יצחק שלו & אתי עוזרי

מדריך למורה

מתמטיקה לכיתה י"ב

תוכן העניינים

מבוא 4

הערכת סיכויים בעזרת מודל של התפלגות נורמלית אשכול חברה ומדע/אשכול פיננסי כלכלי 9

יחידה ראשונה – התפלגות נורמלית 10

זיהוי ויזואלי של התפלגות נורמלית 10

מציאת האחוז/הסתברות בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

א. העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות 12

ב. העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן 15

מציאת ערך המשתנה בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית 19

שימוש בסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית 22

מציאת ממוצע ו/או סטיית תקן בהתפלגות נורמלית

א. מציאת הממוצע 24

ב. מציאת סטיית התקן 26

ג. מציאת הממוצע וסטיית התקן 28

ציוני תקן

א. מציאת ציון תקן ומשמעותו 30

ב. מציאת מדדים חסרים בהינתן חלק מהמדדים 32

ג. השוואת המיקום היחסי של ערכי משתנים בשתי אוכלוסיות 34

ציוני תקן בהתפלגות נורמלית 35

מאגר משימות מספר 1 41

יחידה שנייה – גיאומטריה אנליטית

קטעים במערכת צירים

א. מרחק בין שתי נקודות 46

ב. אמצע קטע 47

ג. משולשים 48

ד. מרובעים 52

משוואת הקו הישר

א. שיפוע ישר על-פי שתי נקודות שעליו 52

ב. משוואת הישר על-פי שיפוע ונקודה על הישר 58

ג. משואת ישר על-פי שתי נקודות על הישר 60

ד. משולשים 62
ה. מרובעים 65
מצב הדדי בין שני ישרים במישור
א. ישרים מקבילים וישרים מתלכדים 68
ב. ישרים נחתכים 70
ג. משולשים 72
ד. מרובעים 75
ישרים ניצבים
א. ישרים ניצבים 82
ב. משולשים 83
ג. מרובעים 87
מאגר משימות מספר 2 92

יחידה שלישית – מודל ריבועי

קריאת מידע מגרף של פונקציה ריבועית
א. קודקוד הפרבולה, תחום עלייה ותחום ירידה, ציר סימטריה 95
ב. נקודות חיתוך עם הצירים, תחום חיוביות ותחום שליליות 97
הקשר בין הפונקציה הריבועית ($a \neq 0, y = ax^2 + bx + c$) לבין גרף הפונקציה (הפרבולה)
א. תפקידי המקדמים a ו – c 101
ב. קודקוד הפרבולה, ציר הסימטריה, תחום עלייה ותחום ירידה 102
ג. נקודות חיתוך עם ציר ה – x, תחום חיוביות ותחום שליליות 103
ד. מציאת שיעורי נקודות הפרבולה בהינתן ערך של y 105
הקשר בין הייצוגים השונים של הפונקציה הריבועית 109
מאגר משימות מספר 3 112

<u>מבוא</u>

אחת המטרות של מערכת החינוך היא להכשיר את הבוגרים להתמודד עם המורכבות של החברה בה הם חיים. מקצוע המתמטיקה הוא רכיב חיוני בהכשרה זו הן בידע, והן במיומנויות הנדרשים להתמודדות זו. תכנית זו מיועדת לתלמידים שהצורך שלהם במתמטיקה הוא בעיקרו יישומי. המתמטיקה חיונית גם בחיי היום-יום, וגם במגעים החברתיים והכלכליים בחברה המודרנית.

<u>רציונל</u>

האזרחים בחברה המודרנית מוצפים במידע בעל אופי מורכב, ולכן זקוקים לכלים שישפרו את יכולת האבחנה והשיפוט שלהם באשר לאיכות המידע והפרשנויות הנלוות לו. למתמטיקה תפקיד מרכזי בקליטת המידע, ניתוחו, והסקת מסקנות, ויש צורך בתובנות מתמטיות כדי להתמודד אתו.
תכנית לימודים זו מתבססת על ראייה תפקודית-יישומית, שמטרתה להדגיש את זיקת הלימודים לחיי המעשה. תכנית זו מתמקדת בנושאים מרכזיים ורלוונטיים למציאות חייו ולצרכיו של הלומד כמו כלכלה, פיננסים, תהליכים חברתיים, ותופעות חברתיות ומדעיות, והתמצאות במישור ובמרחב.
מטרה חשובה של התוכנית תהיה להגיע גם אל התלמידים שמתקשים בפרקים פורמאליים מתקדמים במתמטיקה, וליצור אצלם עניין ותחושת רלוונטיות של המתמטיקה.
במסלול זה תוכנית הלימודים שמה דגש מועט יחסית על מתמטיקה פורמאלית (כגון מניפולציות אלגבריות). התוכנית מבוססת על "מתמטיקה בחיי היומיום" ועל רעיונות הקרובים לגישה של "מתמטיקה בהקשרים מציאותיים" של מכון פרוידנטאל ההולנדי.
מושם דגש על תובנה מספרית, מילולית וגרפית; הבנה ועיבוד מידע; תובנה גיאומטרית; עיסוק באי-וודאות, ותכלול מידע מצומצם של חישובים.

תחומי התוכן המתמטי בהם מתמקדת התכנית

<u>התחום הכמותי</u>: חשבון ואחוזים, חשבון ואלגברה של ביטויים ליניאריים, ריבועיים ומעריכיים, שאלות מילוליות בחשבון ובאלגברה.

<u>התחום הגיאומטרי-צורני</u>: הכרת צורות במישור, גופים במרחב ותכונותיהם, חישובים גיאומטריים וטריגונומטריים במישור ובמרחב, שאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשים ידע גיאומטרי וטריגונומטרי.

<u>השתנות ויחסים</u>: פונקציות, חיוביות ושליליות, עלייה וירידה, קריאת גרפים וסרטוט גרפים, פונקציות ליניאריות, ריבועיות ומעריכיות, ושאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשות ידע עליהן.

<u>אי-ודאות וסטטיסטיקה</u>: הסתברות קלאסית וסטטיסטיקה בסיסית (מדדי מרכז, מדדי פיזור, התפלגות נורמאלית).

מטרות העל של התכנית

לימוד המתמטיקה במסלול זה מיועד להשגת המטרות הבאות:

- ♣ עיצוב תפיסת המתמטיקה כשפה אוניברסאלית שבאמצעותה ניתן לתאר תהליכים כלכליים וחברתיים, כאמצעי לבניית מודלים שמתארים תופעות בתחומי חיים שונים של האזרח.
- ♣ פיתוח חשיבה לוגית, ההכרחית להבנת התופעות החברתיות והכלכליות, הכוללת ביקורתיות, דיוק, ודבקות במטרה.
- ♣ הכרת תפקידה של המתמטיקה בחיי היום-יום, החברה, והכלכלה.
- ♣ רכישת כלים מתמטיים שיעזרו לבוגר מערכת החינוך ללמוד מקצועות נוספים כגון מדעי הסביבה, גיאוגרפיה וכולי.
- ♣ הקניית בסיס אורייני-מתמטי אשר עליו ניתן לבנות הכשרה עתידית, שאיננה מסתמכת על ידע מתמטי פורמאלי.

עקרונות התכנית

גישה אוריינית: טיפוח אוריינות מתמטית, הכוללת דרכי התבטאות בייצוגים חזותיים, כמותיים ומילוליים, ושילוב ביניהם על מנת לפתח יכולות עיבוד מידע, וקבלת החלטות מושכלות.

רלוונטיות: מטרה מרכזית של התוכנית היא להביא למודעות של התלמידים כי לתובנות המתמטיות ערך חשוב עבורם להבנת העולם הסובב אותם, לחיי היומיום, ולצייד אותם בכלים מתאימים להבין עולם זה ולתפקד בו בהבנה וביעילות. יצירת רלוונטיות לתלמידים הופכת את הלמידה לאפקטיבית עבורם ועשויי לסייע ביצירת עניין ובהעלאת המוטיבציה ללמידה אצל התלמיד.

גישה ספיראלית: המושגים והתכנים נבנים בצורה הדרגתית תוך הדגשת ערכם היישומי בהקשרים השונים. הספיראליות באה לידי ביטוי הן באמצעות עיסוק חוזר בנלמד בחטיבת הביניים (אם כי מנקודת מבט שונה), והן באמצעות עיסוק בתכנים חדשים הנלמדים בחטיבה העליונה.
היבט נוסף בספיראליות בא לידי ביטוי בשימוש שנעשה באותם כלים מתמטיים, בהקשרים יישומיים שונים, אשר באים לידי ביטוי באשכולות שונים של התוכנית.

עידוד השיח המתמטי: לשיח המתמטי תרומה חשובה בקידום ההבנה של התכנים המתמטיים הנלמדים, ולכן חשוב לאפשר פעילויות ודרכים לעידו השיח.

גיוון דרכי ההוראה: חשוב לגוון את דרכי ההוראה על מנת לענות על צרכים שונים של הלומדים וכדי להתאים ללומדים שונים.

טכנולוגיה: התכנית משלבת את השימוש בכלים טכנולוגיים כאמצעי בהוראה ובלמידה. שימוש מושכל בכלים ממוחשבים שונים יכול לסייע בהבנה של המושגים והתהליכים המתמטיים הנלמדים, ליצור עניין אצל התלמיד, ולקדם את גיוון שיטות הוראת המתמטיקה.

מבנה התכנית

התוכנית בנויה משלושה אשכולות המייצגים תחומים כלליים בהם למתמטיקה תפקיד מרכזי: האשכול החברתי-מדעי, האשכול הפיננסי- כלכלי, ואשכול של התמצאות במישור ובמרחב.
הצורך לתאם בין השיקולים האוריניים לפיתוח הנושאים המתמטיים מכתיב מבנה דו-ממדי לכל אחד מהאשכולות. הממד האחד הוא של יחידות אוריניות ההולכות ומתפתחות בהדרגה, כשנושאי כל יחידה נבנים על קודמיהם. הממד האחר הוא נושאים ומיומנויות מתמטיים המצטרפים זה לזה בהדרגה ובאופן ספיראלי, כשחלקם מוכרים מחטיבת הביניים וחלקם חדשים.

אשכול מדעים וחברה

באשכול זה נלמדים התכנים המתמטיים בהקשרים של תופעות מתחומי החברה והמדעים.
עיבוד ופירוש מידע המתאר מצב מציאותי בתחומים שונים של מדעי הטבע והחברה. השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים להבנה בסיסית ולעיבוד סטטיסטי של מידע המתפרסם באמצעי התקשורת, הערכת סיכויים של תרחישים שונים, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים באשכול, יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים המסוגלים לקבל החלטות ולהסיק מסקנות מושכלות לגבי תהליכים ותופעות חברתיות.

אשכול פיננסי-כלכלי
התכנים המתמטיים באשכול נבחרו בין היתר, משיקולי הרלוונטיות שלהם לצרכים הכלכליים-פיננסיים של התלמידים כבוגרים בחברה.
השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים לנושאים כלכליים-פיננסיים בהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם כבוגרים בחברה כגון: צרכנות, ניהול חשבונות הבית, ניהול תקציב המשפחה, הבנה בסיסית של נתונים פיננסיים בתקשורת, התנהלות מול בנק, וכדומה.
המיומנויות שיוענקו לתלמידים יהיו מיומנויות שיסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים וצרכנים נבונים.

<u>אשכול התמצאות במישור ובמרחב</u>
אשכול זה מתמקד באובייקטים של העולם האמיתי. בעיות שנפתרות באשכול זה ממחישות יישומיות רחבה של גיאומטריה בחיי האדם.
השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורות לשימושים גיאומטריים וטריגונומטריים, שבהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם, כגון חישובי היקפים ושטחים, ריצופים, בניית מסלולים, תכניות בנייה, קנה מידה ומפות, וכדומה. מעבר לכך יושם דגש גם בהפעלת שיקולי כדאיות, לחישוב מהירויות ולפיתוח יכולת של אומדן.
ניתן לקרוא ולראות את עקרונות התוכנית גם האתר המפמ"ר: https://mathematics.education.gov.il

מבנה הספר
הספר מחולק לפרקים בהתאם לנושאי הלימוד שלו.
בדרך כלל מחולק כל פרק לתתי-פרקים על פי הנושאים השייכים לאותה יחידת לימוד.
כל פרק כולל הצעה לחלוקה למספר שעות על פי הנחיית מפמ"ר מתמטיקה.

במסגרות מופיעים תזכורות, המלצות, דוגמאות פתורות והסברים, כדי לסייע לתלמידים בפתרון התרגילים.
ההסברים והדוגמאות הפתורות הם חלק ממערך ההוראה ונלמדים בכיתה עם המורה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמאות באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר למחשב ולעבור על הפתרון ביחד עם התלמידים.
הצגה ויזואלית זו תעזור לתלמידים להבין טוב יותר את המשימה ואת המסקנות ותחסוך זמן הוראה.
יחד עם זאת, תלמיד שנעדר מהשיעור יכול לעבור בעצמו על הדוגמאות הפתורות על מנת ללמוד באופן עצמאי את שנלמד בכיתה.
נדגיש! אם אין אפשרות להקרין על הלוח את הדוגמאות וההסברים, יתמקדו התלמידים בסרטוטים שבספר, והמורה יסביר בעל-פה את הפתרונות או שיעבור עם התלמידים על הפתרונות שבספר.

התשובות למשימות הפתיחה ולכל התרגילים בספר מופיעות בסוף כל יחידה בספר.
בספר יש:

- **יחידה ראשונה** – הערכת סיכויים בעזרת מודל של התפלגות נורמלית.
- **יחידה שנייה** – גיאומטריה אנליטית.
- **יחידה שלישית** – למידת תהליכים ותופעות, בהקשר כלכלי פיננסי וחברתי מדעי, שמתנהגים כמודל ריבועי (משוואה ופונקציה ריבועית)

- **נספחים** - בסוף הספר מופיעים נספחים בנושאים שנלמדו בחטיבת הביניים ובכיתות י' ו – י"א, ונדרשים ללימוד ספר זה. השימוש בנספחים הוא לשיקול דעת המורים בהתאם לצורך ולשליטת התלמידים בחומר המופיע בהם.

נספח א' – תרגול נוסף לנושא התפלגות נורמלית וגיאומטריה אנליטית.
נספח ב' – מערכת צירים.
נספח ג' – משוואת הקו הישר.
נספח ד' – ההגדרות, התכונות, ההיקפים והשטחים של הצורות הגיאומטריות.
נספח ה' – משוואות ממעלה שנייה (ריבועיות) עם נעלם אחד.
נוסחאון מתמטיקה – 3 יחידות לימוד – לשימוש ליחידות הראשונה והשנייה, ולפתרון מבחני המתכונת, זאת במטרה להרגיל את התלמידים לשימוש בנוסחאון שיקבלו בבחינת הבגרות.
נספחים א ' – ה' – לשימוש התלמידים במידת הצורך, אין להקצות לכך שעות בכיתה, מכיוון שהם נלמדו.
נספחים אלו נועדו לשימוש התלמידים במידת הצורך, ואין להקצות לכך שעות בכיתה.
<u>הערה</u>: לאורך הספר שיבצנו ברקודים ((QR), שמציינים את המקור למידע המוצג בו. ביחידות השונות בספר ציינו לגבי חלק מהשאלות את המלצותינו לגבי השימוש בברקוד.
היישומונים הם העשרה והרחבה ואנו משאירים לשיקול דעת המורים, אם לשלב אותם בהוראה בכיתה, או בבית בהתאם לרמת הכיתה ולזמן המוקצב להוראת הנושא.

מקרא


משימת פתיחה בדרך כלל בתחילת לימוד יחידה, במטרה ליצור עניין, צורך ומוטיבציה ללימוד הנושא. משימה זו היא חובה להוראה בכיתה.


שאלה לדיון בכיתה - בקבוצות או בשיח כיתתי, בהדרכת המורה. בשאלות הללו נדרשת הכוונה של המורה באמצעות שאלות מנחות, על מנת לפתור אותן. במידת הצורך הדיון יוביל לדרכי פתרון נוספות. אנו ממליצים לפתור את כל השאלות המסומנות בסימון זה בכיתה.


שאלה/סעיף חשיבה. שאלה/סעיף בדרגת חשיבה גבוהה, לפתרון בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. השאלות או הסעיפים הללו דורשים התייחסות, ותשומת לב מיוחדת, וייתכן והמורה יחליט לא ללמדם בכיתות מסוימות (תלמידים מתקשים, כיתת מב"ר...).


שאלה שבה מופיע קוד QR (יש להוריד לטלפון הנייד אפליקציה לקריאת הקוד), שמקשר ליישומון, סרטון, או מידע נוסף, בדרך כלל לצורך העשרה, המחשה וגיוון ההוראה, כמתבקש מתוכנית הלימודים של משרד החינוך.

<u>מדריך למורה</u>

אנו ממליצים שההסברים הארוכים והדוגמאות הפתורות שבספר יוקרנו על מסך או על הלוח באמצעות ברקו.
המורה ייתן הסבר בעל-פה מבלי לקרוא את כל המלל שבספר. את המלל הארוך נמליץ לתלמידים לקרוא בבית כהכנה לפתרון התרגילים, שניתנו כשיעורי בית, או לתלמיד שנעדר מהשיעור.
בכיתות בהן יש תלמידים מתקדמים אין צורך להראות את כל דרך הפתרון, אלא רק את הכללים או העקרונות עליהם מתבססים בפתרון התרגיל.
בכיתות מתקשות ניתן לדלג על חלק מסעיפי התרגיל במידה והם קשים מדי.
את הסיכומים ו/או ההערות מומלץ לקרוא בכיתה עם התלמידים.
במדריך למורה יש פתרונות למרבית התרגילים, דרכים שונות לפתרון (במידת האפשר) והנחיות לעבודה בכיתות מתקשות, או בכיתות מתקדמות.
לעיתים אנו מציעים במדריך משימות פתיחה שונות, וכן שימת דגש לטעויות נפוצות.
במדריך יש סרטונים ויישומונים, שאינם מופיעים בספר לתלמיד, והם ניתנים כהרחבה לפי שיקול דעת המורה בהתאם לרמת כיתתו.
בחלק מן הפרקים אנו מציעים מטלות להערכה חלופית.
בסוף כל יחידה יש **מאגר שאלות** בשתי רמות המסכם את החומר הנלמד.
המאגר הרגיל מיועד לתלמידים הרגילים והמתקשים (אתגר, מב"ר חינוך מיוחד) המאגר המורחב מיועד לתלמידים מתקדמים.
תרגילים אלו מיועדים לבניית מבדקים/מבחנים למורה או כתרגול נוסף לתלמידים, ולא לתרגול שוטף.

באתרינו, בקטגוריה החטיבה העליונה – כיתה י"א תוכנית חדשה תופיע תוכנית לארגון ההוראה בשתי רמות (לתלמידי 3 יחידות לימוד הרגילים, ולתלמידי 3 יחידות לימוד מתקשים יותר) הכוללת המלצות לגבי תרגול בכיתה ותרגילי בית.
התוכנית לארגון ההוראה מצורפת גם למדריך למורה כקובץ נפרד.

<u>אתרים</u>

מאגרי תרגילים (בכמה רמות) לצורך הרכבת מבדקים, מבחנים ודפי עבודה יופיעו באתרנו:
http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "פינת המורה". הכניסה ל"פינת המורה" מותנית בשימוש בסיסמה, הניתנת למורה, כדי למנוע כניסת תלמידים למאגר שאלות זה.
(מאגרי התרגילים יופיעו לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר).

אנו ממליצים להיכנס לאתרים הבאים לצורך הורדת חומרי לימוד נוספים, שיסייעו לכם במהלך ההוראה בכיתה:

√ אתר מפמ"ר מתמטיקה במשרד החינוך.

√ אתר לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים במשרד החינוך.

√ אתר מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי.

√ אוניברסיטת קאהן: www.hebrewkhan.org.

המדריך למורה יופיע **(לאחר אישור הגרסה הסופית של הספר)** באתרנו: http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "חטיבה עליונה"

מצורף קישור לאתר מפמ"ר – למסמך תכנית הלימודים החדשה של י"א 3 יח"ל, אשכול מדעים וחברה – בקובץ זה ניתן לקרוא את ההדגשים שניתנים בתכנית החדשה, ואת הדוגמאות המוצעות בכל פרק.

שימו לב ! אין לכתוב ולסרטט בתוך ספר הלימוד, אלא רק במחברת

הערכת סיכויים בעזרת מודל של התפלגות נורמלית

אשכול חברה ומדע/אשכול פיננסי כלכלי

<u>תכנים/נושאים מתמטיים (יוצגו בהקשר האורייני):</u>

♣ תכונות עקומת התפלגות נורמלית.

♣ שימוש בעקומה של ההתפלגות הנורמלית:

א. למציאת ההסתברות או למציאת החלק היחסי (באחוזים) של קבוצה עם תכונה משותפת.

ב. למציאת תכונה של קבוצה בהינתן החלק היחסי של הקבוצה.

♣ ציון תקן.

