x + 8y \leq 200 \end{cases}$$

(ג) 162 שקלים

(ב) $f(x, y) = 14x + 30y$

(א) 52.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 4y \geq 6 \\ 8x + 2y \geq 12 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$$

(2) 6,000 שקלים

(ב) $f(x, y) = 40x + 20y$ (1)

(א) 53.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 10x + 8y \leq 4000 \\ 3x + 2y \leq 1500 \\ x + 2y \leq 1000 \end{cases}$$

(ב)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 500x + 800y \leq 10000 \\ 40x + 60y \leq 500 \end{cases}$$

(ג) $f(x, y) = 20x + 30y$

אדמה (גרם)	דשן (גרם)	הרווח (בשקלים)
500	40	20
800	60	30

(א) 54.

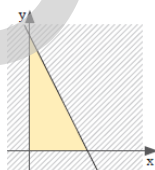
(א) 55.

זמן לגזירה (בדקות)	זמן לתפירה (בדקות)	זמן לגיהוץ (דקות)	ההוצאות (בשקלים)
8	20	4	70
10	30	4	100

(ד) 20500 שקלים

(ג) $f(x, y) = 70x + 100y$

(ב)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 10y \leq 2400 \\ 20x + 30y \leq 6000 \\ 4x + 4y \leq 1000 \end{cases}$$

מציאת הקדקודים של תחום אפשריקדקודים:
(0, 20), (10, 0), (0, 0)

(ב) $f(x, y) = 25x + 20y$ (א)

(א) 56.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 2y \leq 40 \end{cases}$$

- קדקודים: $(0, 21), (0, 6), (9, 0), (14, 0)$
- קדקודים: $(0, 4), (0, 1), (5, 1), (2, 4)$
- קדקודים: $(0, 15), (0, 0), (8, 0), (1, 14)$
- קדקודים: $(4, 8), (6, 6), (8, 0), (0, 0), (0, 10)$
- קדקודים: $(30, 0), (5, 25), (5, 12.5)$
- קדקודים: $(20, 0), (0, 20)$
- קדקודים: $(20, 10), (3, 27)$
- קדקודים: $(18, 0), (9, 5), (0, 20)$
- קדקודים: $(14, 28), (0, 42)$
57. א) $f(x, y) = 50x + 30y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 42 \\ 2x + 3y \geq 18 \end{cases}$
58. א) $f(x, y) = 15x + 8y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \\ y \leq 4 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$
59. א) $f(x, y) = 300x + 550y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 15 \\ 2x + y \leq 16 \end{cases}$
60. א) $f(x, y) = 100x + 150y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 24 \\ 2x + 4y \leq 40 \\ x + y \leq 12 \end{cases}$
61. א) $f(x, y) = 50x + 42y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 5y \leq 150 \\ 10x + 20y \geq 300 \\ 5x \geq 25 \end{cases}$
62. א) $f(x, y) = 30x + 20y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 20 \end{cases}$
63. א) $f(x, y) = 12x + 15y$ ב) $\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq 10 \\ x + y \geq 30 \end{cases}$
64. א) $f(x, y) = 1200x + 1500y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 500x + 300y \geq 6000 \\ 250x + 450y \geq 4500 \end{cases}$
65. א) $f(x, y) = 1000x + 2000y$ ב) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 42 \\ 2x \leq y \end{cases}$
- מציאת הערך המקסימלי/מינימלי של פונקציית מטרה**
66. א) $f(2, 1) = 7, A$; בנקודה B, הערך המקסימלי הוא 23; ג) בנקודה A, הערך המינימלי הוא 7.
67. א) $f(0, 6) = 60, A$; $f(1, 4) = 42, B$; $f(4, 1) = 18, C$; $f(6, 0) = 12, D$; בנקודה A, הערך המקסימלי הוא 60; ג) בנקודה D, הערך המינימלי הוא 12.