<u>מטרות כלליות:</u>

1. התלמיד יכיר את התופעות המתפלגות נורמלית, ואת התופעות שלא מתפלגות נורמלית.
2. התלמיד יבין שצורת גרף ההתפלגות הנורמלית נקבעת על-ידי ממוצע כמדד מרכז וסטיית תקן כמדד פיזור.
3. התלמיד יבין את משמעות התכונות של ההתפלגות הנורמלית: סימטריה, ריכוז מרבית הנתונים במרכז, ודעיכה מהירה בקצוות הגרף.
4. התלמיד יבין שהשטח החלקי תחת העקומה של התפלגות נורמלית מייצג: הסתברות, החלק היחסי או האחוז המתאים של קבוצה עם מאפיין משותף.
5. התלמיד יבין את המשמעות של ציון תקן להשוואת מיקום של נתון בודד ביחס לשאר האוכלוסייה.
6. התלמיד יבין שהתפלגות נורמלית משמשת כבסיס אחיד להשוואות נתונים של אוכלוסיות גדולות ושונות.

מטרות אופרטיביות:

1. בהינתן תיאור ההתפלגויות בעזרת עקומות שונות, התלמיד יידע לבחור את העקומה שמתאימה להתפלגות נורמלית על-סמך תכונות של התפלגות נורמלית, ולהסביר מדוע עקומות אחרות אינן מתאימות להתפלגות נורמלית.
2. בהינתן תיאור מצב בעזרת ממוצע וסטיית תקן, התלמיד יידע להתאים את הנתונים לשנתות של גרף ההתפלגות הנורמלית, ולקרוא את אחוזי השטחים שמתחת לעקומה הנורמלית בין שתי שנתות סמוכות.
3. בהינתן תיאור של מצב בעזרת ממוצע, סטיית תקן ומאפיין כלשהו של קבוצת הנתונים (כגון: ערכי המשתנה אשר גדולים/קטנים מהערך הנתון, ערכי המשתנה אשר נמצאים בין שני ערכים נתונים או שילובים נוספים), התלמיד יידע לזהות את השטח הרלוונטי למאפיין שמתחת לעקומה הנורמלית, ולחשב את האחוז המתאים לשטח/ההסתברות.
4. בהינתן תיאור של מצב בעזרת ממוצע, סטיית תקן, ושטח חלקי שמצחת לעקומה הנורמלית, התלמיד יידע לזהות את המאפיין של הקבוצה המתאים לשטח/להסתברות.
5. בהינתן תיאור של מצב בעזרת ממוצע ושטח חלקי שמתחת לעקומה הנורמלית, התלמיד יידע למצוא שטח חלקי אחר בעזרת שימוש בסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית.
6. בהינתן תיאור של מצב בעזרת ממוצע, שטח חלקי שמתחת לעקומה הנורמלית/הסתברות והמאפיין שמתאים לשטח/הסתברות, התלמיד יידע לחשב את סטיית התקן.
7. בהינתן תיאור של מצב בעזרת סטיית תקן, שטח חלקי שמתחת לעקומה הנורמלית/הסתברות והמאפיין שמתאים לשטח/הסתברות, התלמיד יידע לחשב את הממוצע.

8. בהינתן תיאור של מצב בעזרת שני שטחים חלקיים שמתחת לעקומה הנורמלית, שמתאימים למאפיינים נתונים, התלמיד יידע לחשב את הממוצע ואת סטיית התקן.

9. בהינתן תיאור של מצב בעזרת ממוצע וסטיית תקן, התלמיד יידע לחשב את ציון התקן של משתנה נתון על פי הנוסחה: $Z = \frac{x-\bar{x}}{s}$, ויסביר את משמעות התוצאה.

10. בהינתן תיאור של מצב בעזרת חלק מהנתונים הבאים: ממוצע, סטיית תקן, ערך משתנה, ציון תקן של המשתנה, התלמיד יידע לחשב את הנתונים החסרים בעזרת הנוסחה, באמצעות פתרון משוואה, או פתרון מערכת משוואות.

11. בהינתן תיאור מצב של שתי אוכלוסיות שונות בעזרת ממוצע וסטיית תקן, התלמיד יידע לקבוע את מיקומו היחסי של ערך המשתנה באוכלוסייה אחת בהשוואה לערך של המשתנה באוכלוסייה השנייה.

דגשים והבהרות:

1. השאלות בחומר הנלמד יהיו בהקשר חברתי – מדעי, או פיננסי – כלכלי.

2. התלמיד ישתמש בגרף שך התפלגות נורמלית.

3. יידרשו שימושים בטכניקה אלגברית לפתרון של משוואות ממעלה ראשונה, ומערכת של שתי משוואות ממעלה ראשונה.

יחידה ראשונה

התפלגות נורמלית

יחידה זו היא נושא חדש שטרם נלמד בחטיבת הביניים או בתיכון.
ביחידה זו נלמד על התכונות של עקומת התפלגות נורמלית. מושג חדש שיילמד: "ציון תקן".

ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:
פתרון משוואות ומערכות משוואות ממעלה ראשונה.
פתרון משוואות ריבועיות.

משימת פתיחה עמוד 2
שני גרפים ושני היגדים מי צודקת?

הקדמה עמוד 3
בהקדמה אנו נותנים הסבר לגבי המושגים "התפלגות", "עקומת ההתפלגות" ו"התפלגות נורמלית".
אנו מזכירים כי עקומת ההתפלגות הנורמלית נקראת גם "עקומת פעמון" או "עקומת גאוס" על-שם המדען שחקר אותה – קארל פרידריך גאוס.
מומלץ להקרין בכיתה את ההקדמה וההסבר באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

זיהוי וויזואלי של התפלגות נורמלית

בפרק זה נתמקד בזיהוי וויזואלי של התפלגות נורמלית בהקשר מדעי-כלכלי ובהקשר פיננסי.
מספר השעות המוקדש ליחידה זו: שעה אחת.

הסבר ודוגמה פתורה עמוד 4 - 6
התפלגות נורמלית מקשרת בין סטטיסטיקה להסתברות.
כאשר אנו בודקים אוכלוסייה "מספיק גדולה", התפלגות הערכים הרבים של המשתנה בה היא נורמלית.
רוב הערכים מתפלגים סביב הממוצע, וככל שנתרחק מהממוצע (מעלה או מטה) מספרם יילך ויקטן.
כדאי להקרין בכיתה את שני המקרים המוצגים, ולדון בהבדלים שביניהם.

כדאי גם להקרין את תכונות גרף ההתפלגות הנורמלית. בכיתות בהן הדבר לא מתאפשר נכין "פלקט" המתאר את העקומה הנורמלית בדרך גרפית, ולצידו את תכונות העקומה הנורמלית.

בספר יש דוגמה של התפלגות ציונים ב – 4 מבחנים. בהסבר אנו מדברים על המושגים "התפלגות עם זנב ימני" ו – "התפלגות עם זנב שמאלי".
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

בספר יש הפנייה ליישומון  המדגים את "ההתפלגות הנורמלית" באמצעות מכשיר המורכב מלוח ועליו מסמרים, וכדורים הנופלים מלמעלה ו"מסתדרים" בצורת התפלגות נורמלית.

בספר יש גם הפנייה לסרטון  המדגים את אופן הפעולה.
אורך הסרט הוא כ - 50 שניות, הפעילות ו/או הצפייה בסרט נתונה להחלטת המורה בהתאם לרמת כיתתו.
בהמשך נתונים 6 גרפים המתארים ציוני מבחנים בקבוצה מסוימת. נערך דיון בכיתה לגבי כל גרף וננסה להסביר איזו תכונה הגרף אינו מקיים כדי לומר איזה גרף אינו מתאר עקומה נורמלית.

תרגיל 1 עמוד 6
אף אחד משני הגרפים אינו מתאר התפלגות נורמלית, אחד מתאר התפלגות עם "זנב ימני", והאחר התפלגות עם "זנב שמאלי".

תרגיל 2 עמוד 7
גרף (1) מתאר התפלגות שבה כמות הסחורה זהה ללא כל קשר למשקל החבילה (קו ישר), מתאים להיגד II.
גרף (1) הוא גרף של התפלגות נורמלית, מרבית החבילות הן במשקל 2 ק"ג, מתאים להיגד I.
סעיף ב': גרף (2) מקיים את תכונות גרף ההתפלגות הנורמלית: יש לו סימטריה, נקודת מקסימום יחידה, ציר הסימטריה הוא הממוצע ועובר בנקודת המקסימום, ככל שמתרחקים מהמרכז הערכים קטנים בהדרגה ומתקרבים לאפס – דעיכה בקצות הגרף.
בכיתות מתקדמות נבקש הסבר לגבי שאר הגרף, מדוע אינו מתאר התפלגות נורמלית.

תרגיל 3 עמוד 7
תרגיל דומה לתרגיל 2.
סעיף א': גרף (2) מתאר התפלגות נורמלית.
גרף זה מקיים את תכונות גרף ההתפלגות הנורמלית: יש לו סימטריה, נקודת מקסימום יחידה (60 ק"ג), ציר הסימטריה $x = 60$, הוא הממוצע ועובר בנקודת המקסימום, ככל שמתרחקים מהמרכז הערכים קטנים בהדרגה ומתקרבים לאפס – דעיכה בקצות הגרף.
סעיף ב': גרף (1) מרבית היבול לעץ הוא 80 ק"ג, שאר היבול של העצים נוטה שמאלה ("זנב שמאלי"), משמע המשקל נמוך יותר. גרף (3) מרבית היבול משקלם נמוך יחסית (40 ק"ג) הגרף נוטה ימינה ("זנב ימני").

תרגיל 4 עמוד 7
בדיון נבקש מהתלמידים להתבונן בגרפים.
שאלה: מה המאפיין הבולט? לכל גרף יש ממוצע שונה. עוד מאפיין בולט: גרף (1) אינו מתאר התפלגות נורמלית.
נשאל: מה ההבדל בין גרף (2) לגרף (3)? לכל אחד ממוצע שונה.
גרף (1) אינו מתאר התפלגות נורמלית. גרף (3) מתאר את המשכורות במחלקת השיווק משום שממוצע המשכורות (על-פי הגרף) גדול יותר (נמצא מימין לממוצע של גרף 2), ולכן גרף (2) מתאר את התפלגות המשכורות במחלקת המחקר.

תרגיל 5 עמוד 8
גרף III הוא הגרף המייצג את התפלגות התשלום החודשי עבור טלפון סלולרי וטלפון קווי.

גרף (1) מתאר את התפלגות התשלום עבור טלפון סלולרי, וגרף (2) מתאר את התשלום עבור טלפון קווי.
טעות אפשרית: גרף II. הוא מתאר שתי התפלגויות נורמליות, אך הממוצע שווה בין שני הגרפים.

תרגיל 6 עמוד 8
סעיף א': ההיגד הנכון הוא היגד (3) זמן הריצה של ספורטאי מקצוען נמוך משמעותית מספורטאי חובב.
סעיף ב': גרף (1) מתאר את התפלגות זמני הריצה של הספורטאים החובבנים (ממוצע הזמנים גדול יותר מזה של הספורטאים המקצוענים), ולכן גרף (2) מתאר את זמני הריצה של הספורטאים המקצוענים.

תרגיל 7 עמוד 8
היגד II מתאים לגרף (2). אנו רואים כי הממוצע בשלוש החברות שווה, אך הגרף שונה בשל סטיית התקן השונה בכל חברה.
היגד III מתאים לגרף (1) ממוצע השכר שונה, אך הגרף זהה, משמע אותה סטיית תקן.

הידעתם עמוד 9
מידע על המושג "לשטח את העקומה" שהיה נפוץ בימי מגפת הקורונה.
בכיתות מתקדמות נתין לשאול: היכן כדאי להשתמש במושג זה? למשל הקטנת מספר תאונות הדרכים..

מציאת האחוז/ההסתברות בעזרת העקומה הנורמלית

בפרק זה נתמקד בחישוב החלק היחסי של אוכלוסייה בעלת תכונה מסוימת.
הדוגמאות שנציג יהיו בהקשר מדעי-כלכלי וכלכלי-פיננסי.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד את העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות.
√ התלמיד ילמד את העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **4 שעות.**

א. <u>העקומה הנורמלית עם מרווחים של סטיות תקן שלמות</u>

בסעיף זה נחלק את העקומה הנורמלית לשלוש סטיות תקן מימין לממוצע, ולשלוש סטיות תקן משמאל לממוצע, תוך שימוש בחלק היחסי באחוזים של כל שטח שמתחת לעקומה.

<u>הסבר ודוגמה פתורה – סימון ערכי המשתנה על הציר האופקי, עמודים 10, 11</u>
תזכורת – הגדרה: סטיית תקן.
בהסבר אנו מדגישים את ההבדל בין עקומה נורמלית שבה סטיית התקן קטנה, לעומת עקומה נורמלית שבה סטיית התקן גדולה יותר (כאשר הממוצע שווה).
על הציר האופקי של העקומה אנו מעבירים קווים אנכיים.
הקו האמצעי מציין את הממוצע (שהוא גם החציון). שלושת הקווים מימין לממוצע מציינים את הממוצע שמוסיפים לו סטיית תקן אחת (שתיים או שלוש), ושלושת הקווים שמשמאל לממוצע מציינים את הממוצע שמחסרים ממנו סטיית תקן אחת (שתיים או שלוש).
כדאי להכין פלקט המתאר את עקומת ההתפלגות הנורמלית עם הקווים והסימון על הציר האופקי.
בהמשך נוסיף את האחוזים, וקווים מקווקווים שיתארו חצאי סטיית תקן.

דוגמה פתורה עמוד 11
סימון של דוגמה מחיי היומיום על הציר האופקי.

תרגילים 8 – 11 עמוד 12
סימון ערכים על הציר האופקי כאשר נתון הממוצע וסטיית התקן. (ראו דפי תשובות).

הסבר ודוגמה פתורה – מציאת האחוז/הסתברות, עמודים 12 - 15
חלוקת האחוזים בכל שטח מתחת לעקומה הנורמלית שנוצר באמצעות הקווים האנכיים.
34%, 14%, 2%.
בדוגמה אנו מבקשים אחוז התלמידים שציונים גבוה/נמוך מציון מסוים, או אחוז התלמדים הנמצא בין שני ציונים.

בכיתות מתקשות נשתמש בטוש מחיק (לגבי כל סעיף בצבע אחר), ונציין בכל סעיף מהו הנתון/נתונים שאנו מתייחסים לגביו (האחוז שאנו מתבקשים לענות).

תרגיל 12 עמודים 15, 16

הגובה הממוצע: 18 מ', סטיית התקן 3 מ'.
על הציר האופקי של העקומה מסומנים כבר הערכים המתאימים.
סעיף א': נמוכים מ – 12 מ' משמע החלק השמאלי ביותר בעקומה: 2%.
סעיף ב': גבוהים מ – 21 מ' משמע שני השטחים הימניים, 16%.
סעיף ג': נמוכים מ – 21 מ' משמע ארבעת השטחים השמאליים 84%, או לחסר את שני השטחים הימניים מ – 100%.
סעיף ד': ההסתברות שגובהו מעל 15 מ', משמע ארבעת השטחים הימניים (84%) או לחסר את שני השטחים השמאליים, או 0.84.
סעיף ה': בין 15 מ' ל – 24 מ' משמע, שלושה שטחים, נחבר את האחוזים ונקבל 82%, 0.82.
סעיף ו': קטן מ – 15 מ' או גדול מ – 24 מ' משמע, השטח הימני ביותר, ושני השטחים השמאליים ביותר, 18%, 0.18.

תרגיל 13 עמוד 17

סעיף א': סימון על הציר האופקי בהתאם לנתונים.
סעיף ב': (1) קטן מ – 40 משמע 50%. (2) קטן מ – 45 משמע, 84%. (3) קטן מ – 30 משמע, 2%.
סעיף ג': (1) קטן מ – 50 משמע, 98% (ניתן לחסר 2%), 0.98 (2) קטן מ – 35 משמע, 16%, 0.16.

תרגיל 14 עמוד 17

סעיף א': סימון על הציר האופקי בהתאם לנתונים.
סעיף ב': (1) גבוה מ – 400 משמע, 50%. (2) גבוה מ – 360 משמע, 98% (ניתן לחסר 2%). (3) גבוה מ – 420 משמע, 16%.
סעיף ג': (1) גבוה מ – 440 משמע, 2%, 0.02. (2) גבוה מ – 380 משמע, 84%, 0.84.

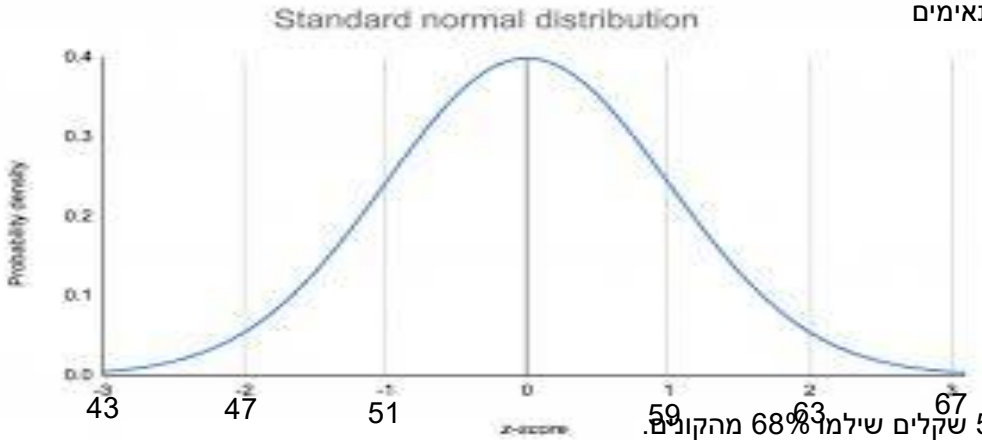
תרגיל 15 עמוד 17

שימו לב! סטיית התקן היא חצי שעה (0.5).
סעיף א': סימון על הציר האופקי בהתאם לנתונים.
סעיף ב': (1) בין 7 ל – 8 שעות, משמע שני שטחים 48%. (2) גבוה מ – 7.5 שעות משמע 16% או נמוך מ – 6 שעות משמע, 2%, ביחד 18%.
סעיף ג': (1) בין 6 ל – 6.5 שעות משמע, 14%, 0.14. (2) גבוה מ – 8 שעות משמע 2%, או נמוך מ – 7.5 שעות משמע, 86%, ביחד 86%, ההסתברות 0.86.

בתרגילים 16 – 19 התלמידים נדרשים להשלים בעצמם את כל הנתונים הנמצאים על הציר האופקי.

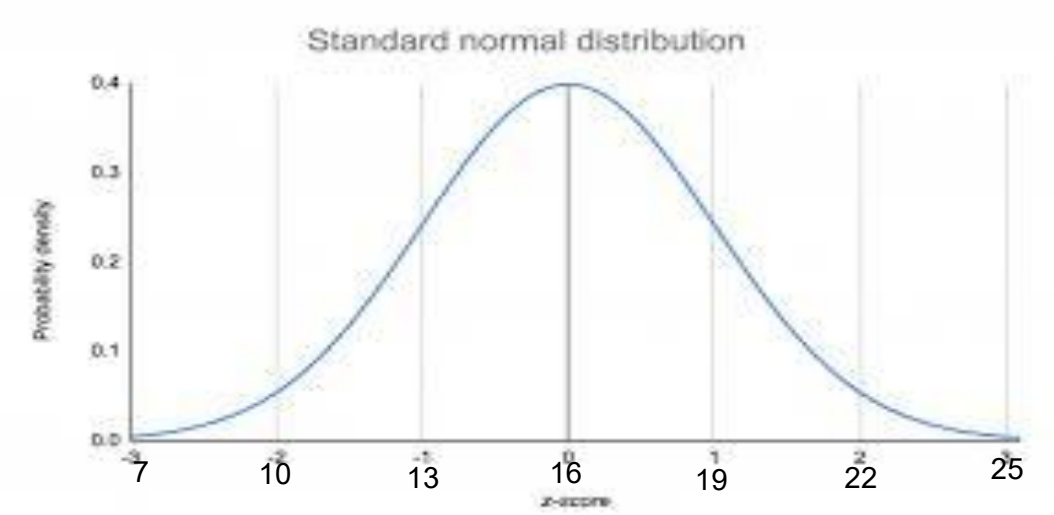
תרגיל 16 עמוד 18

נוסיף את הערכים המתאימים



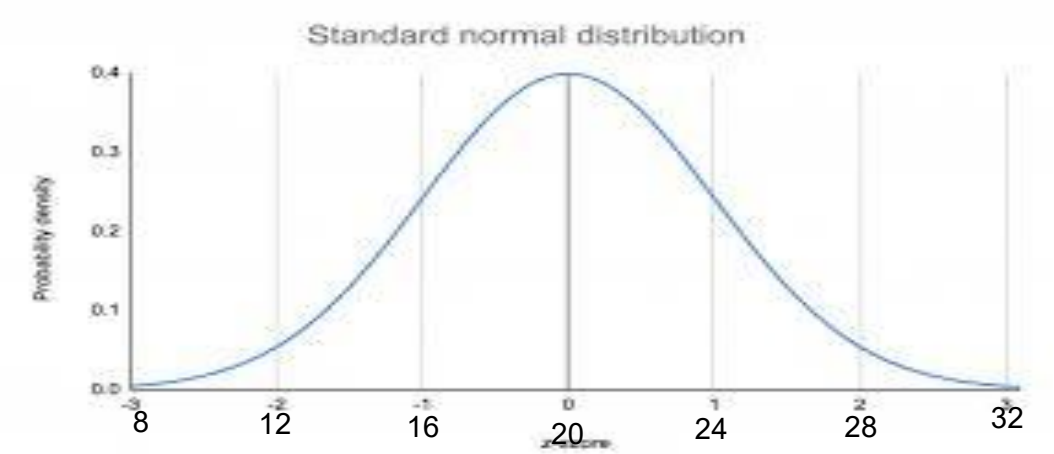
סעיף א': בין 51 ל – 59 שקלים שילמו 68% מהקונים.
סעיף ב': פחות מ – 51 שקלים, משמע 16%.