68. א) 0 שקלים $f(0,0)$, A: 9400 שקלים $f(2,6)$, B: 4000 שקלים $f(5,2)$, C:
 ב) 2 טיסות פנים ו-6 טיסות בינלאומיות ג) למשל: 9400 שקלים $f(3,4)$

69. א) $A(7,0)$, $B(3,0)$, $C(3,4)$

ב) 7000 שקלים $f(7,0)$, A: 3000 שקלים $f(3,0)$, B: 5000 שקלים $f(3,4)$, C:
 ג) 3 חדרי ניתוח ו-0 חדרי התאוששות. ד) למשל: 3000 שקלים $f(4,2)$
 70. א) $A(6,1)$, $B(6,5)$, $C(2,3)$ ב) בקדקוד C, 280 שקלים. ג) 2 ניסויים בכימיה ו-3 ניסויים בביולוגיה.

71. א) $A(0,4)$, $B(4,12)$, $C(12,8)$, $D(12,4)$

ב) $f(x,y) = 6x + 2y$ (2) 12 ק"ג תירס ו-8 ק"ג עגבניות

ג) החבר לא צודק. הרווח המקסימלי קטן מ-88 שקלים ל-80 שקלים.

72. א) $AD: y = 3$, $CD: x = 10$, $BC: y = -\frac{1}{2}x + 12$, $AB: y = x + 3$

ב) $A(0,3)$, $B(6,9)$, $C(10,7)$, $D(10,3)$

ג) $f(x,y) = 500x + 800y$ (2) בנקודה C, 10,600 שקלים. (3) 10 סדנאות ו-7 הרצאות.
 ד) הוא צודק. הרווח המקסימלי גדל ל-11,500 שקלים.

73. א) $f(x,y) = 80x + 20y$

ב) 3200 שקלים $f(40,0)$, A: 3200 שקלים $f(0,160)$, B:

3600 שקלים $f(0,180)$, C: 7200 שקלים $f(90,0)$, D:

ג) 3200 שקלים, מתקבלת בכל נקודה שעל הקטע AB.

ד) למשל 20 מנות בשריות ו-80 מנות צמחוניות (רק נקודות ששיעוריהן הם מספרים שלמים).

74. א) $f(x,y) = 500x + 1000y$

ב) 15000 שקלים $f(2,14)$, A: 7500 שקלים $f(5,5)$, B:

15000 שקלים $f(20,5)$, C:

ג) 15000 שקלים, מתקבל בכל נקודה שעל הקטע AC.

ד) למשל: 6 טון פסולת זכוכית ו-12 טון פסולת פלסטיק.

75. א) $A(0,18)$, $B(6,6)$, $C(15,0)$ ב) $f(x,y) = x + 0.5y$

ג) 9 מיליון שקלים $f(0,18)$, A: 9 מיליון שקלים $f(6,6)$, B:

15 מיליון שקלים $f(15,0)$, C:

ד) 9 מיליון שקלים, בקטע AB. ה) 10 דירות מסוג ב'.

76. א) $A(2,4)$, $B(7,4)$, $C(6,6)$, $D(2,8)$ ב) $f(x,y) = 10x + 20y$

ג) 100 שקלים $f(2,4)$, A: 150 שקלים $f(7,4)$, B: 180 שקלים $f(6,6)$, C:

180 שקלים $f(2,8)$, D:

ד) 180 שקלים לשעה, מתקבל בקטע CD. ה) 7.25 ק"ג

תרגול משולב

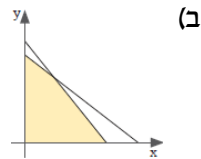
77. א) מערכת אילוצים I ב) $f(x,y) = 5x + 4y$ (2) 12 בקבוקי שמפו ו-20 בקבוקי מרכז.

ג) כן, הנקודה (5, 15) נמצאת בתחום האפשרי.

(ב) $f(x, y) = 12000x + 16000y$
 (ג) 5 טון סיב של סוג א', 1 טון סיב של סוג ב'.