תרגיל 17 עמוד 18
נוסיף את הערכים המתאימים:



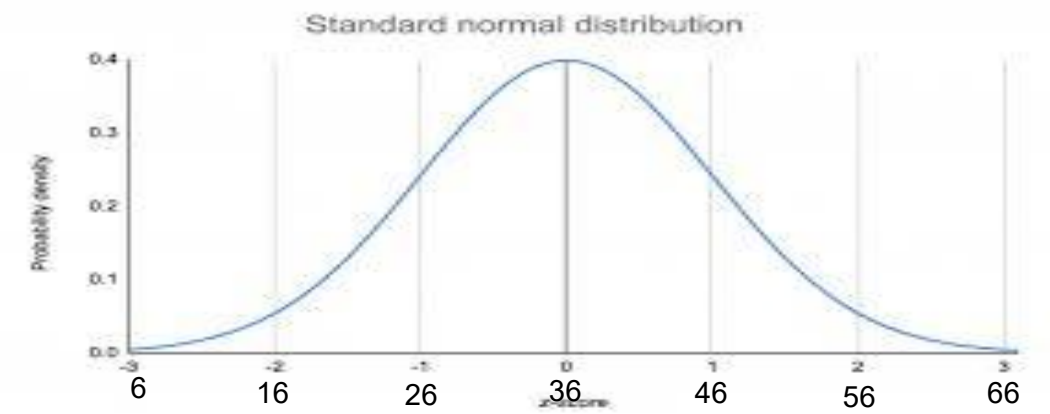
סעיף א': ההסתברות שכמות החומר המוזמנת תהיה קטנה מ – 10 טון היא 2%, 0.02.
סעיף ב': גדולה מ – 22 טון משמע, 2%, 0.02.
סעיף ג': ההסתברות שבית החרושת לא ישלם תשלום נוסף היא 96%, 0.96.

תרגיל 18 עמוד 18
נוסיף את הערכים המתאימים:



סעיף א': זמן הנסיעה הממוצע והשכיח של אלון הוא 20 דקות.
סעיף ב': אחוז זמני הנסיעה הגדולים מ – 16 דקות הם 84%.
סעיף ג': גדול מהממוצע ונמוך מ – 28 דקות משמע, 48%, 0.48.

תרגיל 19 עמוד 19
נוסיף את הערכים המתאימים:



סעיף א': המחיר החציוני הוא 36 שקלים (שווה לממוצע).
סעיף ב': גבוה מ – 56 שקלים משמע, 2%, נמוך מ – 26 שקלים משמע, 16% (ביחד 18%), 0.18.
סעיף ג': בין 26 ל – 46 שקלים, משמע 68%, 0.68.

ב. <u>העקומה הנורמלית עם מרווחים של חצאי סטיות תקן</u>

בסעיף זה נרחיב את העקומה הנורמלית ונתייחס לאחוזים גם במרווחים של חצאי סטיות תקן.

הסבר ודוגמה פתורה – מציאת האחוז/ההסתברות, עמודים 19 - 21
בהסבר אנו רואים עקומה נורמלית המחולקת גם לחצאי סטיות תקן, ואת החלוקה של השטחים באחוזים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
כדאי להכין פלקט המתאר את עקומת ההתפלגות הנורמלית עם הקווים והסימון על הציר האופקי.
נוסיף את האחוזים, וקווים מקווקווים שיתארו חצאי סטיית תקן.

בכיתות מתקשות ניתן לשכפל דפים עם עקומות התפלגות נורמלית "ריקות" על מנת לחסוך לתלמידים זמן יקר על סרטוט עקומה נורמלית.

בספר יש יישומון

המאפשר לקבל ערכי משתנה מתאימים כאשר נתונים ערך הממוצע וערך סטיית התקן.
ניתן להזיז את שני המשולשים שנמצאים על הציר האופקי, כדי לסמן את האזורים המתאימים.

תרגיל 20 עמוד 22
שימו לב! התלמידים נדרשים להכין שתי עקומות של התפלגות נורמלית, או אחת שלה יש שני צירים אופקיים.
בכיתות מתקשות נכין שתי עקומות נפרדות.
סעיף א': הממוצע 60 שקלים חצי סטיית תקן – 5 שקלים.
סעיף ב': ממוצע 200 שקלים, חצי סטיית תקן – 25 שקלים.

תרגיל 21 עמוד 22
הממוצע 75 שעות, חצי סטיית תקן 4 שעות.
סעיף א': העקומה מלאה למחצה, התלמידים נדרשים להשלים את שאר הערכים.
סעיף ב': (1) קטן מ – 75 שעות, 50%. (2) קטן מ – 59, 2%. (3) קטן מ – 87 משמע 93%.
סעיף ג': (1) קטן מ – 67, 16%, 0.16. (2) קטן מ – 91, 98%, 0.98. (3) קטן מ – 55, 0.5%, 0.005.

תרגיל 22 עמוד 23
הממוצע 4,500 שקלים, חצי סטיית תקן – 150 שקלים.
סעיף א': העקומה הנורמלית מלאה למחצה, התלמידים נדרשים להוסיף את שאר הערכים.
סעיף ב': (1) גבוה מ – 4650, 31%. (2) גבוה מ – 4200, 84%. (3) גבוה מ – 4800, 16%.
סעיף ג': (1) גבוה מ – 4500, 50%, 0.5. (2) גבוה מ – 4950, 7%, 0.07. (3) גבוה מ – 4050, 0.93.

תרגיל 23 עמוד 23

הממוצע 450 שקלים, חצי סטיית תקן – 30 שקלים.

בתרגיל זה המלל משתנה. לא רק גבוה מ -.. או נמוך מ -... , אלא גם בין שני ערכים.

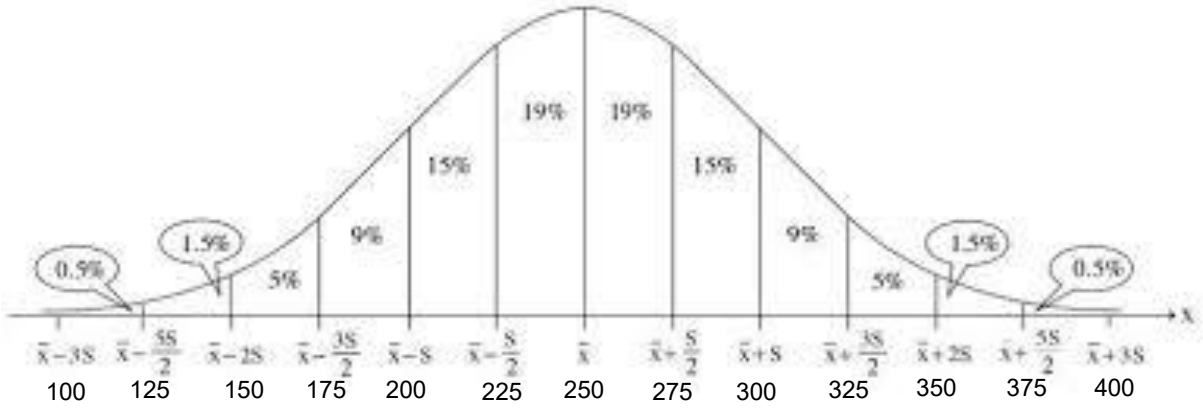
סעיף א': העקומה הנורמלית מלאה למחצה, התלמידים נדרשים להוסיף את שאר הערכים.

סעיף ב': (1) בין 510 ל – 570, 14%. (2) בין 420 ל – 480, 38%. (3) גבוה מ – 540 משמע, 7%, נמוך מ – 330 משמע, 2%, ביחד 9%.

סעיף ג': (1) בין 360 ל – 540, 86%, 0.86. (2) בין 300 ל – 450, 49.5%, 0.495. (3) גבוה מ – 420 משמע, 69%, נמוך מ – 390 משמע, 16% ביחד 85%, 0.85.

תרגיל 24 עמוד 24

הממוצע 250, חצי סטיית תקן – 25 גרם.



סעיף א': בין 275 ל – 350 גרם, משמע 29%.

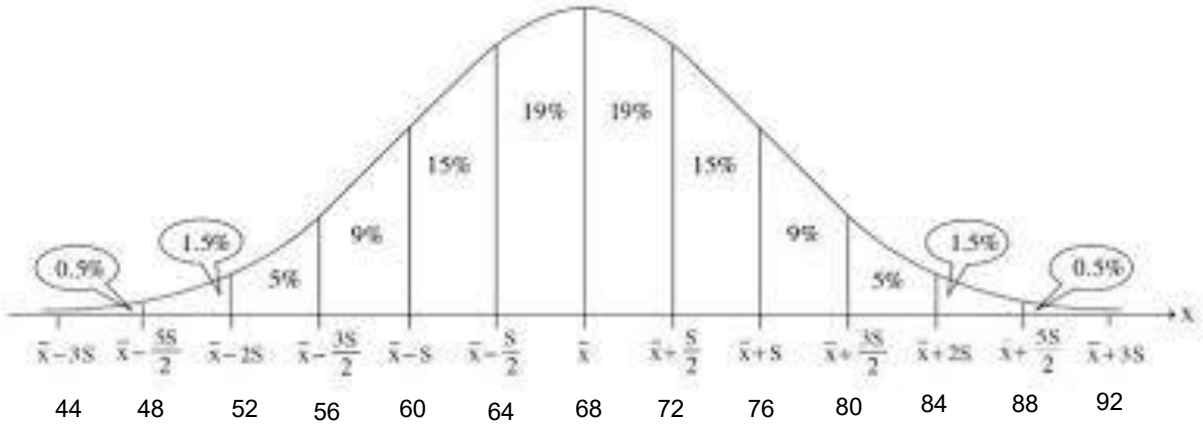
סעיף ב': גבוה מ – 325 גרם משמע, 7%.

סעיף ג': נמוך מ – 175 גרם משמע, 7% נפסל ליצוא ולכן 93% מיועדים ליצוא.

תרגיל 25 עמוד 24

הממוצע הוא 68 דקות, מחצית סטיית תקן – 4 דקות.

נרשום על גבי העקומה:



סעיף א': החציון והשכיח הם 68 דקות (שווים לממוצע).

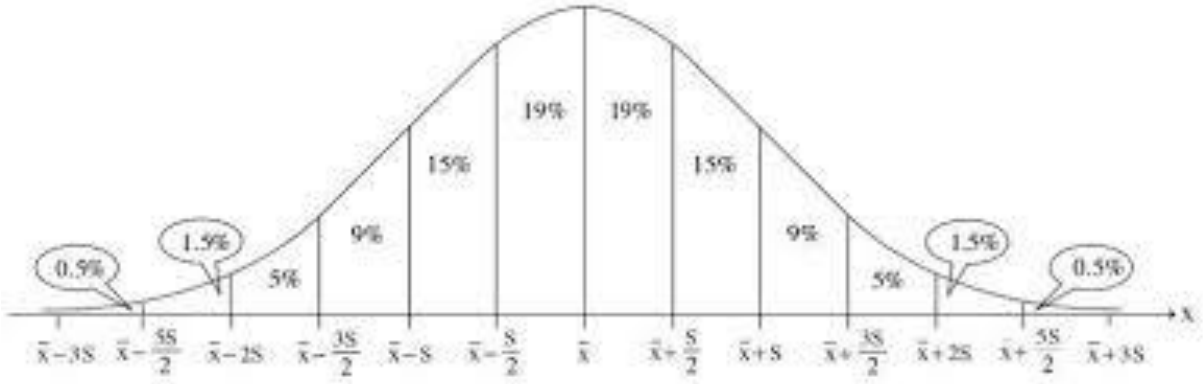
סעיף ב': מעל 84 דקות משמע, 2%.

סעיף ג': בין 56 ל – 84 דקות משמע, 91%, 0.91.

סעיף ד': קצר מ – 52 משמע, 2%, ארוך מ – 80 דקות משמע, 7%, ביחד 9%, 0.09.

תרגיל 26 עמוד 24

הממוצע 42 שנים, חצי סטיית תקן – 2.



30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54

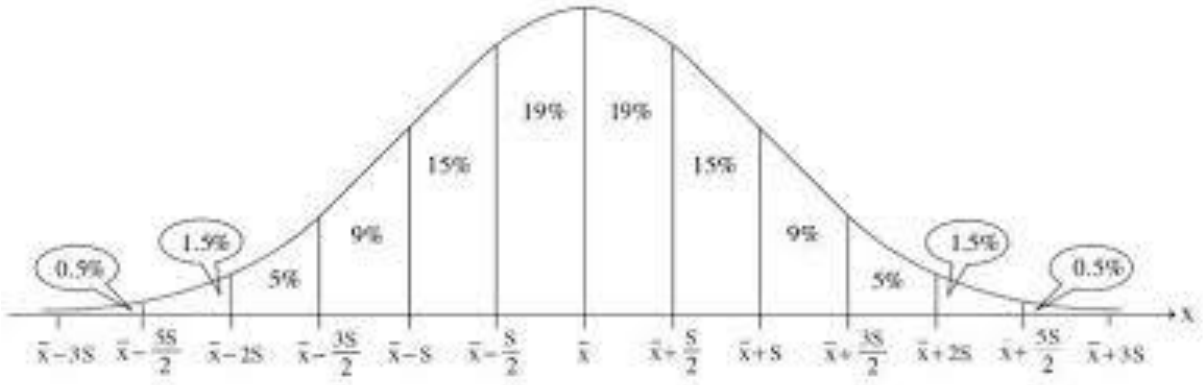
סעיף א': בדיקה רפואית כלשהי מבצעים 7% מהעובדים (מעל גיל 48).

סעיף ב': בדיקות מקיפות עוברים 0.5% מהעובדים.

סעיף ג': אחוז העובדים שעוברים בדיקות רפואיות רגילות בלבד הוא 6.5% משמע, 442 עובדים.

תרגיל 27 עמוד 25

הממוצע 6.5 שקלים, מחצית סטיית תקן – 0.25 שקלים.



5 5.25 5.50 5.75 6 6.25 6.5 6.75 7 7.25 7.50 7.75 8

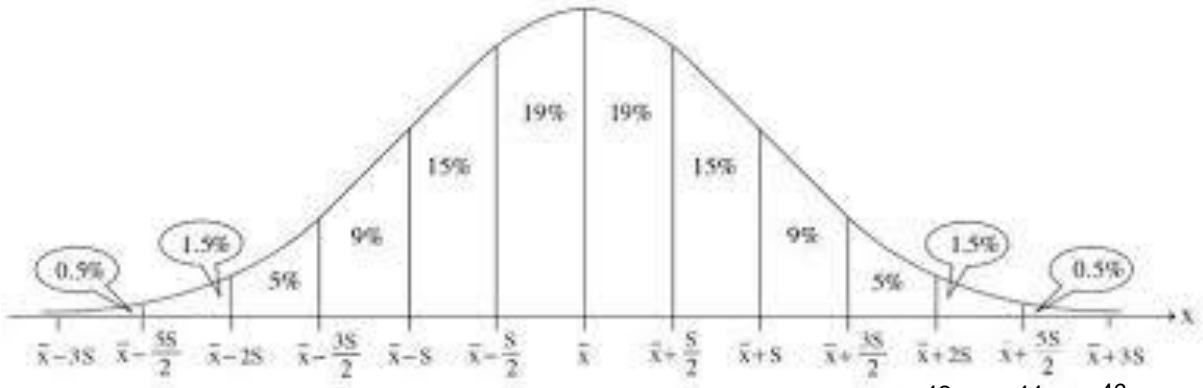
סעיף א': (1) בין 5.75 ל – 6.75 שקלים, משמע 62%, 0.62.

(2) גבוה מ – 7.5 שקלים (2%) או נמוך מ – 5.25 שקלים (0.5%) משמע, 2.5%, 0.025.

סעיף ב': נמוך מ – 7.25 שקלים משמע, 93%, שהם 279 תחנות.

תרגיל 28 עמוד 25

הממוצע 34 שעות (שווה לשכיח), חצי סטיית תקן – 2 שעות.

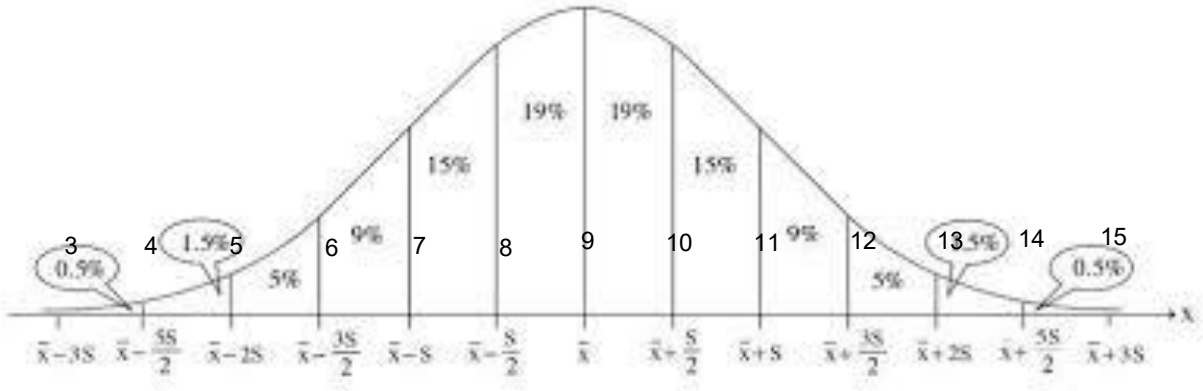


22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46

סעיף א': יש סיכוי גדול יותר לבחור בעובד שמספר השעות השבועיות שהוא עובד (16%) מאשר לבחור בעובד שמספר שעות העבודה שלו גדול מ – 40 (7%).
סעיף ב': 23%.
סעיף ג': 115 עובדים.

תרגיל 29 עמוד 25

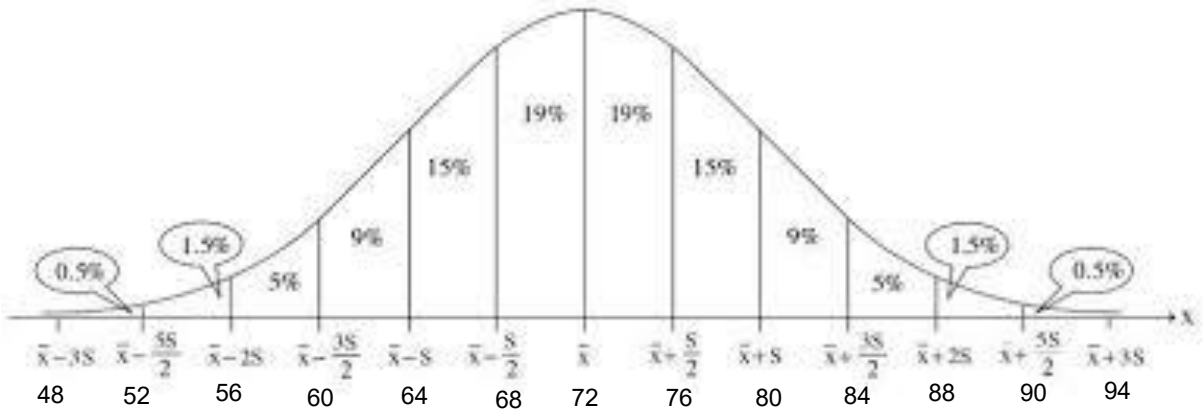
בדיון בכיתה נסרטט על הלוח את גרף ההתפלגות הנורמלית, ונבקש מתלמיד/ה לסמן את הערכים שעל ציר ה - X.
הממוצע הוא 9 דקות, סטיית התקן היא 2 דקות, חצי סטיית תקן היא דקה אחת.



סעיף א': יותר מ – דקות, משמע 84%, 0.84.
סעיף ב': פחות מ – 10 דקות, משמע 69%, 0.69.
סעיף ג': בין 6 ל – 11 דקות, משמע 77%, 0.77.
סעיף ד': שתי ההסתברויות שוות – 7%, 0.07.