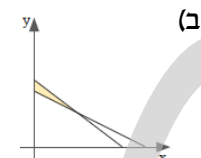
(א) 78.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 16x + 10y \leq 90 \\ 12x + 30y \leq 90 \end{cases}$$

(ג) $f(x, y) = 32x + 36y$
 (ד) 4 ק"ג סלט גזר ו-10 ק"ג סלט כרוב.



(א) 79.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 4y \leq 60 \\ 3x + 4y \leq 52 \end{cases}$$

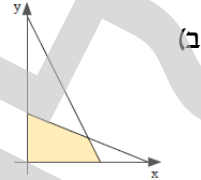
(ג) $f(x, y) = 5x + 4y$



(א) 80.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 15x + 20y \leq 120 \\ 4x + 8y \geq 40 \end{cases}$$

(ד) על האדם לשנות ביום אחד 5 כוסות משקה כתום ללא משקה ירוק, כדי לעמוד בתנאי התפריט בהוצאה מינימלית.

(ג) 7.5 דונם מלפפונים ו-3 דונם פלפלים.
 (ד) 13,800 שקלים

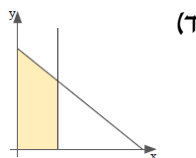


(א) 81.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 50y \leq 900 \\ 20x + 50y \leq 300 \end{cases}$$

 $f(x, y) = 1200x + 1600y$

(א) 82.

מאפה המכיל שומשום	משקל הברזק הדרוש למאפה (בגרם)	משקל השומשום הדרוש למאפה (בגרם)	הרווח ממכירת כל מאפה (בשקלים)
מאפה המכיל שומשום	80	8	5
מאפה בלי שומשום	100	0	4

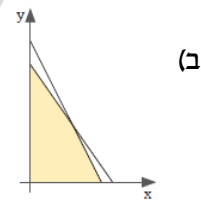


(ג)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 80x + 100y \leq 30000 \\ 8x \leq 960 \end{cases}$$

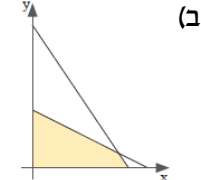
(ג) $f(x, y) = 100x + 60y$

(ד) 20 מעילי גברים ו-20 מעילי ילדים.

(ב) 300 מאפים
 (ה) $f(x, y) = 5x + 4y$
 (ו) 1416 שקלים



(א) 83.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 60 \\ 3x + 2y \leq 100 \end{cases}$$



(א) 84.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 30 \\ 4x + 8y \leq 48 \end{cases}$$

(ג) $f(x, y) = 10000x + 12000y$

(2) 9 טון אבקת כביסה ביתית, 1.5 טון אבקת כביסה תעשייתית. (3) 3 טון

(ב) $C(4, 12), B(6, 9), A(2, 13)$

(ג) $f(x, y) = 6x + 12y$

(ד) 6 שקיות חטיפים ו-9 חפיות שוקולד.

(א) 85.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 15 \\ 50x + 100y \leq 1400 \\ 150x + 100y \leq 1800 \end{cases}$$

בדיקת ניצול משאבים

(ב) (1) לא (2) כן (3) הזמנה (2) (ג) כן

$$.86 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 200x + 600y \leq 6000 \\ 300x + 180y \leq 5400 \end{cases}$$

$$.87 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 180x + 90y \leq 2700 \\ 15x + 10y \leq 270 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 35x + 20y$
 (ג) 6 פיצות משפחתיות ו-18 פיצות אישיות.
 (ד) לא. כמות הבצק וזמן האפייה נוצלו במלואם.

$$.88 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 16 \\ 2x + y \leq 25 \\ 3x + 7y \leq 98 \end{cases}$$

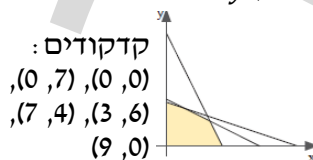
(ב) מכונה M_2 לא נוצלה עד תום, שהרי במקרה של רווח מקסימלי היא עבדה רק 19.5 שעות מתוך 25 שעות אפשריות.

$$.89 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 52 \\ 20x + 30y \leq 600 \\ x + 3y \leq 45 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 120x + 150y$
 (ג) 24 רכיבים מסוג א' ו-4 רכיבים מסוג ב'.
 (ד) כן, זמן האריזה.

$$.90 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0.4x + 0.8y \leq 6 \\ 3x + 9y \leq 63 \\ 24x + 12y \leq 216 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 2500x + 1500y$
 (ד) 7 ארונות אמבט ו-4 ארונות בגדים.
 (ה) כמות הדיקט לא נוצלה עד תום.

**שינוי בפונקציית המטרה או באילוצ**

$$.91 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ 100x + 50y \leq 600 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 5x + 4y$
 (ג) (1) 2 חטיפים מתוקים ו-8 חטיפים מלוחים.
 (2) 42 שקלים.

(ד) התשובה לסעיף ג' (1) לא תשתנה - 2 חטיפים מתוקים ו-8 חטיפים מלוחים יתנו רווח מקסימלי.
 התשובה לסעיף ג' (2) תשתנה - הרווח המקסימלי יהיה 44 שקלים.

$$.92 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 20x + 50y \geq 100 \\ 60x + 50y \geq 200 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 8x + 7y$
 (ג) 2.5 ק"ג תפוחים ו-1 ק"ג תפוזים.

(ד) התשובה לסעיף ג' תשתנה - צריכה שבועית של 4 ק"ג תפוזים וללא תפוחים, תיתן מחיר מינימלי.

$$.93 \text{ א)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 10 \\ 3x + 7y \leq 42 \end{cases}$$

(ב) $f(x, y) = 1000x + 1400y$
 (ג) 7 דונם סלק ו-3 דונם גזר.
 (ד) אפשרויות (1) ו-(2) נותנות רווח מקסימלי.

$$f(x, y) = 40x + 20y \quad (\text{ב})$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 230x + 80y \geq 1840 \\ 40x + 20y \leq 160 \end{cases} \quad (\text{א. 94})$$

(ג) למשל: עליו לאכול 4 מנות בשר ללא סלט ירוק או 8 מנות סלט ירוק ללא בשר.

(ד) כן. כעת יוכל הספורטאי לאכול במחיר מינימלי של 160 שקלים, 8 מנות סלט ירוק ללא בשר.

(ב) 25 עציצים גדולים ו-30 עציצים גדולים.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 30 \\ 10x + 5y \leq 400 \end{cases} \quad (\text{א. 95})$$

$$f(x, y) = 80x + 50y$$

(ג) כן, רווחי המשתלה יהיו מקסימליים עבור 30 עציצים גדולים ו-20 עציצים קטנים.

(ב) 2 ק"ג סופגניות גדולות ו-6 ק"ג סופגניות קטנות.

(ג) לא, יתקבל ישר מקביל שנמצא מחוץ לתחום האפשרי.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 15x + 15y \leq 120 \\ 90x + 60y \leq 540 \\ 40x + 30y \leq 420 \end{cases} \quad (\text{א. 96})$$

$$f(x, y) = 70x + 50y$$

$$f(x, y) = 30x + 25y \quad (\text{ב})$$

(ד) 16 ממארו א' ו-6 ממארו ב'.

(1) ג

(ה) (3)

(ב) 30 ימים מכרה I ו-10 ימים מכרה II.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 15x + 10y \leq 300 \\ 2x + 4y \leq 56 \end{cases} \quad (\text{א. 97})$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 2y \geq 120 \\ 2x + 2y \geq 80 \\ x + 3y \geq 60 \end{cases} \quad (\text{א. 98})$$

$$f(x, y) = 180x + 240y$$

(ג) לא, שני הקדקודים החדשים שנוצרו בעקבות שינוי האילוץ - (25, 15), (0, 90), לא משנים את

העובדה שהמינימום מתקבל עבור הפעלה של מכרה I במשך 30 ימים ושל מכרה II במשך 10 ימים.