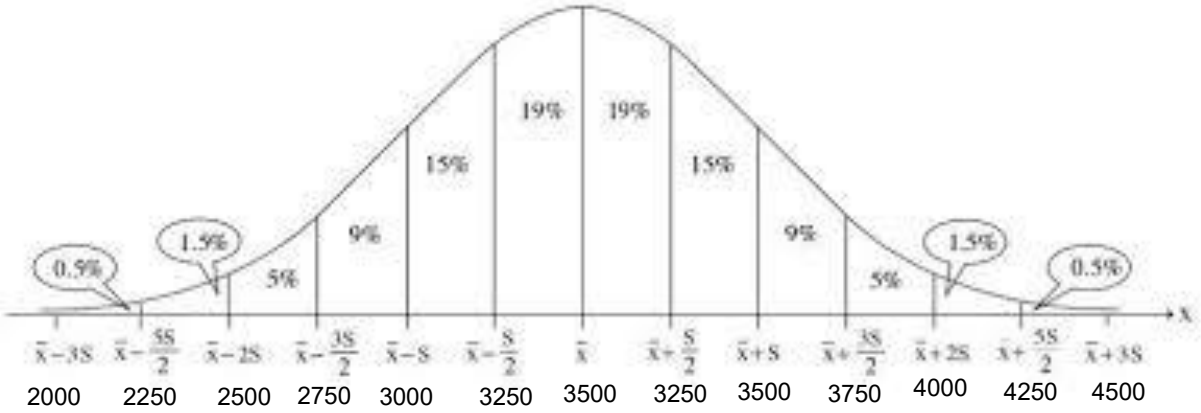
תרגיל 30 עמוד 26

הממוצע – 72, חצי סטיית תקן – 4 נקודות.



סעיף א': החציון הוא 72 (שווה לממוצע).
סעיף ב': ההסתברות שתלמיד יקבל ציון בין 56 ל – 84 היא 91%, 0.91.
סעיף ג': ציון נמוך מ – 64 קיבלו 16% מהתלמידים.
סעיף ד': אחוז המצטיינים הוא 2%.
סעיף ה': 28 תלמידים הצטיינו בבחינות.

תרגיל 31 עמוד 26
הממוצע 3500 שקלים, מחצית סטיית תקן – 250 שקלים.



סעיף א': ההוצאה החודשית השכיחה היא 3500 שקלים.
סעיף ב': היגד (1) נכון יותר 47% < 53%.
סעיף ג': 84% מהמשפחות ההוצאה החודשית שלהן גדולה מ – 3000 שקלים.
סעיף ד': 7% מהמשפחות יהיו זכאיות לקבלת שי פסח מהרשות המקומית.
סעיף ה': 84 משפחות ייהנו משי לחג הפסח.

תרגיל 32 עמוד 26
הממוצע (שווה לשכיח) הוא 50 שקלים, מחצית סטיית תקן – 2.5 שקלים.
סעיף א': הסכום החציוני הוא 50 שקלים.
סעיף ב': היגד (1) קטן יותר 95.5% < 98%.
סעיף ג': בין 45 שקלים ל – 57.5 שקלים יש 77% מהתלמידים, 0.77.
סעיף ד': גבוה מ – 60 (2%) נמוך מ – 42.5 (7%) משמע 9%.
סעיף ה': אם 225 תלמידים הם 9% אזי 2,500 תלמידים הם 100%.

מציאת ערך המשתנה בעזרת גרף ההתפלגות הנורמלית

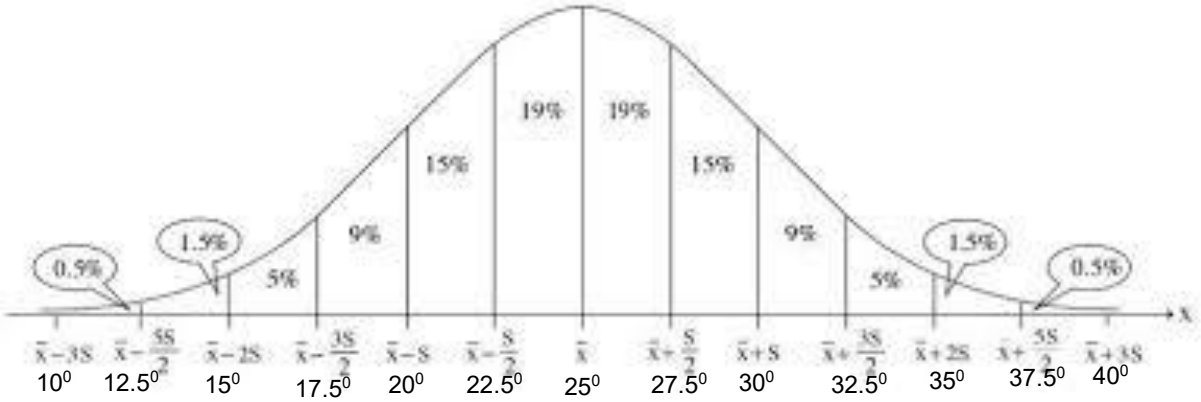
בפרק זה נתמקד במציאת ערך המשתנה כאשר נתונים אחוזי ההתפלגות הנורמלית.
מספר השעות המוקדש ליחידה זו: 2 שעות

דוגמה פתורה עמודים 27, 28
דוגמה מחיי היומיום בו נתונים ממוצע וסטיית התקן, אחוז אוכלוסייה ומציאת המשתנה בהתאם לנתונים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 33 עמודים 28, 29
הממוצע 50 קמ"ש, חצי סטיית תקן – 5 קמ"ש.
סעיף א': בספר הדגשנו את השטח הנדרש, ניתן "ללכת" שמאלה מהממוצע חצי סטיית תקן בכל פעם עד שנגיע לגבול השטח המבוקש משמע, 40 קמ"ש.
סעיף ב': "נלך" חצאי סטיית תקן מהממוצע ימינה, ונקבל – 60 קמ"ש.
סעיף ג': בניגוד לסעיפים הקודמים אנו מחפשים משתנה שאחוז האוכלוסייה גבוה ממנו משמע, 55 קמ"ש.
סעיף ד': מגיעים לקצה סטיית התקן, 25 קמ"ש.
בספר יש גרף של התפלגות נורמלית. מעל כל שטח יש את אחוז האוכלוסייה הקטן ממנו (הערך התחתון), ואת אחוז האוכלוסייה הגדול ממנו (הערך העליון).
בכיתות מתקשות ניתן לחלק לתלמידים גרף התפלגות נורמלית בו יוכלו להשלים את הנתונים בהתאם לנתוני השאלה.

תרגיל 34 עמוד 30

הממוצע 25^0, חצי סטיית תקן – 2.5^0.

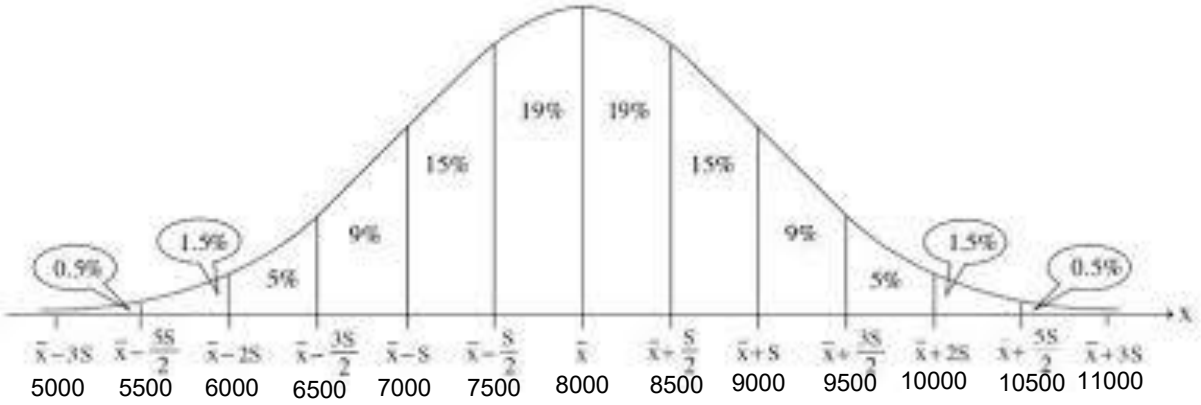


סעיף א': 2% נמוכות ממנה משמע, 15^0.

סעיף ב': 69% נמוכות ממנה משמע, 27.5^0.

תרגיל 35 עמוד 30

הממוצע 8,000 שקלים, מחצית סטיית תקן משמע, 500 שקלים.



סעיף א': 16% מהעובדים מקבלים משכורת הגבוהה מ – 9,000 שקלים.

סעיף ב': 6,500 שקלים היא המשכורת ש – 93% מהעובדים משתכרים יותר ממנה.

תרגיל 36 עמוד 30

הממוצע 2 ליטרים, חצי סטיית תקן – 0.25 ליטרים של מים.

במידת הצורך נשלים בעזרת התלמידים את הערכים על גרף ההתפלגות הנורמלית.

סעיף א': 1.75 ליטרים זוהי כמות המים ש – 31% מהנבדקים צורכים פחות ממנה (חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע).

סעיף ב': (1) 2.75 ליטרים זוהי כמות המים ש – 7% מהנבדקים צורכים יותר ממנה.

(2) 7% מ – 1,200 משמע, 84 נבדקים.

תרגיל 37 עמוד 31

הממוצע 380 שקלים, חצי סטיית תקן – 25 שקלים.

במידת הצורך נשלים בעזרת התלמידים את הערכים על גרף ההתפלגות הנורמלית.

סעיף א': 455 שקלים הוא מחיר כיסא ש – 93% מהכיסאות נמכרים במחיר נמוך יותר.

סעיף ב': (1) 280 שקלים הוא המחיר ש – 98% מהכיסאות נמכרים במחיר גבוה יותר.

(2) במלאי של החנות יש 500 כסאות (98% מ – 500 הם 490 כסאות).

תרגיל 38 עמוד 31

הממוצע 45 דקות חצי סטיית תקן – 4 דקות.

סעיף א': חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע משמע, 41 דקות.

סעיף ב': 84% מהנסיעות זמן הנסיעה קצר מ – 53 דקות (סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע).

סעיף ג': (1) 2% מהנסיעות זמן נסיעתם ארוך מ – 61 דקות (2 סטיות תקן ימינה).
(2) 3 נסיעות בלבד ארכו יותר מ – 61 דקות.

תרגיל 39 עמוד 31

הממוצע 76, חצי סטיית תקן – 4 נקודות.
סעיף א': סעיף א': 2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע משמע, 60 נקודות.
סעיף ב': 16% הם סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע, הציון הוא 84, ולכן דניאל התקבל לקורס.
סעיף ג': ציון נמוך מ – 60 הם שתי סטיות תקן שמאלה מהממוצע, משמע 2%. מספר המועמדים היה 250.
סעיף ד': ציון נמוך מ – 60 משמע 2% מהנבחנים, ציון גבוה מ – 92 משמע, 2% מהנבחנים, ולכן מספר הנבחנים שווה.

תרגיל 40 עמוד 31

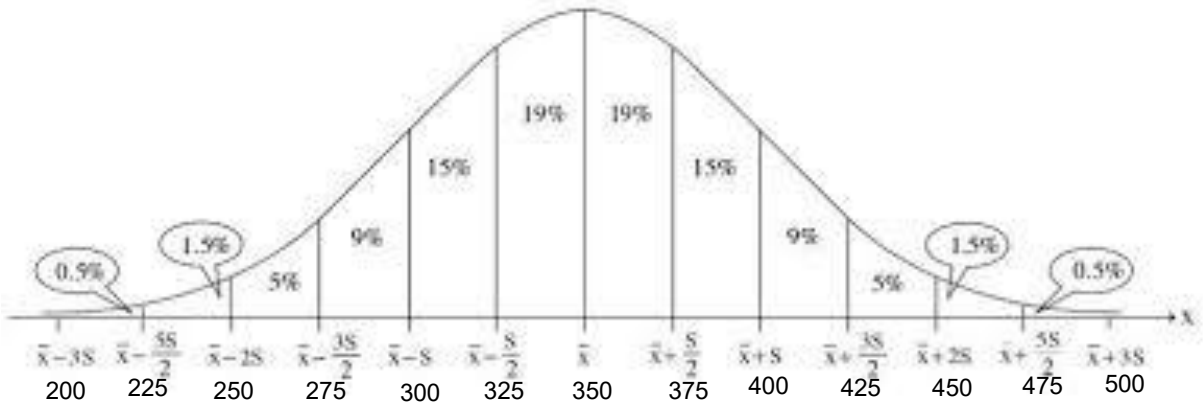
הממוצע 3 ק"ג, מחצית סטיית תקן – 0.1 ק"ג.
סעיף א': 69% מהמארזים נמוכים ממנו משמע, חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע משמע, 3.1 ק"ג.
סעיף ב': 2.7 ק"ג אינו נחשב ל"משקל חסר" משום שהוא נמצא בטווח הגדול מ – 7% (2.6 ק"ג) בחלק השמאלי של ההתפלגות הנורמלית.
סעיף ג': משקל הגבוה מ – 3.3 ק"ג משמע, 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע – 7%, ולכן 3,000 מארזים נארזו באותו יום.

תרגיל 41 עמוד 32

הממוצע 130 מ"מ, חצי סטיית תקן – 5 מ"מ.
סעיף א': 120 מ"מ (או פחות) זוהי מידת לחץ הדם הסיסטולי שנמדדה אצל 16% מהנבדקים.
סעיף ב': לחץ דם של 150 מ"מ או יותר נמדדו אצל 2% מהנבדקים, ולכן גפן נשלחה לבדיקה נוספת.
סעיף ג': 84% מהנבדקים הם 1260, ולכן נבדקו 1,500 אנשים.

תרגיל 42 עמוד 32

בדיון בכיתה נסרטט את גרף ההתפלגות הנורמלית על הלוח ונבקש מתלמיד/ה להשלים את הערכים שעל ציר ה – x. נשלים גם את האחוזים של גרף ההתפלגות.
הממוצע הוא 350 קוט"ש, סטיית התקן היא 50 קוט"ש, חצי סטיית תקן 25 קוט"ש.
סעיף א': 375 קוט"ש זוהי הצריכה ש - 69% מהמשפחות היו נמוכות ממנה.
סעיף ב': הסתברות של 0.67 משמע, 67%. צריכה של 325 קוט"ש משמע חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע. נחבר את האחוזים על-פי השטחים עד שנגיע ל – 67%, משמע 450 קוט"ש.
בכיתות מתקשות נראה על גבי גרף ההתפלגות:



סעיף ג': צריכה נמוכה מ – 400 משמע, 84%, שהן 462 משפחות.
סעיף ד': 86% מהמשפחות צורכות בין 275 קוט"ש לבין 425 קוט"ש, משמע 473 משפחות.

תרגיל 43 עמוד 32

הממוצע 5 ק"ג, מחצית סטיית תקן – 0.3 ק"ג.
סעיף א': 4.1 ק"ג זהו המשקל ש – 7% מהתינוקות משקלם נמוך ממנו.
סעיף ב': המשקל שרק 2% מהתינוקות משקלם גבוה ממנו הוא 6.2 ק"ג.

סעיף ג': התינוק ששוקל 4.2 ק"ג לא יופנה למעקב גדילה, לעומת זאת התאומה שלו כן.
סעיף ד': אם 9 תינוקות הם 2%, אזי 450 תינוקות נבדקו בחודש זה.

שימוש בסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית

בפרק זה נשתמש בתכונת הסימטריה של גרף ההתפלגות הנורמלית על מנת למצוא אחוז מסוים של אוכלוסייה שנבדקת.
מספר השעות המוקדש ליחידה זו: 2 שעות

דוגמה פתורה עמודים 33, 34
חישובי הסתברות ואחוזים תוך שימוש במושגים שנלמדו.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 44 עמוד 34
ממוצע הציונים הוא 72, ניתן לרשום מתחת לקו האמצעי של העקומה הנורמלית.
הפער בין הציון 58 לממוצע הוא 14 נקודות.
לעקומת ההתפלגות הנורמלית תכונת סימטריה, ולכן המרחק מהממוצע אל הישר שמימינו הוא של 14 נקודות, משמע נוכל לרשום בריבוע את הציון 86.

תרגיל 45 עמוד 34
השכיח הוא 7, ולכן גם הממוצע הוא 7. המרחק מהממוצע עד הדירוג 8 הוא של יחידה אחת, משמע הישר שמשמאל לממוצע מקבל את הערך 6 (תכונת הסימטריה).
הדירוג הגבוה ביותר מבין הדירוגים הנמוכים הוא 6.

תרגיל 46 עמוד 35
הממוצע של "חיי מקרר" הוא 9 שנים, המרחק בין הממוצע למקרר שאורך חייו הוא 10% מכלל המקררים הוא 1.5 שנים, לפיכך נוכל לסמן ישר מימין לממוצע שיקבל ערך של 10.5 שנים, שרק 10% מהמקררים שאורך חייהם גדול ממנו.
סעיף א': אורך החיים של מקרר שרק 10% מהמקררים "חיים" יותר ממנו הוא 10.5 שנים.
סעיף ב': בין הממוצע ל – 10% המקררים שאורך חייהם הוא הגדול ביותר יש 40% מהמקררים.

תרגיל 47 עמוד 35
הקוטר השכיח הוא 8 ס"מ והוא שווה לממוצע.
שליש מהאפרסקים שקוטרם גדול מ – 8.8 ס"מ מרוחקים מרחק של 0.8 ס"מ מהממוצע.
סעיף א': לאור ההסבר, 7.2 ס"מ הוא קוטר האפרסק הגדול ביותר בין שליש האפרסקים שקוטרם הוא הקטן ביותר.
סעיף ב': ההסתברות היא $\frac{1}{6}$. הסבר בין שליש האפרסקים בעלי הקוטר הגדול ביותר, לבין שליש האפרסקים בעלי הקוטר הקן ביותר יש שליש מהאפרסקים. מחציתם מימין לממוצע (גדולים מהממוצע), ומחציתם משמאל לממוצע (קטנים מהממוצע).

תרגיל 48 עמוד 36
המחיר הממוצע לדירה הוא 1.2 מיליון שקלים, חמישית מהדירות מחירן גבוה מ – 1.6 מיליון שקלים, משמע פער של 0.4 מיליון שקלים.
סעיף א': "נלך שמאלה 0.4, נגיע לערך 0.8 מיליון שקלים, שהוא המחיר הגבוה של הדירות שחמישית מהן מחירן הוא הנמוך ביותר.
סעיף ב': ניתן להשתמש בהסבר של סעיף ב' בשאלה הקודמת.
הסבר אחר: נחלק את העקומה לעשיריות. $\frac{5}{10}$ נמצאות מימין לממוצע, מהן $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ נמצאות מימין למחיר של 1.6 מיליון שקלים, ולכן $\frac{3}{10} = 0.3$ מהדירות נמצאות בין טווח המחירים המבוקש.
סעיף ג': בין מחיר של 0.8 מיליון שקלים, לבין המחיר של 1.6 מיליון שקלים נמצאים $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 60\%$.

תרגיל 49 עמוד 36
הצריכה החציונית היא 800 קוט"ש השווה לממוצע. רבע מהמכשירים צורכים יותר מ- 1,100 קוט"ש (ההפרש

300 קוט"ש), לפיכך רבע מהמכשירים צורכים פחות מ – 500 קוט"ש.
סעיף א': הצריכה הגבוהה ביותר בין המכשירים החסכוניים ביותר היא 500 קוט"ש.
סעיף ב': בין 500 ל – 800 קוט"ש יש רבע מהמכשירים, משמע 0.25.
סעיף ג': צריכה נמוכה מ – 500 קוט"ש יש לרבע מהמכשירים, למחצית מהמכשירים יש צריכה של יותר מ – 800 קוט"ש, משמע ההסתברות היא 0.75.

תרגיל 50 עמוד 36
החציון הוא 200 שקלים ושווה לממוצע.
$\frac{1}{5}$ מזוגות הנעליים מחירם גבוה מ – 260 שקלים (מרחק של 60 שקלים מהממוצע).
סעיף א': $\frac{1}{5}$ מזוגות הנעליים מחירם נמוך מ – 140 שקלים, ולכן המחיר הגבוה ביותר יהיה 140 שקלים, מבין כל זוגות הנעליים שמחירם הוא הנמוך ביותר.
סעיף ב': $\frac{4}{5}$ מזוגות הנעליים מחירם גבוה מ – 140 שקלים, משמע 80%.
סעיף ג': כמו ההסבר בסעיף ב' תרגיל 48. $\frac{3}{10}$ הוא החלק של זוגות הנעליים שמחירם בין 140 שקלים למחיר הממוצע משמע ההסתברות היא 0.3.
סעיף ד': מספר זוגות הנעליים לפי סעיף ג' הוא 252 זוגות נעליים.

תרגיל 51 עמוד 36
המחיר הממוצע לשיעור נהיגה הוא היא 170 שקלים רבע ממחיר שיעורי הנהיגה גבוה מ- 200 שקלים (ההפרש 30 שקלים), לפיכך מחיר רבע ממחיר שיעור נהיגה קטן מ – 140 שקלים.
סעיף א': 0.25 (רבע ממיר שיעור נהיגה) נמצאים בין הממוצע ל – 200 שקלים לשיעור בודד.
סעיף ב': אחוז שיעורי הנהיגה שמחירם נמוך מ – 140 שקלים הוא 25% (רבע מהשיעורים).
סעיף ג': בין 140 שקלים לבין 200 שקלים יש 50% משיעורי הנהיגה (רבע מימין לממוצע ורבע משמאל לממוצע).

תרגיל 52 עמוד 37
הממוצע הוא 42 ספרות. 20% מתוכם זכרו פחות מ – 36 ספרות (6 ספרות פחות מהממוצע), לפיכך 30% מהתלמידים זכרו בין 36 ל – 42 ספרות.
סעיף א': לתחרות ניגשו 120 תלמידים, משמע 36 תלמידים זכרו בין 36 ל – 42 ספרות.
סעיף ב': 20% מהתלמידים זכרו יותר מ – 48 ספרות (6 ספרות מימין לממוצע), לפיכך מספר הספרות הנמוך ביותר מבין התלמידים שניגשו לתחרות הארצית הוא 48 ספרות.