שאלות הכוללות פרמטר

99. (א) $p = 18$ (ב) 390 שקלים.

100. (א) $b = 3$ (ב) 160 שקלים.

101. (א) $f(x, y) = nx + 30y$ (ב) $n = 32$ (ג) כן, $8400 > 8340$.

102. (א) $f(x, y) = 25x + ay$ (ב) 20 שקלים.

(ג) לא, הרווח בייצור 60 מגבות גוף ו-90 מגבות פנים גבוה יותר ($3300 > 2850$).

103. (א) $B(6, 12)$ (ב) $f(x, y) = 700x + ky$ (ג) $k = 500$

(ג) $a = 25$

$$f(x, y) = ax + 50y \quad (\text{ב})$$

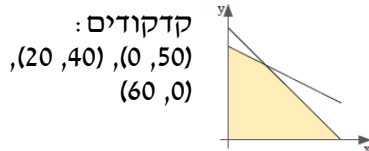
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x + y \geq 55 \\ 6x + 10y \leq 430 \end{cases} \quad (\text{א. 104})$$

$$t = 15000 \text{ (ב)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 80x + 150y \leq 2400 \\ 10x + 25y \leq 380 \end{cases} \quad \text{105. א)}$$

$$m = 4500 \text{ (ב)}$$

$$A(0, 5), B(8, 13), C(14, 10), D(14, 5) \quad \text{106. א)}$$



$$k=0.2 \text{ (ב)}$$

$$f(x, y) = 25x + 35y \text{ (ג)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ kx + 0.4y \leq 20 \\ x + y \leq 60 \end{cases} \quad \text{107. א)}$$

(ה) כן

$$m=6 \text{ (ב)}$$

$$f(x, y) = 1000x + ay \text{ (ג)}$$

$$a=1500 \text{ (ד)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0.4x + 0.8y \leq 6 \\ 2x + my \leq 42 \\ 10x + 5y \leq 90 \end{cases} \quad \text{108. א)}$$

(ה) לא, הנגר השתמש ב-38 מ"ר דיקט מתוך 42 מ"ר דיקט שברשותו.

תרגול נוסף

109. א) מפעל א' - גרף 1, מפעל ב' - גרף 2.

$$f(x, y) = 60x + 40y \text{ (ב)}$$

110. א) במפעל א' (ב) 60 ארונות עם דלתות הזזה ו-90 ארונות עם דלתות צירים.

(ב) 8 חבילות של קפסולות קפה ו-8 חפיסות שוקולד.

(ג) 16 חבילות של קפסולות קפה ו-4 חפיסות שוקולד.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 20 \\ 100x + 200y \geq 2400 \\ 400x + 200y \geq 4800 \end{cases} \quad \text{111. א)}$$

$$f(x, y) = 60x + 100y \text{ (ב)}$$

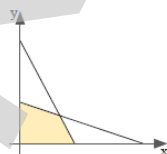
$$y = 108 \text{ (ג)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 4y \leq 1440 \\ 5x + 4y \leq 1800 \\ 3x + y \leq 870 \end{cases} \quad \text{112. א)}$$

$$f(x, y) = 1000x + 800y \text{ (ג)}$$

(2) 6 ספות ו-4 כורסאות.

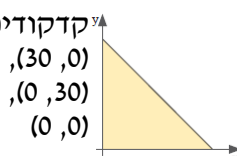
(ד) 6 כורסאות



$$f(x, y) = 100x + 500y \text{ (ד)}$$

(ה) 5 שולחנות אוכל נוספים.

(ו) 30 שולחנות אוכל בלבד.