תרגיל 53 עמוד 37
ממוצע 130 ס"מ, 15% קוטרם קטן מ – 118 ס"מ (מרחק של 12 ס"מ מהממוצע), 35% מהשולחנות קוטרם בין 118 ל – 130 ס"מ.
סעיף א': נחשב: 420 שולחנות קוטרם קטן מהממוצע אך גדול מ – 118 ס"מ.
סעיף ב': 15% מהשולחנות בעלות קוטר גדול מהממוצע במרחק של 12 ס"מ מהממוצע, ולכן קוטר השולחן הקטן ביותר מתוכם הוא 142 ס"מ.
סעיף ג': 15% מהשולחנות קוטרם קטן מ - 118 ס"מ, ו – 15% מהשולחנות קוטרם גדול מ - 142 ס"מ, ולכן התשובה היא 30%.

תרגיל 54 עמוד 37
השכיח שווה לממוצע – 40 שעות שבועיות.
30% מהעובדים, עובדים פחות מ – 36 שעות שבועיות, ולכן 30% מהעובדים, עובדים יותר מ – 44 שעות שבועיות.
סעיף א': מספר השעות השבועיות הקטן ביותר הוא 44 שעות (ראו הסבר לעיל).
סעיף ב': בין 36 ל – 44 שעות שבועיות עובדים 40% מהעובדים (מחסרים מ – 100% את שני הקצוות של 30%), 0.4.
סעיף ג': 40% מהעובדים בין 36 ל – 44 שעות שבועיות, לפיכך במפעל 810 עובדים.

תרגיל 55 עמוד 38
ממוצע הגילים הוא 45 שנים. 60% מהתושבים גילם בין 18 ל – 72 שנים.

בין גיל 18 לגיל 45 יש פער של 27 שנים, פער גילים זהה בין גיל 45 לגיל 72.
המסקנה: 30% מהאנשים גילם בין 18 ל – 45, ו – 30% מהאנשים גילם בין 45 ל – 72 שנים.
סעיף א': ראו הסבר לעיל.
סעיף ב': מתחת לגיל 18 יש 20% מהתושבים (20% = 30% - 50%).
סעיף ג': 20% שהם 240 תושבים, גילם גבוה מ – 72 שנים משמע ביישוב 1,200 תושבים.
סעיף ד': בין גיל 18 לגיל השכיח יש 30% מהתושבים, משמע 0.3.

תרגיל 56 עמוד 38
המחיר ממוצע לדירת 4 חדרים הוא 2 מיליון שקלים, ההסתברות שמחיר דירת 4 חדרים יהיה גדול מ – 1.72 מיליון ל – 2 מיליון שקלים הוא 0.32 משמע 32% (פער של 0.28 מיליון שקלים).
מסקנה, 32% מהדירות מחירן יהיה בין 2 מיליון ל – 2.28 מיליון שקלים.
סעיף א': 82% מהדירות מחירן נמוך מ – 2.28 מיליון שקלים, ההסתברות 0.82.
סעיף ב': 15% מהדירות מחירן גבוה מ – 2.28 מיליון שקלים, 18% מהדירות מחירן נמוך מ – 1.72 מיליון שקלים, ביחד 36%, ההסתברות 0.36.
סעיף ג': 10% מהדירות מחירן גבוה מ – 2.5 מיליון שקלים (פער של 0.5 מיליון מהממוצע), משמע 10% מהדירות מחירן נמוך מ – 1.5 מיליון שקלים, וזהו המחיר הגבוה לדירות מסוג זה.

מציאת ממוצע ו/או סטיית תקן בהתפלגות נורמלית

בפרק זה נתמקד במציאת הממוצע ו/או סטיית התקן כאשר נתונים הסתברות ותכונה משותפת.
בפרק זה ייעשה שימוש בפתרון משוואות ממעלה ראשונה, או בפתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד כיצד למצוא את הממוצע.
√ התלמיד ילמד כיצד למצוא את סטיית התקן.
√ התלמיד ילמד כיצד למצוא את הממוצע ואת סטיית התקן.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **6 שעות.**

א. <u>מציאת הממוצע</u>

בסעיף זה נתמקד במציאת הממוצע כאשר נתונים סטטית התקן ואחוז מסוים של אוכלוסייה עם תכונה משותפת.

דוגמה פתורה עמודים 39 - 41
נלמד כיצד למצוא את הממוצע כאשר נתונים: סטיית התקן, אחוז אוכלוסייה ותכונה משותפת (המרחק מבית הספר).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
שימו לב! בסעיף ב' אנו מראים שתי דרכים לחישוב.

תרגיל 57 עמוד 41
סטיית התקן היא 50 שקלים, 16% מהאוכלוסייה שנבדקה תרמו פחות מ – 140 שקלים.
על-פי גרף ההתפלגות הנורמלית 16% רחוקים סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע, ולכן הממוצע הוא 190 שקלים.

תרגיל 58 עמוד 41
סטיית התקן היא 4 דקות, מחצית סטיית התקן היא 2 דקות.
31% מהאוכלוסייה שנבדקה ממתינים יותר מ – 10 דקות. על-פי גרף ההתפלגות הנורמלית 31% הם חצי סטיית תקן מימין לממוצע, משמע הממוצע הוא 8 דקות.

תרגיל 59 עמוד 41
סטיית התקן היא 20 דקות, חצי סטיית תקן – 10 דקות.
69% מזמני התיקון קצרים מ – 70 דקות. על-פי גרף ההתפלגות הנורמלית 69% הם חצי סטיית תקן מימין

לממוצע, משמע הממוצע הוא 60 דקות.
סעיף ב': קצר מ – 80 דקות, משמע 84%, ההסתברות היא 0.84.

תרגיל 60 עמוד 42
סטיית התקן היא 4 שאלות, חצי סטיית תקן – 2 שאלות.
93% משמע 1.5 סטיות תקן משמאל לממוצע, מספקים מעל 10 שאלות. הממוצע: 16 שאלות (16 = 4 + 2 + 10).
סעיף ב': (1) פחות מ – 20 שאלות, משמע סטיית תקן אחת מימין לממוצע: 84%, 0.84.
(2) פחות מ – 8 שאלות – 2%, יותר מ – 22 שאלות – 7%, ביחד 9%, 0.09.

תרגיל 61 עמוד 42
סטיית התקן שעתיים, חצי סטיית תקן – שעה אחת.
7% לומדים מעל 38 שעות שבועיות משמע 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע, ולכן הממוצע הוא 35 שעות.
סעיף ב': מעל 39 שעות שבועיות, משמע 2% מהאוכלוסייה שהם 24 תלמידים.

תרגיל 62 עמוד 42
סטיית התקן 6 שקלים, מחצית סטיית תקן – 3 שקלים.
93% מהספרים נמכרו במחיר נמוך מ – 60 שקלים. 93% הם 1.5 סטיות תקן מימין לממוצע, ולכן הממוצע הוא 51 שקלים.
סעיף ב': בין 45 שקלים לבין הממוצע שהוא 51 שקלים יש סטיית תקן אחת משמאל לממוצע, משמע 34%.
בין 54 שקלים לבין הממוצע יש חצי סטיית תקן מימין לממוצע, משמע 19%, ביחד 53%, 0.53.
סעיף ג': 53% הם 1,378 ספרים, משמע נמכרו 2,600 ספרים.

תרגיל 63 עמוד 42
סטיית התקן היא 5 נקודות, מחצית סטיית תקן – 2.5 נקודות.
סעיף א': 84% נמוכים מהציון 83, שהם סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע, משמע הממוצע הוא 78.
סעיף ב': נמוך מ – 73 משמע, סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע – 16%, 0.16.
סעיף ג': 34% קיבלו ציון גבוה מ – 73, ונמוך מהממוצע, 34% קיבלו ציון נמוך מ – 83 אך גבוה מהממוצע ביחד 68% שהם 54,400 תלמידים.
סעיף ד': 2% מהתלמידים, משמע מרחק של שתי סטיות תקן מהממוצע ימינה, הציון הוא 88.

תרגיל 64 עמוד 43
סטיית התקן 6 שקלים, מחצית סטיית תקן – 3 שקלים.
סעיף א': 69% משמע חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע מחירם גבוה מ – 64 שקלים, משמע הממוצע הוא 67 שקלים.
סעיף ב': בין 55 שקלים (שתי סטיות תקן שמאלה מהממוצע) לבין 70 שקלים (חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) יש 67% מהאוכלוסייה, משמע 0.67.
סעיף ג': 268 הם 67%, משמע 400 צעצועים.
סעיף ד': 2% מהצעצועים (שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע) מחירם 79 שקלים. דנה לא תקנה צעצוע שמחירו 85 שקלים.

תרגיל 65 עמוד 43
סטיית התקן 30 שקלים, מחצית סטיית תקן – 15 שקלים.
סעיף א': 98% משלמים פחות מ – 180 שקלים לחודש. 98% הם המרחק 2 סטיות תקן ימינה מהממצע, ולכן הממוצע הוא 120 שקלים.
סעיף ב': נמוך מ – 135 שקלים, משמע מרחק של 0.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע – 69%, 0.69.
סעיף ג': מעל 135 שקלים משלמים 31% מהאוכלוסייה משמע, 77,500 לקוחות.
סעיף ד': בין 60 שקלים (סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע) לבין 135 שקלים (0.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע) יש 67% מהאוכלוסייה משמע, 167,500 לקוחות.

תרגיל 66 עמוד 43
סטיית התקן 10 ק"ג, מחצית סטיית תקן – 5 ק"ג.
סעיף א': 31% (חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) מניבים יותר מ – 90 ק"ג פרי, הממוצע 85 ק"ג.
סעיף ב': התשובה הנכונה היא (1) 31% מול 16% (חצי סטיית תקן מול סטיית תקן אחת).

סעיף ג': בין 70 ק"ג (1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע)לבין 105 ק"ג (2 סטיות תקן ימינה מהממוצע) יש 91% מהעצים.
סעיף ד': פחות מ – 65 ק"ג משמע, 2% מהעצים שהם 160 עצים.

ב. מציאת סטיית התקן

בסעיף זה נמצא את סטיית התקן כאשר נתונים אחוזי אוכלוסייה וממוצע של האוכלוסייה הנבדקת.

דוגמה פתורה עמודים 44, 45
בדוגמה זו אנו מלמדים כיצד למצוא את סטיית התקן בהינתן הממוצע, אחוזי אוכלוסייה ומדד נוסף.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 67 עמוד 45
הממוצע – 2 ק"ג.
7% מהמחשבים (משמע 1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע) משקלם נמוך מ – 1.4 ק"ג. הפער 0.6 ק"ג.
מכאן שסטיית התקן היא 0.4 ק"ג (0.4 = 1.5 : 0.6).

תרגיל 68 עמוד 45
השכיח שווה לממוצע - 5 לילות, 2% משמע שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע שוהים 9 לילות, הפער 4 לילות, משמע סטיית התקן היא 2 לילות.

תרגיל 69 עמוד 45
החציון שווה לממוצע – 1.8 ליטרים.
69% (משמע חצי סטיית תקן מהממוצע) נפחם קטן מ – 2 ליטרים, משמע חצי סטיית תקן היא 0.2 ליטר וסטיית תקן שלמה היא 0.4 ליטרים.
סעיף ב': מעל 2 ליטר, משמע סטיית תקן אחת ימינה מהמוצע – 31%.
דרך נוספת: אם 69% מהקומקומים נפחם קטן מ – 2 ליטר אזי 31% מהקומקומים נפחם גדול מ – 2 ליטרים.

תרגיל 70 עמוד 46
הממוצע 250 שקלים.93% מהחוגים (1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע) מחירם גבוה מ – 190 שקלים, הפער 60 שקלים. מכאן שסטיית התקן היא 40 שקלים.
סעיף ב': (1) מחיר נמוך מ – 190 שקלים משמע 7%, 0.07.
(2) בין 190 שקלים לבין הממוצע שהוא 250 שקלים יש 43% מחוגים, 0.43.

תרגיל 71 עמוד 46
הממוצע 30 דקות.
סעיף א': 31% (חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע) משקיעים פחות מ – 26 דקות ביום לפעילות גופנית, משמע סטיית התקן היא 8 דקות.
סעיף ב': יותר מ – 34 דקות (משמע חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) משקיעים 31% מהאוכלוסייה.
סעיף ג': שני המדדים מרוחקים מרחק שווה מהממוצע (חצי סטיית תקן) או מרחק שווה מהקצוות.

תרגיל 72 עמוד 46
הממוצע 60 גרם.
סעיף א': 16% (משמע סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע) מהביצים שוקלות יותר מ – 65 גרם, משמע סטיית התקן היא 5 גרם.
סעיף ב': פחות מ – 55 גרם משמע שתי סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע – 16%, 0.16.
סעיף ג': שני המשקלים מרוחקים מרחק שווה מהממוצע (או מרחק שווה מהקצוות).

תרגיל 73 עמוד 46
הממוצע 3,500 גרם.
סעיף א': 0.5% (משמע 2.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע) שוקלים פחות מ – 2,000 גרם הפער 1,500 גרם וסטיית התקן היא 600 גרם (600 = 2.5 : 1500).
סעיף ב': גבוה מ – 2,900 גרם ונמוך מהממוצע 34% מהתינוקות (סטיית תקן אחת שמאלה), נמוך מ – 3,500 גרם וגבוה מהממוצע 19% (חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) ביחד 53% שהם 265 תינוקות.
סעיף ג': 2% מהתינוקות משמע 2 סטיות תקן ימינה מהממוצע צריכים להיות במעקב, המשקל 4,700 גרם.

תרגיל 74 עמוד 47
הממוצע 76 שקלים.
סעיף א': 31% (חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) מהזרים נמכרו במחיר גבוה מ – 80 שקלים, הפער 4 שקלים. משמע סטיית התקן היא 8 שקלים.
סעיף ב': גבוה מ – 60 שקלים, משמע 2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע – 98%, 0.98.
סעיף ג': (1) גבוה מ – 64 שקלים (1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע) – 43%, נמוך מ – 80 שקלים (חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע) – 19% ביחד 62%.
(2) 62% מ – 300 משמע 186 שקלים.
סעיף ד': 7% מהזרים משמע 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע, משמע 88 שקלים. המסקנה הזר של גיל ייארז באריזה מפוארת.

תרגיל 75 עמוד 47
הממוצע 1.5 מטרים.
סעיף א': 98% מהבנים (שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע) קופצים מתחת ל – 1.7 מטרים, הפער 0.2 מטרים משמע סטיית התקן היא 0.1 מטרים.
סעיף ב': גובה של 1.45 מ' משמע חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע יקפצו 31% מהבנים.
סעיף ג': בין 1.45 מטרים (19%) לבין 1.7 מטרים (48%) נמצאים 67% מהבנים.
סעיף ד': מתחת ל 1.4 מ' משמע 16% שהם 32 בנים.
סעיף ה': 2% משמע שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע מזכה בציון בונוס, הגובה הוא 1.7 מ'.

תרגיל 76 עמוד 47
הממוצע 600 שקלים.
סעיף א': 84% משמע סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע מחירם גבוה מ – 450 שקלים, משמע סטיית התקן היא 150 שקלים.
סעיף ב': בין 375 שקלים לבין הממוצע (1.5 סטיות תקן) יש 43%, בין 825 שקלים לבין הממוצע (1.5 סטיות תקן) יש 43%, ביחד 86%.
סעיף ג': המשלים של סעיף ב' – 14%.
בכיתות מתקשות ניתן לפצל את החישוב (7% + 7%).
סעיף ד': (1) 7% הם 14 זוגות משקפיים, מכאן שבחנות יש 200 זוגות משקפיים.
(2) 7% 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע, מכאן שהמחיר הנמוך ביותר הוא 825 שקלים.

תרגיל 77 עמוד 48
השכיח שווה לממוצע – 130 כלי רכב.
סעיף א': ב- 99.5% (2.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע) ימים חונים מתחת ל – 150 כלי רכב, הפער 20 כלי רכב, מכאן שסטיית התקן היא 8 כלי רכב (8 = 2.5 : 20).
סעיף ב': בדיון נדגיש כי 77% הרשומים בגרף אינם סימטריים ביחס לממוצע.
נסמן על הגרף ישר המייצג את הממוצע, וכך נוכל לראות את מספר סטיות התקן עד לערך 122.
בין 122 לבין הממוצע יש 34% מכלי הרכב, מכאן שבין הממוצע לישר הבא יש 43.....5 מכלי הרכב שהם 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע. המספר החסר הוא 142.

תרגיל 78 עמוד 48
הממוצע 100 שקלים.
סעיף א': 93% מהמשפחות (1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע) צורכות יותר מ – 76 שקלים לחודש, הפער 24 שקלים, משמע סטיית התקן היא 16 שקלים.
סעיף ב': בין 116 שקלים (סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע) לבין הממוצע יש 34% מהמשפחות, משמע בין הממוצע לבין הישר השמאלי יש 48% מהמשפחות)2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע), המספר החסר הוא 68 שקלים.

ג. <u>מציאת הממוצע וסטיית התקן</u>

בסעיף זה נשלב את מציאת הממוצע ואת סטיית התקן.

דוגמה פתורה עמודים 48 - 50
נתונים שני מדדים של אורך חיים של סוללה, ואת אחוז הסוללות מעל או מתחת לנתונים. מציאת הממוצע וסטיית התקן.
בכיתות מתקשות נראה גרף של התפלגות נורמלית עם כל האחוזים (כולל חצאי סטיות תקן) כדי להקל על הבנת הנתונים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 79 עמודים 50, 51
א. מצד ימין של הנתון 8 ימים יש 31% מכלל הזרים, משמע 10 ימים מרוחק חצי סטיית תקן מהממוצע (19%). אותו נתון יש לגבי זרים שאורך חייהם 6 ימים (חצי סטיית תקן). הפער הוא 4 ימים, משמע הממוצע הוא 8 ימים וסטיית התקן היא 4 ימים.

ב. מצד ימין של הנתון 26 שקלים יש 16% מכלל המחירים, משמע 26 שקלים מרוחק סטיית תקן אחת מהממוצע (43%). אותו נתון יש לגבי מחירי מנת פלפל (סטיית תקן אחת). הפער הוא 8 שקלים, משמע הממוצע הוא 22 שקלים וסטיית התקן היא 4 שקלים.

ג. מצד ימין של הנתון 9 מטרים יש 7% מכלל העצים, משמע 9 מטרים מרוחק 1.5 סטיית תקן מהממוצע (19%). אותו נתון יש לגבי עצים שגובהם 3 מטרים (1.5 סטיות תקן). הפער הוא 6 מטרים, משמע הממוצע הוא 6 מטרים וסטיית התקן היא 2 מטרים.

תרגיל 80 עמוד 51
סעיף א': מצד ימין של הנתון 35 שקלים יש 16% מכלל המחירים, משמע 35 שקלים מרוחק סטיית תקן אחת מהממוצע (43%). אותו נתון יש לגבי מחירי מחיר כניסה של 25 שקלים (סטיית תקן אחת) הפער הוא 10 שקלים, משמע הממוצע הוא 30 שקלים וסטיית התקן היא 5 שקלים.
סעיף ב': 7% גובות פחות ממנו משמע 1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע – 22.5 שקלים.

תרגיל 81 עמוד 51
מצד ימין של הנתון 11 ימי מחלה יש 7% מכלל העצים, משמע 1 ימי מ חלה מרוחקים 1.5 סטיית תקן מהממוצע (19%). אותו נתון יש לגבי היעדרות של 5 ימי מחלה (1.5 סטיות תקן). הפער הוא 6 ימים, משמע הממוצע הוא 8 ימי מחלה וסטיית התקן היא יומיים (2 ימי מחלה).
סעיף ב': 2% מהעובדים משמע 2 סטיות תקן ימינה מהממוצע, 4 ימי מחלה.
סעיף ג': 31% מהעובדים ניצלו פחות מ – 7 ימי מחלה.

תרגיל 82 עמוד 52
2% מהמסלולים, משמע 2 סטיות תקן ימינה מהממוצע ושתי סטיות תקן שמאלה מהממוצע.
סעיף א' הפער הוא 2 ק"מ, ולכן הממוצע הוא 3.5 ק"מ.
סעיף ב': סטיית התקן היא 0.5 ק"מ (0.5 = 4 : 2).
סעיף ג': 7% מהמסלולים משמע 1.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע, משמע 2.75 ק"מ (חצי סטיית תקן – 0.25 ק"מ).
סעיף ד': בין 3 ק"מ לבין 4 ק"מ יש 68%, משמע 0.68.

תרגיל 83 עמוד 52
31% מכלי הרכב, משמע חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע וחצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע.
סעיף א': הממוצע 15 ק"מ לליטר.
סעיף ב': סטיית התקן היא 2 ק"מ לליטר דלק.
סעיף ג': 2% משמע 2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע, משמע 11 ק"מ לליטר.
סעיף ד': לא. 11.5 ליטרים לא נמצאים בטווח הנדרש של מתחת 11 ק"מ לליטר.

תרגיל 84 עמוד 53
69% מהמשלוחים משמע חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע, וחצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע.
סעיף א': (1) הממוצע 37 שקלים למשלוח. (2) סטיית התקן 4 שקלים.

סעיף ב': (1) 93% משמע 1.5 סטיות תקן משמאל לממוצע, המספר החסר הוא 31 שקלים.
(2) מחיר 7% מהמשלוחים נמוך מ – 31 שקלים, או 93% מהמשלוחים מחירים יותר מ – 31 שקלים.

תרגיל 85 עמוד 53

סעיף א': 2% מהמקרים הספק הייצור גבוה מ – 620 חלקים (2 סטיות תקן מימין לממוצע), ו – 2% מהמקרים הספק הייצור נמוך מ - 380 חלקים (שתי סטיות תקן משמאל לממוצע), הפער 240 חלקים.
הממוצע : 500 חלקים ($\frac{620+380}{2} = 500$), סטיית התקן 60 חלקים (240 : 4 = 60).
סעיף ב': 560 חלקים מרוחקים סטיית תקן אחת מהממוצע (34%), ולכן בין הישר השמאלי לממוצע יש 43% מהחלקים (1.5 סטיות תקן מהממוצע), המספר החסר הוא 410 חלקים.

תרגיל 86 עמוד 53

סעיף א': 93% מחירי השוקולד נמוכים מ – 24 שקלים, משמע 7% גבוהים מ – 24 שקלים (1.5 סטיות תקן מימין לממוצע), ו – 93% מהמקרים המחיר גבוה מ - 12 שקלים, משמע 7% מחירם נמוך מ – 12 שקלים (1.5 סטיות תקן משמאל לממוצע), הפער 12 שקלים
הממוצע : 18 שקלים ($\frac{24+12}{2} = 18$), סטיית התקן 4 שקלים (12 : 3 = 4).
סעיף ב': בין המספר 14 לממוצע 18 יש סטיית תקן אחת – 34%, משמע בין הממוצע לישר השמאלי יש 48% מהמוצרים, משמע 2 סטיות תקן מימין לממוצע, המספר החסר הוא 26 שקלים.
סעיף ג': בין 10 שקלים לממוצע יש 48% מהמוצרים (2 סטיות תקן), בין 20 שקלים לממוצע יש 19% מהמוצרים (חצי סטיית תקן), ביחד 67%.

תרגיל 87 עמוד 54

לפי הנתונים: 2% מהלקוחות "זוכים" לזמן טיפול של יותר מ – 20 דקות (2 סטיות תקן ימינה מהממוצע), 2% מהלקוחות "זוכים" לזמן טיפול של פחות מ – 4 דקות (2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע).
סעיף א': הממוצע : 12 דקות ($\frac{20+4}{2} = 12$), סטיית התקן 4 דקות (16 : 4 = 4).
סעיף ב': 31% משמע חצי סטיית תקן ימינה, יותר מ - 14 דקות.
סעיף ג': 68% משמע סטיית תקן אחת ימינה, וסטיית תקן אחת שמאלה, 68% מהלקוחות מטופלים בין 8 דקות לבין 16 דקות.

תרגיל 88 עמוד 54

סעיף א': 84% משתכרים פחות מ – 80 שקלים לשעה (סטיית תקן אחת ימינה), 98% (2 סטיות תקן ימינה) משתכרים פחות מ – 90 שקלים לשעה, מכאן שסטיית התקן היא 10 שקלים לשעה, והממוצע 70 שקלים לשעה.
סעיף ב': 50% מהעובדים מרוויחים יותר מ – 70 שקלים לשעה.
סעיף ג': בין 55 שקלים (1.5 סטיות תקן מהממוצע 43%) לבין 75 שקלים (חצי סטיית תקן 19%) יש 62% מהעובדים, 0.62.

תרגיל 89 עמוד 55

סעיף א': 98% מהנורות פועלות יותר מ – 30,000 שעות (2 סטיות תקן מהממוצע שמאלה), 16% פועלות יותר מ – 45,000 שעות (סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע) בין שני הגדלים יש 3 סטיות תקן והפער 15,000 שעות. מכאן, שסטיית התקן 5,000 שעות, והממוצע 40,000 שעות.
סעיף ב': קטן מ- 32,500 שעות – 7%, גדול מ – 42,500 שעות - 31% ביחד 38%, 570 נורות.
סעיף ג': החלק הצבוע מהווה 96%, משמע 2% נמצאים מימין לחלק הצבוע (2 סטיות תקן) – 50,000 שעות, ו – 2% נמצאים משמאל לחלק הצבוע (2 סטיות תקן) – 30,000 שעות.

ציוני תקן

בפרק זה נתמקד במציאת ציוני תקן, לקביעת מיקום ערך המשתנה באוכלוסייה ביחס לממוצע.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד כיצד למצוא את ציון התקן ומשמעותו.
√ התלמיד ילמד למצוא מדדים חסרים בהינתן חלק מהמדדים.
√ התלמיד ילמד להשוות את המיקום היחסי של ערכי משתנים בשתי אוכלוסיות.
מספר השעות המוקצות לפרק זה: **4 שעות.**

א. מציאת ציון תקן ומשמעותו

בסעיף זה נגדיר את המושג "ציון תקן", ונחשב ציוני תקן בהינתן הממוצע וסטיית התקן.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 56 - 58

הגדרה: ציון תקן של ערך מסוים של משתנה הוא מספר סטיות התקן שהערך מרוחק מהממוצע.
המחשה באמצעות דיאגרמת עמודות.
בהתפלגות שבה הממוצע $\bar{x}$ וסטיית התקן S, ציון התקן z של ערך x של המשתנה מחושב בעזרת הנוסחה:

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

בדוגמה הפתורה אנו מראים כיצד למצוא את ציון התקן המתאים לשטח דירה בהינתן הממוצע וסטיית התקן.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

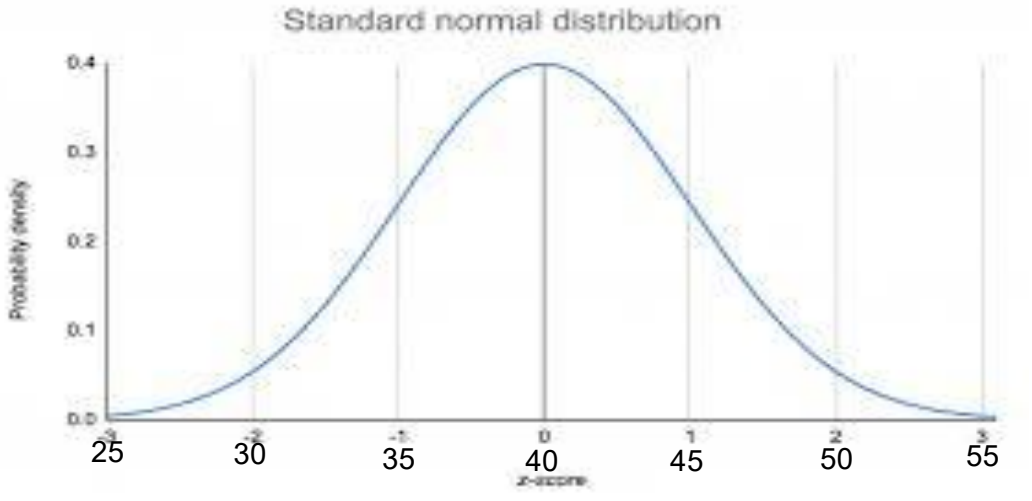
כדאי להקריא בקול את ההערות שבסוף הדוגמה, ולדון עם התלמידים בכיתה על המשמעות של כל הערה.

תרגיל 90 עמוד 58

המחיר הממוצע 150 שקלים, סטיית התקן 20 שקלים. נציב בנוסחה: $z = \frac{190-150}{20} = 2$.
ציון התקן הוא 2, סיר שמחירו 190 שקלים הוא במרחק 2 סטיות תקן ימינה מהממוצע.

תרגיל 91 עמוד 58

הממוצע: 40 ק"ג, סטיית התקן היא 5 ק"ג.
ניתן להציג גרף של התפלגות נורמלית (ללא שימוש בנוסחה, וללא קשר לנתונים):



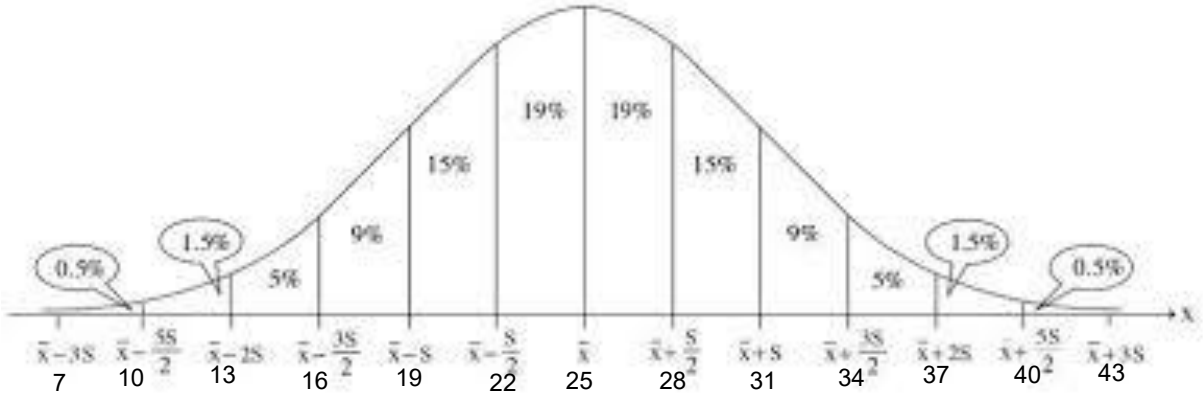
(1) 55 ק"ג משמע ציון תקן 3, 3 סטיות תקן ימינה מהממוצע. (2) 27.5 ק"ג משמע ציון תקן 2.5 -, 2.5 סטיות תקן שמאלה מהממוצע. (3) 40 ק"ג משמע ציון תקן 0 שווה לממוצע.
נחשב בעזרת הנוסחה:

$z = \frac{55-40}{5} = 3$ (1)	$z = \frac{27.5-40}{5} = -2.5$ (2)	$z = \frac{40-40}{5} = 0$ (3)

תרגיל 92 עמוד 58

הממוצע 25 מ', סטיית התקן 6 מ'.

סעיף א': ניתן להשתמש בגרף התפלגות נורמלית:



(1) 25 מ' משמע ציון תקן 0 שווה לממוצע. (2) 34 מ' משמע ציות תקן 1.5, מרחק של 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע. (3) 19 מ' משמע ציון תקן 1 - , סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע.

נחשב בעזרת הנוסחה:

$z=\frac{25-25}{6}=0$ (1)	$z=\frac{34-25}{6}=1.5$ (2)	$z=\frac{19-26}{6}=-1$ (3)

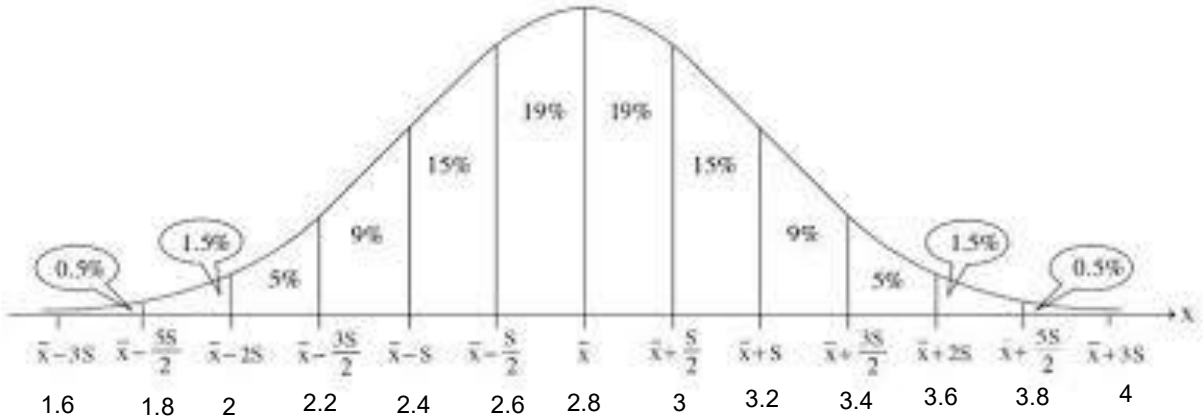
סעיף ב': ציון תקן 0, משמע בדיוק הממוצע, ציון תקן 2, משמע שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע, ציון תקן (1 -), משמע סטיית תקן אחת שמאלה מהממוצע.

סעיף ג': בניין שגובהו 28 מ' (כל גובה מעל 25 מ').

תרגיל 93 עמוד 59

הממוצע הוא 2.8 ילדים למשפחה, סטיית התקן 0.4.

נשתמש בגרף ההתפלגות הנורמלית:



(1) 2 ילדים, משמע ציון התקן 2 - , 2 סטיות תקן שמאלה מהממוצע. (2) 3 ילדים, משמע ציון תקן 0.5, חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע. (3) 4 ילדים, משמע ציון תקן 3, שלוש סטיות תקן ימינה מהממוצע (קצה העקומה). נחשב בעזרת הנוסחה:

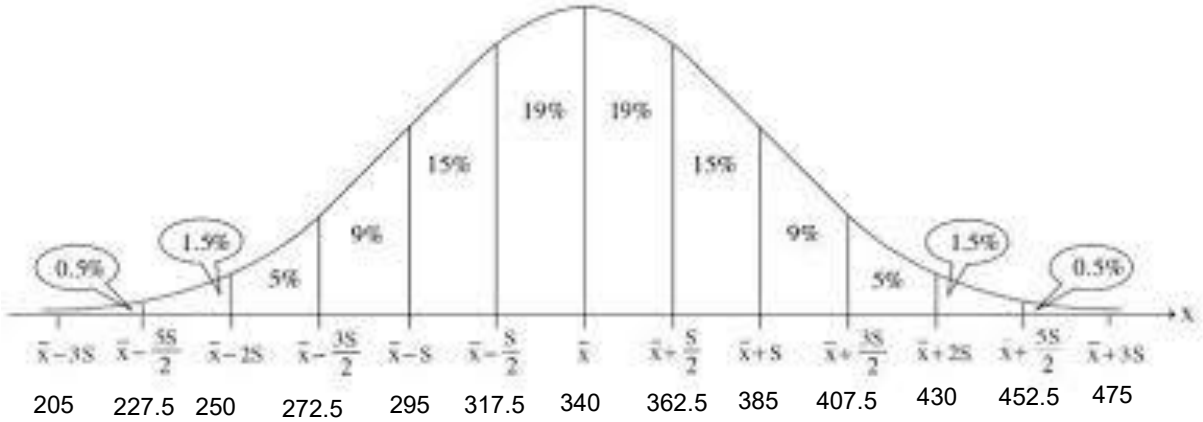
$z=\frac{2-2.8}{0.4}=-2$ (1)	$z=\frac{3-2.8}{0.4}=0.5$ (2)	$z=\frac{4-2.8}{0.4}=3$ (3)

סעיף ג': מספר הילדים למשפחה הוא מספר שלם, ולכן לא ייתכן שלמשפחה יהיו 2.8 ילדים (שווה לממוצע), ולכן לא תהיה משפחה עם ציון תקן 0.

תרגיל 94 עמוד 59

הממוצע 340 שקלים, סטיית התקן 45 שקלים.

נשתמש בגרף ההתפלגות הנורמלית:



(1) 430 שקלים, משמע ציון התקן 2 , 2 סטיות תקן ימינה מהממוצע. (2) 277 שקלים, משמע ציון תקן 1.4 -, שמאלה מהממוצע. (3) 340 שקלים, ציון תקן 0, שווה לממוצע.

נחשב בעזרת הנוסחה:

$z=\frac{430-340}{45}=2$ (1)	$z=\frac{277-340}{45}=-1.4$ (2)	$z=\frac{340-340}{45}=0$ (3)

סעיף ב': כל הכנסה שבין 205 שקלים לבין 340 שקלים, ציון התקן המתאים לה הוא מספר שלילי, למשל 260 שקלים.

סעיף ג': הגדלה של 50 שקלים תגדיל את הממוצע ב – 50 שקלים, אך לא תשנה את סטיית התקן, גם ציון התקן לא ישתנה משום שההפרש במונה של הנוסחה לא ישתנה.

הידעתם עמוד 59

מידע על המדען הבריטי פרנסיס גלטון שהגה את המושג "ציוני תקן" ביחס להתפלגות נורמלית.

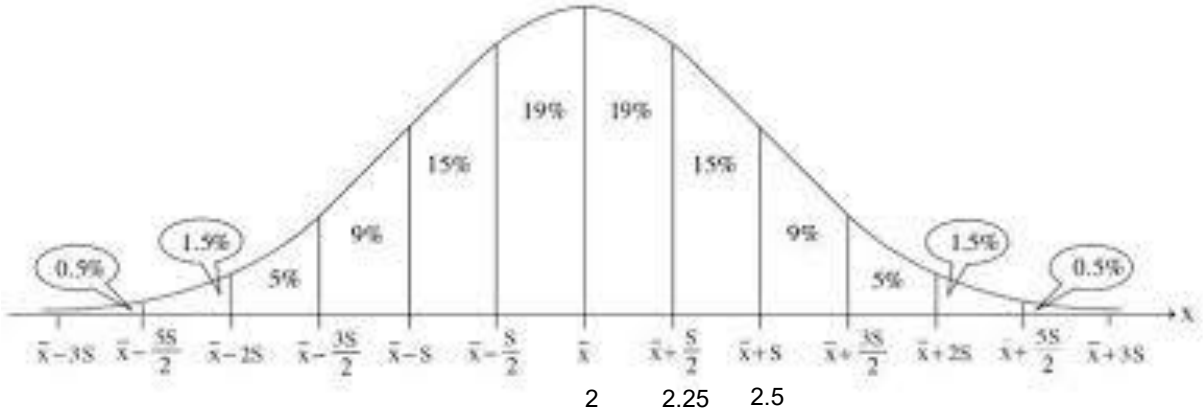
ב. <u>מציאת מדדים חסרים בהינתן חלק מהמדדים</u>

בסעיף זה נמצא מדדים חסרים בהינתן חלק מהמדדים הבאים: ממוצע, סטיית תקן, ערך המשתנה וציון התקן.

דוגמה פתורה עמוד 60

נתון משתנה, ציון התקן של אותו משתנה, וסטיית תקן, עלינו למצוא את הממוצע.

ניתן לפתור את התרגיל באמצעות הנוסחה (כמו בספר), או להשתמש בגרף ההתפלגות הנורמלית:



תרגיל 95 עמוד 60

לשכר של 14,000 שקלים מתאים ציון תקן 2, סטיית התקן היא 1,500 שקלים.

ניתן "לזוז" שתי סטיות תקן שמאלה לכיוון הממוצע, ולקבל 11,000 = $\bar{x}$.
ניתן להשתמש בנוסחה: $\frac{14000-\bar{x}}{1500} = 2$, $\bar{x}$ - 14000 = 3000, 11,000 שקלים = $\bar{x}$.

תרגיל 96 עמוד 60
לזמן הנסיעה של 28 דקות מתאים ציון תקן (3 -), משמע 3 סטיות תקן שמאלה מהממוצע.
סטיית התקן היא 5 דקות.
ניתן "לזוז" 3 סטיות תקן ימינה, ונקבל 43 דקות = $\bar{x}$.
נשתמש בנוסחה: $\frac{28-\bar{x}}{5} = -3$, $\bar{x}$ - 28 = 15 -, 43 = $\bar{x}$.

תרגיל 97 עמוד 60
לזמן של 45 דקות מתאים ציון תקן (1.5 -), סטיית התקן היא 4 דקות.
ניתן "לזוז" 1.5 סטיות תקן ימינה (6 דקות) ולקבל 51 דקות = $\bar{x}$.
נשתמש בנוסחה: $\frac{45-\bar{x}}{4} = -1.5$, $\bar{x}$ - 45 = 6 -, 51 = $\bar{x}$.
סעיף ב': ציון התקן המתאים לזמן ההכנה של 53 דקות הוא 0.5.
ניתן "לזוז" חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע ולקבל 53 דקות, או להשתמש בנוסחה: $z = \frac{53-51}{4} = 0.5$.

תרגיל 98 עמוד 61
למחיר של 210 שקלים מתאים ציון תקן של 0.5, סטיית התקן היא 18 שקלים, ולכן חצי סטיית תקן – 9 שקלים.
סעיף א': "נזוז" שמאלה חצי סטיית תקן ונקבל: 201 שקלים = $\bar{x}$.
נשתמש בנוסחה: $\frac{210-\bar{x}}{18} = 0.5$, $\bar{x}$ - 210 = 9, 201 = $\bar{x}$.
סעיף ב': לציון תקן 0 מתאים מחיר תדלוק של 201 שקלים (שווה לממוצע).
סעיף ג': למחיר של 375 שקלים מתאים ציון תקן: $z = \frac{237-201}{18} = 2$.