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 8x + 4y \leq 64 \\ 4x + 12y \leq 72 \end{cases} \quad \text{113. א)}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 30 \end{cases} \quad \text{114. א)}$$

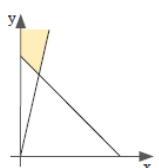
(ג) כן, היא נמצאת בתחום האפשרי. המשמעות היא שהנגרייה מייצרת באותו היום 20 שולחנות

כתיבה ו-10 שולחנות אוכל.

$$(60, 240), (0, 300) \text{ (3)}$$

$$f(x, y) = 100x + 200y \text{ (ב)}$$

(2) 54,000 שקלים

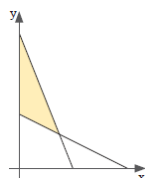


(2)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 4x \\ x + y \geq 300 \end{cases} \quad \text{115. א) (1)}$$

(ג) (1) 60 אלבומים רגילים ו-240 אלבומים מיוחדים

א) $f(x, y) = 50x + 35y$
 ד) 0 זרים גדולים ו-20 זרים קטנים



(ב)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 12y \geq 96 \\ 20x + 8y \leq 160 \end{cases} \quad \text{א. 116}$$

ה) מתן לא יוכל לספק את ההזמנה, כי הנקודה (8, 6) אינה בתחום האפשרי.

א) $f(x, y) = 3000x + 2000y$ (ב)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 14 \\ 40x + 10y \geq 320 \\ 4x + 8y \geq 60 \end{cases} \quad \text{א. 117}$$

א) (1) הוצאה מינימלית בהזמנת 7 אוטובוסים ו-4 מיניבוסים. (2) 29,000 שקלים

ד) לא. הנקודה נמצאת מחוץ לתחום האפשרי.

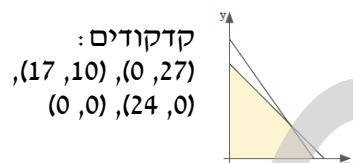
א. 118 (א) (1) לא, זה בניגוד לתנאי הנוסף שהציב הרופא לפיו המטופל חייב באכילת שני סוגי המזון.

(2) כן, מספר היחידות מכל סוג מתאימים לכל האילוצים.

ב) לא, כמות הפחמימות נמוכה מהנדרש. א) $f(x, y) = 12x + 8y$

ד) 6 יחידות מזון מסוג א' ו-10 יחידות מזון מסוג ב'.

ה) (1) כן, הנקודה בתחום האפשרי הסגור, לאחר שנוסף אילוץ. (2) 184 שקלים



(ב)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 27 \\ 30000x + 21000y \leq 720000 \end{cases} \quad \text{א. 119}$$

א) $f(x, y) = 8000x + 6000y$ ד) 17 עובדים מנוסים ו-10 מתלמידים. ה) 196,000 שקלים

ו) (1) כן. ההחלפה לא השפיעה על שלושת האילוצים הראשונים כי מספר העובדים מכל סוג נשאר

אי-שליילי, ומספרם הכולל נשאר כשהיה. לגבי האילוץ השלישי – החברה תשלם באותו החודש

משכורת נמוכה יותר למתלמד, ולכן הסכום הכולל של המשכורות יהיה נמוך יותר ולא יחרוג

מ-720,000 שקלים.

(2) כן. סך כול המשכורות בחודש זה קטנות ב-9000 שקלים (21,000-30,000). ההכנסה החודשית

קטנה ב-2,000 שקלים (6,000-8,000). כלומר בחודש זה החברה נותרה עם תוספת של 7,000

שקלים לעומת חודשים קודמים (2,000-9,000).

א. 120 א) כיסאות לפנים הבית - 53 שקלים, כיסא לגינה - 83.6 שקלים.

ב) A(0, 500) - 500 כיסאות לגינה וללא כיסאות לפנים הבית. B(380, 110) - 380 כיסאות לפנים הבית

ו-110 כיסאות לגינה.

א) (1) (600, 120) - כן, הנקודה נמצאת בתוך התחום האפשרי.

(2) (90, 300) - לא, הנקודה לא נמצאת בתחום האפשרי.

ד) על ציר ה-y - הנקודה A ומעליה. ה) 380 כיסאות לפנים הבית ו-110 כיסאות לגינה.