תרגיל 99 עמוד 61
לציון 82 מתאים ציון תקן 3, סטיית התקן היא 4, ולכן ניתן "לזוז" 3 סטיות תקן שמאלה, ולקבל 70 = $\bar{x}$.
נשתמש בנוסחה: $\frac{82-\bar{x}}{4} = 3$, $\bar{x}$ - 82 = 12, 70 = $\bar{x}$.
סעיף ב': לציון 62 מתאים ציון תקן (2 -), "זזנו" שתי סטיות תקן שמאלה מהממוצע.
נשתמש בנוסחה: $z = \frac{62-70}{4} = -2$.
סעיף ג': לציון 70 מתאים ציון תקן 0 (שווה לממוצע).

דוגמה פתורה – מציאת סטיית תקן וערך משתנה, עמודים 61, 62
נתון ממוצע, משתנה וציון התקן שלו, עלינו למצוא את סטיית התקן.

תרגיל 100 עמוד 62
הממוצע 8 ימים, לזמן השאלה של 12 ימים מתאים ציון תקן 2.
ניתן לחשב כך: ההפרש הוא 4 ימים לשתי סטיות תקן, משמע סטיית התקן היא יומיים (2 ימים).
נשתמש בנוסחה: $\frac{12-8}{s} = 2$, s = 2.

תרגיל 101 עמוד 62
הממוצע – 83 שקלים, למחיר של 95 שקלים מתאים ציון תקן: 1.5.
סעיף א': ציון תקן 1.5 משמעותו שהמחיר של 95 שקלים מרוחק 1.5 סטיות תקן מהממוצע.
סעיף ב': ההפרש בין שני המחירים הוא 12 שקלים, נחלק ב – 1.5, ונקבל: s = 8.
נשתמש בנוסחה: $\frac{95-85}{s} = 1.5$, s = 8.

תרגיל 102 עמוד 62
סעיף א': לכמות הגשם של 120 מ"מ מתאים ציון תקן (2.25 -), משמע כמות הגשם הזו נמצאת משמאל

לממוצע, והממוצע גדול מ – 120 מ"מ.
סעיף ב': הממוצע: 147 מ"מ גשם, ההפרש 27 מ"מ, נחלק ב – 2.25, ונקבל 12 = s.
נשתמש בנוסחה: $\frac{120-147}{s} = -2.25$, 12 = s.
סעיף ג': ציון תקן של 2.5 מתאימה כמות גשם: 177 מ"מ, באמצעות נוסחה: $\frac{a-\overline{147}}{12} = 2.5$, 177 = a.

תרגיל 103 עמוד 62
הממוצע 90 דקות, לזמן של 86 דקות מתאים ציון תקן (0.5 -).
סעיף א': ההפרש הוא 4 דקות (לחצי סטיית תקן), משמע סטיית התקן היא 8 דקות.
נשתמש בנוסחה: $\frac{86-90}{s} = -0.5$, 8 = s.
סעיף ב': לזמן של 110 דקות מתאים ציון תקן 2.5, באמצעות הנוסחה: $z = \frac{110-90}{8} = 2.5$.
סעיף ג': ציון תקן 0 מתאים לזמן הממוצע, משמע 90 דקות.

תרגיל 104 עמוד 62
הממוצע 54 גרם, למשקל של 60 גרם מתאים ציון תקן 1.2.
סעיף א': נשתמש בנוסחה: $\frac{60-54}{s} = 1.2$, 5 = s.
סעיף ב': למשקל 50 גרם מתאים ציון תקן $\frac{50-54}{5} = -0.8$.
סעיף ג': ציון תקן חיובי מתאים לכל שקית חטיפים שמשקלה גבוה מ – 54 וקטן מ – 69, למשל 62 גרם.
סמל הדיון נרשם כאן, משום שזו הפעם הראשונה בה התלמידים מתבקשים לתת "דוגמה" לערך בתחום.

תרגיל 105 עמוד 63
הממוצע 2,450 שקלים, לבונוס של 2,000 שקלים מתאים ציון תקן (1.5 -).
סעיף א': ההפרש 450 שקלים, נחלק ב – 1.5 ונקבל: 300 = s. באמצעות הנוסחה: $\frac{2000-2450}{s} = -1.5$.
סעיף ב': ציון תקן 2, משמע "לזוז" ימינה 2 סטיות תקן מהממוצע ונקבל 3,050 שקלים.
באמצעות הנוסחה: $\frac{a-2450}{300} = 2$, 3,050 = a.
סעיף ג': כל גובה בונוס בין 1,550 שקלים, לבין 2,450 שקלים ייתן ציון תקן שלילי למשל 2,400 שקלים.

ג. <u>השוואת המיקום היחסי של ערכי משתנים בשתי אוכלוסיות</u>
בסעיף זה נעסוק בהשוואת המיקום היחסי של ערך משתנה באוכלוסייה אחת, למיקום היחסי של ערך משתנה זהה או שונה באוכלוסייה אחרת.
ניתן לשאול את התלמידים: תלמיד קיבל את הציון 70 בשני מבחנים במקצועות שונים.
מה נוכל ללמוד מכך?
אם נדע מהו המוצע, ומהי סטיית התקן של האוכלוסייה שנבדקה, האם נוכל לקבל מידע טוב יותר לגבי ההצלחה של אותו תלמיד במבחן?
התשובה: כן. ייתכן שציון 70 במבחן אחד גבוה מהממוצע, וציון 70 במבחן האחר נמוך מהממוצע.
ייתכן שציון 70 נמוך מהממוצע, אך סטיית תקן גדולה/קטנה תשפיע על מיקומו ביחס לממוצע.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 63, 64
בהסבר ובדוגמה אנו ממחישים את הנאמר בפתיח לתת-פרק זה.

תרגיל 106 עמוד 64
הגובה הממוצע של עץ לימון הוא 5 מ', סטיית התקן היא 0.5 מ'.
סעיף א': גובה עץ הלימון של משפחת דוד הוא 4 מ', משמע "זזנו" שתי סטיות תקן שמאלה מהממוצע, ציון התקן הוא (2 -).
ניתן להשתמש גם בנוסחה: $z = \frac{4-5}{0.5} = -2$.
הממוצע של עץ דקל הוא 15 מ', סטיית התקן היא 1 מ'.
סעיף ב': גובה עץ הדקל של משפחת דוד הוא 16 מ', משמע "זזנו" סטיית תקן אחת ימינה מהממוצע, ציון

התקן הוא 1.
סעיף ג': עץ הלימון נמוך יחסית לשאר העצים מסוגו.

תרגיל 107 עמוד 65
הממוצע 50 שקלים, סטיית התקן היא 4 שקלים.
סעיף א': נטע מרוויחה 58 שקלים, משמע "זזנו" ימינה שתי סטיות תקן מהממוצע, ציון התקן הוא 2.
ניתן להשתמש בנוסחה: $z = \frac{58-50}{4} = 2$.
הממוצע 70 שקלים, סטיית התקן היא 3 שקלים.
סעיף ב': עדן מרוויחה 75 שקלים, ציון התקן הוא: $z = \frac{75-70}{3} = \frac{5}{3}$.
סעיף ג': נטע מרוויחה יותר ביחס לשכר השעתי הממוצע: $\frac{5}{3} > 2$.

תרגיל 108 עמוד 65
נחשב את ציון התקן של משפחת גבע: $z = \frac{3700-4000}{500} = -\frac{300}{500} = -0.6$.
נחשב את ציון התקן של משפחת ליבנה: $z = \frac{1200-1500}{200} = -\frac{300}{200} = -1.5$.
משפחת גבע מוציאה יותר כסף על מזון וביגוד ביחס לממוצע לעומת משפחת ליבנה: -1.5 < -0.6.

תרגיל 109 עמוד 65
נחשב את ציון התקן באנגלית: $z = \frac{77-72}{5} = 1$, נחשב את ציון התקן במתמטיקה $z = \frac{82-78}{8} = 0.5$.
מסקנה הציון באנגלית גבוה יותר מהממוצע לעומת המבחן במתמטיקה.

תרגיל 110 עמוד 65
ציון התקן של יאיר הוא $z = \frac{73-70}{5} = 0.6$, ציון התקן של חגי הוא $z = \frac{80-76}{8} = 0.5$.
סעיף א': יאיר הצליח יותר ביחס לממוצע לעומת חגי 0.5 < 0.6.
סעיף ב': בבחינה של חגי ציון 84 שקול לציון תקן 0.5, ציון תקן 0.5 במבחן של יאיר שקול לציון 72.5.

ציוני תקן בהתפלגות נורמלית

מספר השעות המוקדש ליחידה זו: 4 שעות
הסבר ודוגמה פתורה עמודים 66, 67
המשמעות של "ציון תקן" היא מרחקו של ערך המשתנה מהממוצע ביחידות (צעדים) של סטיית תקן.
בציון תקן חיובי אנו נעים ימינה, ובציון תקן שלילי אנו נעים שמאלה מהממוצע.
בדוגמה הפתורה ציוני תלמיד בשני מבחנים, כאשר נתונים גם ממוצע וסטיית התקן ביחס לשאר האוכלוסייה שנבדקה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 111 עמוד 68
הממוצע 20 שקלים, סטיית התקן היא 4 שקלים, חצי סטיית תקן היא 2 שקלים.
סעיף א': "נזוז" 1.5 סטיות תקן ימינה ונקבל 26 שקלים.
ניתן להשתמש בגרף ההתפלגות הנורמלית, או בנוסחה: $\frac{x-20}{4} = 1.5$, x = 26.
סעיף ב': על-פי גרף ההתפלגות הנורמלית 93% מכיכרות הלחם מחירם נמוך מ- 26 שקלים.
סעיף ג': בין 18 שקלים ל – 26 שקלים נמצאים 62% מכיכרות הלחם משמע ההסתברות היא 0.62.

תרגיל 112 עמוד 68
העמלה החודשית הממוצעת היא 28 שקלים, סטיית התקן היא 6 שקלים, מחצית סטיית תקן היא 3 שקלים.
סעיף א': עמלה של 31 שקלים, משמע חצי סטיית תקן ימינה מהממוצע, 31%.
סעיף ב': בין עמלה של 31 שקלים (0.5 סטיות תקן) לבין עמלה של 37 שקלים (1.5 סטיות תקן) יש 24%.

סעיף ג': לציון תקן של (1.5 -) מתאימים 31% מהחשבונות.
סעיף ד': עמלה חודשית הנמוכה מ – 16 שקלים משלמים 2% מהחשבונות, משמע 250 חשבונות.

הערה: בתרגילים הבאים התלמידים מתבקשים להכין בעצמם את גרף ההתפלגות הנורמלית עם הנתונים המתאימים. בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על סרטוט גרף מלא, ולהסתפק בסקיצה.

תרגיל 113 עמוד 69
הממוצע הוא 72.
סעיף א': לציון 63 מתאים ציון תקן של (1.5 -), ההפרש בין הממוצע לציון 63 הוא 9 נקודות. נחלק ב – 1.5 ונקבל כי סטיית התקן היא 6 נקודות.
ניתן להשתמש בנוסחה: $\frac{63-72}{s} = -1.5$, s = 6.
סעיף ב': גבוה מ – 69 (חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע), משמע 19%, נמוך מ – 84 (2 סטיות תקן ימינה מהממוצע), משמע 48%, ביחד 67%.
סעיף ג': נחשב 67% מ – 1,500, ונקבל 1,005 תלמידים.

תרגיל 114 עמוד 69
ממוצע ההתנדבות הוא 40 שעות.
סעיף א': 7% משמע ציון תקן של (1.5 -). ההפרש 6 שעות, נחלק ב – 1.5 ונקבל סטיית תקן של 4 שעות.
ניתן להשתמש בנוסחה: $\frac{34-40}{s} = -1.5$, s = 4.
סעיף ב': פחות מ – 40 שעות משמע, 50% מהתלמידים, יותר מ – 44 שעות, משמע 16% מהתלמידים ביחד 66%.
סעיף ג': המספר אינו שלם, ולכן נשתמש בנוסחה: $\frac{45-40}{4} = 1.25$, ציון התקן הוא 1.25.
סעיף ד': נשתמש בנוסחה: $\frac{x-40}{4} = -1.75$, x = 33.

תרגיל 115 עמוד 69
1,600 בתי אב, סטיית תקן שם 40 שקלים,
סעיף א': 31% (חצי סטיית תקן שמאלה מהממוצע)משלמים פחות מ – 900 שקלים, משמע הממוצע החודשי הוא 920 שקלים. ניתן להשתמש בנוסחה: $\frac{900-\bar{x}}{40} = -0.5$, הממוצע 920 שקלים.
סעיף ב': בין 860 שקלים לממוצע (1.5 – סטיות תקן) נמצאים 43% מבתי האב, בין 960 לממוצע (סטיית תקן אחת) נמצאים 34% מבתי האב, ביחד 77% מבתי האב.
סעיף ג': נחשב 77% מ – 1,600, ונקבל 1,232 בתי אב.
סעיף ד': גבוה מסטיית תקן אחת, משמע 16%.

תרגיל 116 עמוד 70
סטיית התקן היא 18, מחצית סטיית תקן היא 9.
סעיף א': 16% מהימים, משמע שתי סטיות תקן ימינה מהממוצע, הגיעו יותר מ- 130 לקוחות, משמע הממוצע הוא 112 לקוחות.
באמצעות הנוסחה: $\frac{130-\bar{x}}{18} = 2$, הממוצע 112 לקוחות.
סעיף ב': פחות מ – 103 לקוחות, משמע (0.5 -) סטיות תקן, 31%, ההסתברות 0.31.
סעיף ג': ל - 121 לקוחות יש ציון תקן של 0.5 .
סעיף ד': נחפש את מספר הלקוחות המתאימים ליום שבו ציון התקן הוא (1.8 -), $\frac{x-112}{18} = -1.8$, x = 79.6.
התשובה: יום חלש הוא יום שבו יש פחות מ – 80 לקוחות.
דרך נוספת, נחשב את ציון התקן המתאים ל – 82 לקוחות: $\frac{82-112}{18} = -1.67$, והוא גדול מ – 1.8 -.

תרגיל 117 עמוד 70
בדיון נסרטט על הלוח גרף התפלגות נורמלית, ונבקש מתלמיד/ה להשלים ערכים.
הממוצע 8,500 שקלים, סטיית התקן היא 1,500 שקלים, חצי סטיית תקן היא 750 שקלים.

סעיף א': בין 7,000 שקלים (1 -) סטיות תקן – 34%, לבין 10,000 שקלים סטיית תקן אחת – 34%, ביחד 68%.
סעיף ב': נמוכה מ – 6,250 שקלים, משמע (1.5 -) סטיות תקן – 7%.
סעיף ג': ציון התקן של 11,875 שקלים הוא 2.25, המשמעות היא שההוצאה של משפחת לוי גדולה ב- 2.25 סטיות תקן מהעלות הממוצעת של משפחה לחופשה שנתית.
סעיף ד': 2% מהמשפחות שהוצאות החופשה שלהן גבוהות מ – 11,500 שקלים זכאיות להנחה, ומשפחת לוי כלולה בעסקה.

תרגיל 118 עמוד 70
הממוצע 42 דקות, סטיית התקן היא 4 דקות, חצי סטיית תקן – 2 דקות.
סעיף א': פחות מ – 38 דקות (1 -) סטיות תקן, משמע 16%.
סעיף ב': 50 דקות משמע 2 סטיות תקן, ב - 2% מהתנורים נאפתה עוגה שהיא פחות אווירית.
סעיף ג': 16% הם 4 תנורים, 25 תנורים הם 100%, $\frac{16 \cdot x}{100} = 4$.
סעיף ד': לזמן אפייה של 45 דקות מתאים ציון תקן של $\frac{45 - 42}{4} = 0.75$.

תרגיל 119 עמוד 71
סטיית התקן היא 80 שקלים.
סעיף א': 69% (0.5 סטיות תקן) הם 620 שקלים, הממוצע – 580 שקלים, $\frac{620-\bar{x}}{80} = 0.5$.
סעיף ב': בין 500 שקלים (1 -) סטיות תקן לבין 620 שקלים (0.5 סטיות תקן) יש 53%, ההסתברות 0.53.
סעיף ג': ציון התקן של 700 שקלים הוא 1.5, משמע החיסכון הוא 1.5 סטיות תקן ימינה מהממוצע.
סעיף ד': מעל 700 שקלים – 7% מהמשפחות, משמע 28 משפחות.

תרגיל 120 עמוד 71
הממוצע 82 ק"ג, סטיית התקן היא 12 ק"ג, חצי סטיית תקן היא 6 ק"ג.
סעיף א': ל – 94 ק"ג מתאים ציון תקן של סטיית תקן אחת, משמע 16% מהעצים יותר מ – 94 ק"ג.
סעיף ב': 16% הם 64 עצים, 400 עצים הם 100%, $\frac{16 \cdot x}{100} = 64$.
סעיף ג': 97 ק"ג משמע ציון תקן: $\frac{97 - 82}{12} = 1.25$.
סעיף ג': ציון תקן 2 משמע 106 ק"ג.

תרגיל 121 עמוד 71
סטיית התקן היא 2.4 מ"ק, חצי סטיית תקן היא 1.2 מ"ק.
סעיף א': 16% מהמשפחות (1 -) סטיות תקן צורכות פחות מ – 7 מ"ק, ולכן הממוצע הוא 9.4 מ"ק, $\frac{7-\bar{x}}{2.4} = 1$ –.
סעיף ב': יותר מ – 13 מ"ק (1.5 סטיות תקן) צורכות 7% מהמשפחות.
סעיף ג': 7% הם 1,960 משפחות, 28,000 משפחות הן 100%, $\frac{7 \cdot x}{100} = 1960$.
סעיף ד': מעל 1.5 סטיות תקן יש 7% מהאוכלוסייה, מתחת ל (2.5 -) סטיות תקן יש ל – 0.5% מהאוכלוסייה, ביחד 7.5%.
סעיף ה': לצריכה של 12 מ"ק מתאים ציון תקן של 1.08, ולכן היא לא בתחום המבוקש.

תרגיל 122 עמוד 72
סטיית התקן היא 0.4 מ"מ, חצי סטיית תקן היא 0.2 מ"מ.
סעיף א': לציון תקן (1 -) הקוטר הוא 11.4 מ"מ, משמע הממוצע הוא 11.8 מ"מ.
סעיף ב': קוטר קטן מ – 11.6 מ"מ (0.5 - סטיות תקן) משמע 31%, ההסתברות היא 0.31.
סעיף ג': בין 11.6 לממוצע יש 19%, בין 12.6 לממוצע יש 48%, ביחד 67% שהם 63,650 ברגים.
סעיף ד': לקוטר 11 מ"מ מתאים ציון תקן (2 -).

תרגיל 123 עמוד 72

הממוצע 10 דקות

סעיף א': 31% (0.5 - סטיות תקן) ממתינים פחות מ – 9 דקות, משמע סטיית התקן היא 2 דקות.

סעיף ב': בין 6 דקות לממוצע ממתינים 48%, בין 12 דקות לממוצע יש 34% מהממתינים, ביחד 82%.

סעיף ג': 2% מהממתינים מחכים 14 דקות (ציון תקן 2).

סעיף ד': בין 6 ל – 12 דקות ממתינים 82% מהנבדקים, משמע 123 אנשים.

סעיף ה': נשתמש בנוסחה: $\frac{x-10}{2} = 1.25$, זמן ההמתנה הוא 12.5 דקות.

תרגיל 124 עמוד 72

סטיית התקן היא 40 שקלים, חצי סטיית תקן היא 20 שקלים.

סעיף א': 84% הם מעל 205 שקלים, משמע 16% הם מתחת ל – 205 שקלים (1 -) סטיות תקן, ולכן הממוצע הוא 245 שקלים.

סעיף ב': גבוה מ – 225 שקלים (0.5 -) סטיות תקן משמע, 69% מהמארזים.

סעיף ג': 69% מ – 600 מארזים הם 414 מארזים.

סעיף ד': לציון תקן 0 מתאים מארז שמחירו שווה לממוצע – 245 שקלים.

סעיף ה': (1) 0.5 % משמע 2.5 סטיות תקן, המחיר הוא 345 שקלים. (2) 2.5 סטיות תקן.

תרגיל 125 עמוד 73

סטיית התקן היא 300 שקלים, חצי סטיית תקן היא 150 שקלים.

סעיף א': ההוצאות של 31% מהמשפחות (0.5 סטיות תקן) גבוהות מ – 1,150 שקלים, ולכן ממוצע ההוצאה החודשית הוא 1,000 שקלים, באמצעות הנוסחה: $\frac{1150-\bar{x}}{300} = 0.5$.

סעיף ב': בין 700 שקלים לממוצע יש סטיית תקן אחת – 34%, בין 1,450 שקלים לממוצע יש 1.5 סטיות תקן – 43% ביחד 77%, ההסתברות היא 0.77.

סעיף ג': 77% הן 1,386 משפחות, 1,800 משפחות הן 100%.

סעיף ד': נחפש את ההוצאה החודשים המתאימה לציון תקן של (1.2 -): $\frac{x-1000}{300} = -1.2$, x = 640.

תרגיל 126 עמוד 73

הממוצע 88 ס"מ.

סעיף א': 43% הם 1.5 סטיות תקן, וגובהם נמוך מ – 100 ס"מ, משמע סטיית התקן היא 8 ס"מ.

באמצעות הנוסחה: $\frac{100-88}{s} = 1.5$, s = 8.

סעיף ב': בין 76 ס"מ לממוצע (1.5 -) סטיות תקן יש 43% מהפרחים, בין 92 ס"מ לממוצע יש 0.5 סטיות תקן יש 19% מהפרחים, ביחד 62%.

סעיף ג': 62% מ – 800 הם 496 פרחים.

סעיף ד': 31 = 16 : 496. 31 זרים.

סעיף ה': כן (ראו סעיף ב').

תרגיל 127 עמוד 74

הממוצע 10,200 שקלים.

סעיף א': 0.5% (2.5 סטיות תקן) מרוויחים יותר מ – 12,200 שקלים, ההפרש הוא 2,000 שקלים, נחלק ב – 2.5 ונקבל שסטיית התקן היא 800 שקלים. באמצעות הנוסחה: $\frac{12000-10200}{s} = 2.5$.

סעיף ב': משכורת נמוכה מ – 8,600 שקלים (2 -) סטיות תקן, משמע 2%.

סעיף ג': 0.5% מהעובדים הם 21 עובדים, 4,200 הם 100%.

סעיף ד': פחות מ – (1.5 -) סטיות תקן נמצאים 7% מהעובדים, שהם 294 עובדים שקיבלו 147,000 שקלים.

תרגיל 128 עמוד 74

הממוצע 58 גרם.

סעיף א': 69% משקלם גבוה מ – 53 גרם (0.5 סטיות תקן) משמע סטיית התקן היא 10 גרם.

סעיף ב': בין 53 גרם (0.5 – סטיות תקן) לממוצע 19%, בין 63 גרם לממוצע (0.5 סטיות תקן) 19%, ביחד

.38%
סעיף ג': (1) 1,368 הן 38%, משמע 3,600 ביצים הן 100%. (2) 31% מהביצים הם ביצים קטנות, שהן 1,116 ביצים, נחלק ב – 12, ונקבל 93 תבניות.
סעיף ד': מתחת ל – 53 גרם שהם (0.5 -) סטיות תקן הביצה נחשבת קטנה, 0.5 - < 0.2 -, ולכן ביצה שציון התקן שלה הוא 0.2 – נחשבת לביצה בגודל בינוני. דרך נוספת: $\frac{x-58}{10} = -0.2$, x = 56. ביצה במשקל 56 גרם נחשבת לביצה מגודל בינוני.

תרגיל 129 עמוד 75
16% מהעסקים (סטיית תקן אחת) ההכנסה היומית גבוהה מ – 1,560 שקלים, 7% מהעסקים (1.5 -) סטיות תקן מרוויחות פחות מ – 1,335 שקלים. ההפרש 225 שקלים, נחלק ב – 2.5 ונקבל 90 שקלים.
סטיית התקן היא 90 שקלים, והממוצע 1,470 שקלים.
סעיף ב': בין 1,380 שקלים לממוצע יש 34% (סטיית תקן אחת), בין 1,605 שקלים לממוצע יש 43% (1.5 סטיות תקן) ביחד 77%.
סעיף ג': 77% מ – 200 הם 154 בעלי עסקים.
סעיף ד': (קטן מ – (2-) ציון תקן, משמע 2%, ההכנסה הגבוה ביותר בטווח זה היא 1,290 שקלים.

תרגיל 130 עמוד 75
סעיף א': 31% מהפרות (0.5 סטיות תקן) מניבות יותר מ – 36 ליטרים חלב, - 2% מהפרות (2 סטיות תקן) מניבות יותר מ – 48 ליטרים חלב, ההפרש 12 ליטרים, ולכן סטיית התקן היא 8 ליטרים.
חצי סטיית תקן היא 4 ליטרים, ולכן הממוצע הוא 32 ליטרים חלב.
סעיף ב': פחות מ – 16 ליטרים חלב (2 -) סטיות תקן מניבות 2% מהפרות.
סעיף ג': (1) תנובת החלב המתאימה לציון תקן (1 -) היא 24 ליטרים. (2) 16% מהפרות מקבלות תוסף תזונה (60 פרות), ולכן מספר הפרות ברפת הוא 375 פרות.

תרגיל 131 עמוד 76
סעיף א': הפרש בין 140 ל – 240 שקלים הוא 100 שקלים ו – 2.5 סטיות תקן, ולכן סטיית התקן היא 40 שקלים. הממוצע הוא 200 שקלים ("זזנו" שמאלה סטיית תקן אחת לכיוון הממוצע).
סעיף ב': נמוך מ – 180 שקלים (0.5 -) סטיות תקן יש ל – 31% מהתלמידים.
סעיף ג': קטן מ - 160 שקלים (1 -) סטיות תקן, 16% מהתלמידים, גדול מ – 220 שקלים (0.5 סטיות תקן) 31% מהתלמידים ביחד 47%, שהם 846 תלמידים.
סעיף ד': ציון תקן של 0.9 משמע 236 שקלים $\frac{x-200}{40} = 0.9$. כן התלמיד מוציא 236 שקלים.

תרגיל 132 עמוד 76
סעיף א': זמן תגובה של 0.7 שניות מתאים לציון תקן 0.5, זמן תגובה 0.6 מתאים לציון תקן (0.5 -), ההפרש הוא 0.1 שניות וההפרש בין ציוני התקן הוא 1, ולכן סטיית התקן היא 0.1 שניות.
חצי סטיית תקן היא 0.05, ולכן הממוצע הוא 0.65 שניות.
סעיף ב': 7% מזמן התגובה הם 1.5 סטיות תקן ומתאים לזמן תגובה של 0.8 שניות.
סעיף ג': 86% משמע 43% ימינה או שמאלה מהממוצע שהם 1.5 סטיות תקן ימינה או שמאלה, הערך השמאלי הוא 0.5 שניות והערך הימני הוא 0.8 שניות.

תרגיל 133 עמוד 77
סעיף א': לכמות משקעים של 70 מ"מ מתאים ציון תקן (1.5 -), לכמות משקעים של 100 מ"מ מתאים ציון תקן 1.5 ההפרש הוא 30 מ"מ וההפרש בין ציוני התקן הוא 3, ולכן סטיית התקן היא 10 מ"מ.
חצי סטיית תקן היא 50 מ"מ, ולכן הממוצע הוא 85 מ"מ.
סעיף ב': נמוך מ – 65 מ"מ (2 -) סטיות תקן 2% מהשנים.
סעיף ג': 110 מ"מ מתאים לציון תקן 2.5 שהם 0.5% מהשנים.
סעיף ד': לכמות משקעים של 90 מ"מ מתאים ציות תקן 0.5.
סעיף ה': בין 75 מ"מ (1 -) סטיות תקן לבין 95 מ"מ סטיית תקן אחת יש 68%, שהם 34 שנים.

תרגיל 134 עמוד 77

סעיף א': להוצאות פרסום של 75,000 שקלים מתאים ציון תקן (0.5 -), להוצאות פרסום של 105,000 שקלים מתאים ציון תקן 0.5 ההפרש הוא 30,000 שקלים, וההפרש בין ציוני התקן הוא 1, ולכן סטיית התקן היא 30,000 שקלים. חצי סטיית תקן היא 15,000 שקלים, ולכן הממוצע הוא 90,000 שקלים.

סעיף ב': נמוך מ – 45,000 שקלים (1.5 -) סטיות תקן 7%.

סעיף ג': 14 לקוחות הן 7%, משמע לחברה יש 200 לקוחות.

תרגיל 135 עמוד 78

בדיון ניתן לשאול: אם שכר הדירה המוצע לטלי הוא שווה בשני היישובים, אז למה טלי צריכה להתלבט? יש חשיבות לא רק לגובה השכירות, אלא גובה השכירות ביחס לממוצע.

סעיף א' שכר דירה של 7,000 שקלים ביישוב א' שקול לסטיית תקן אחת, שכר דירה של 7,000 שקלים שקול ל – 2 סטיות תקן ביישוב ב', משמע שכר הדירה של טלי ביישוב ב' גבוה יותר.

סעיף ב': שכר דירה של 9,000 שקלים שקול ל – 3 סטיות תקן, שהן שכר דירה של 7,250 שקלים ביישוב ב'.

סעיף ג': (1) גבוה מ – 7,000 שקלים, משמע 16%, ההסתברות 0.16. (2) 16% הן 320 דירות.

תרגיל 136 עמוד 78

ציון 79 במבחן א' שקול ל - $2\frac{1}{3}$ ציון תקן, ציון של 79 במבחן ב' שקול ל- 1.8 ציון תקן, משמע ההצלחה במבחן א' גדולה יותר.

סעיף ב': ההצלחה בשני המבחנים הייתה זהה (סטיית תקן אחת).

סעיף ג': ציון 85 במבחן ב' שקול ל – 3 סטיות תקן, שהם ציון של 81 במבחן א'.

סעיף ד': בין 65 (1 -) סטיות תקן לבין 80 (ציון תקן 2) יש 82%, ההסתברות 0.82.

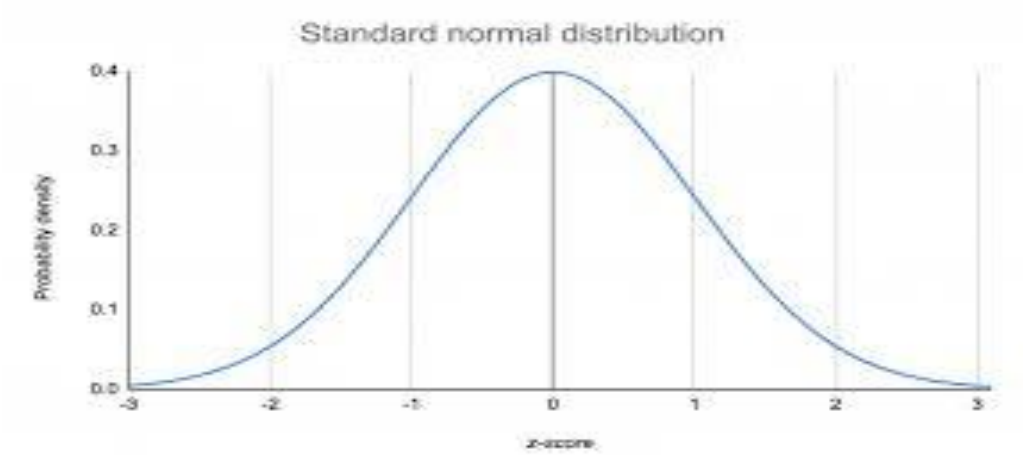
בספר יש נספח (נספח א') ובו תרגול נוסף לפרק זה.

מורה שמרגיש צורך יכול להפנות את התלמידים לנספח זה כתרגול נוסף או לקראת מבחן.

מאגר תרגילים מספר 1

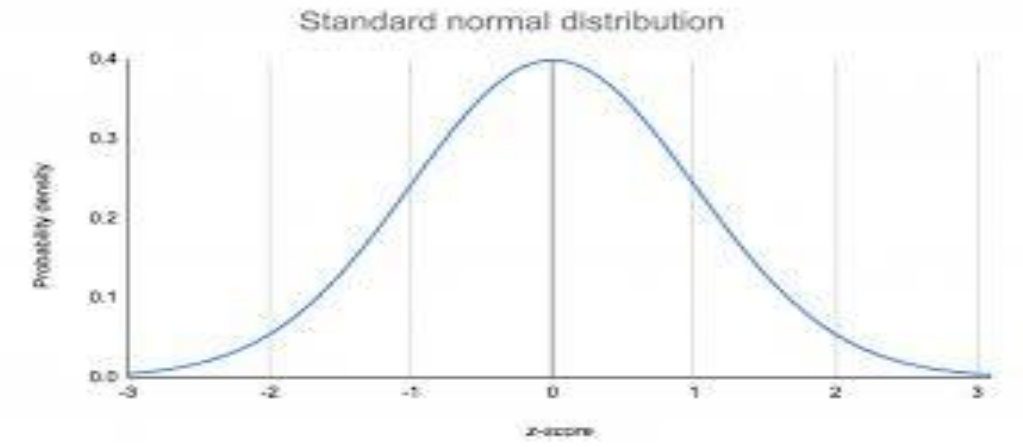
רמת בסיס

1) כמות החולצות ברשת אופנה מתפלג נורמלית בין החנויות השונות.
הכמות הממוצעת לחנות היא 38 חולצות, וסטיית התקן היא 3 חולצות.
א. העתיקו את הסרטוט, והשלימו את ערכי המשתנה בציר האופקי.



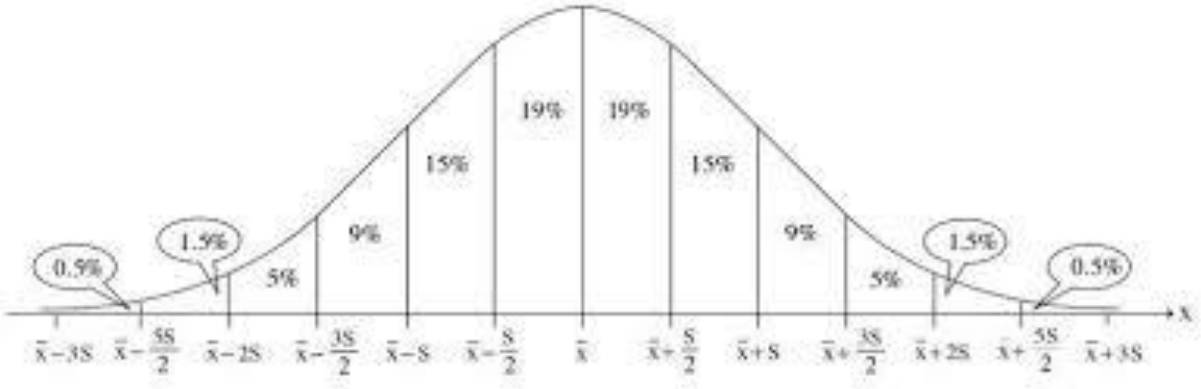
ב. מהו אחוז החנויות בהן כמות החולצות:
(1) נמוך מ – 38 חולצות (2) נמוך מ – 41 חולצות (3) נמוך מ – 32 חולצות.
ג. בוחרים באקראי חנות, מהי ההסתברות שכמות החולצות בה היא:
(1) נמוכה מ – 44 חולצות (2) נמוכה מ – 35 חולצות (3) נמוכה מ – 47 חולצות.

2) מחיר ק"ג ענבים מתפלג נורמלית בין החנויות השונות.
המחיר הממוצע לק"ג ענבים הוא 32 שקלים וסטיית התקן היא 1.5 שקלים.
א. העתיקו את הסרטוט, והשלימו את ערכי המשתנה בציר האופקי.



ב. מהו אחוז החנויות שמחיר ק"ג ענבים הוא בין
(1) 32 שקלים ל – 35 שקלים (2) גבוה מ – 33.5 שקלים או נמוך מ – 28 שקלים.
ג. נבחר באקראי חנות, מהי ההסתברות שמחיר ק"ג ענבים בה
(1) בין 28 שקלים ל – 30.5 שקלים (2) גבוה מ – 35 שקלים, או נמוך מ – 33.5 שקלים.

3) בדקו את דמי הכיס השבועיים שמקבלים קבוצה מסוימת של בני נוער.
נמצא שממוצע דמי הכיס השבועיים הם 150 שקלים, וסטיית התקן היא 10 שקלים.
א. העתיקו את הסרטוט והשלימו את ערכי המשתנה בציר האופקי.



ב. מהו אחוז בני הנוער שדמי הכיס השבועיים שהם מקבלים
(1) גבוה מ – 160 שקלים (2) נמוך מ – 140 שקלים (3) גבוה מ – 135 שקלים (4) נמוך מ – 165 שקלים
ג. נבחר באקראי נער או נערה, מהי ההסתברות שדמי הכיס שלהם היא
(1) גבוהה מ – 160 שקלים (2) נמוכה מ – 140 שקלים (3) גבוה מ – 145 שקלים.

4) מספר העמודים הממוצע לספרי נוער הוא 260 עמודים, וסטיית התקן היא 20 עמודים.
א. מהו מספר העמודים בספר ש – 16% מהספרים גבוהים ממנו?
ב. מהו מספר העמודים בספר ש – 93% מהספרים גבוהים ממנו?

5) מחיריהן של חולצות במכירת סוף עונה מתפלגות נורמלית עם סטיית תקן של 8 שקלים.
93% מהחולצות נמכרו במחיר הנמוך מ – 142 שקלים.
א. מצאו את המחיר הממוצע לחולצה.
ב. בוחרים באקראי חולצה, מהי ההסתברות שמחירה בין 122 שקלים ל – 134 שקלים?
ג. ביום אחד נמכרו 212 חולצות במחיר שבין 122 שקלים ל – 134 שקלים.
מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי המספר הכולל של החולצות שנמכרו ביום זה?

6) דמי כניסה למוזיאונים מתפלגים נורמלית. מחירם של 16% מהכרטיסים גבוה מ – 80 שקלים, ומחירם של 16% מהכרטיסים נמוך מ – 60 שקלים.
א. (1) מצאו את המחיר הממוצע לכרטיס (2) מצאו את סטיית התקן.
ב. קבוצה מעוניינת להיכנס למוזיאון שמחיר הכרטיס נמוך יחסית.
מהו מחיר הכרטיס ש – 7% מהמוזיאונים גובים מחיר נמוך ממנו?

7) א. בדקו את זמן ההכנה לאפיית עוגיות. יעל הכינה עוגיות שזמן ההכנה שלהן הוא 24 דקות, שמתאים לציון תקן של (1.5 -), סטיית התקן היא 6. מצאו את זמן ההכנה הממוצע של עוגיות.
ב. מספר הדוחות הממוצע שקיבלו נהגים בחברת הובלות הוא 24 דוחות. אחד הנהגים קיבל 30 דוחות ונתון זה מתאים לציון תקן 1.5. מהי סטיית התקן של מספר הדוחות בחברה?

תשובות:
1) א. השלמה, ב. (1) 50% (2) 84% (3) 2% ג. (1) 0.98 (2) 0.16 (3) 1.
2) א. השלמה ב. (1) 28% (2) 4% ג. (1) 0.14 (2) 0.84.
3) א. השלמה ב. (1) 16% (2) 16% (3) 93% (4) 93% ג. (1) 0.16 (2) 0.16 (3) 0.59.
4) א. 280 עמודים ב. 230 עמודים. 5) א. 130 שקלים, ב. 0.53 ג. 400 חולצות.
6) א. (1) 70 שקלים (2) 10 שקלים ב. 55 שקלים. 7) א. 33 דקות ב. 4 דוחות.

בנספח יש תרגול נרחב ברמת הרחבה, ולכן לא מצאנו צורך להוסיף תרגול כאן.

יחידה שנייה

גאומטריה אנליטית

גאומטריה אנליטית היא תחום במתמטיקה המשלב אלגברה וגיאומטריה לחקר אובייקטים גיאומטריים ותכונותיהם. בגיאומטריה אנליטית תכונות גיאומטריות מתקבלות על-ידי חישובים המבוססים על מיקום של האובייקטים במערכת צירים.

<u>תכנים/נושאים מתמטיים:</u>

נקודות: (הנושא נלמד בחטיבת הביניים)

♣ מערכת צירים

♣ שיעורי נקודות

♣ סימון נקודות במערכת צירים

<u>קטעים:</u>

♣ חישוב אורך קטע (מרחק בין נקודות) במקרה של נקודות היוצרות קטע המקביל לצירים (הנושא נלמד בחטיבת הביניים), וחישוב אורך קטע במקרה כללי.

♣ אמצע קטע : מציאת נקודות אמצע קטע על-סמך שיעורי קצותיו, או מציאת אחד מקצות הקטע על-סמך שיעורי הקצה השני ונקודת האמצע.

<u>ישרים:</u>

♣ הקשר בין ייצוג אלגברי של ישר, לבין ייצוגו הגרפי.

♣ שיפוע של ישר – משמעות שיפוע ישר כיחס בין השתנות ערכי y להשתנות ערכי x של הישר.

♣ ישרים המאונכים לכל אחד מהצירים.

♣ משוואת הקו הישר – בצורה מפורשת ובצורה סתומה.

♣ הכרת המצבים ההדדיים בין ישרים במערכת צירים בהתאם לייצוגם האנליטי: התלכדות, הקבלה וחיתוך. ציון הקשר בין המצבים האלה לבין שיפועי הישרים.

♣ מציאת הקו הישר על-פי שיפוע ונקודה.

♣ חיתוך ישרים: מציאת נקודת החיתוך של ישר עם הצירים, מציאת נקודת החיתוך של שני ישרים.

♣ ניצבות ישרים.

<u>מצולעים:</u>

♣ שימוש בתכונות של משולשים ומרובעים.

♣ חישוב היקפים.

♣ חישוב שטחים של מצולעים בעזרת פירוק למשולשים ומרובעים.

<u>נושאים מתמטיים נלווים:</u>

♣ פתרון משוואות ממעלה ראשונה.

♣ פתרון של מערכת משוואות ליניאריות בשני נעלמים.

♣ תכונות של משולשים מסוגים שונים: משולש שווה-שוקיים, משולש ישר-זווית, משולש שווה-צלעות.

♣ תכונות של מקבילית (כולל תכונות ייחודיות של מעוין, מלבן, ריבוע).

♣ תכונות של טרפז (כולל תכונות ייחודיות של טרפז שווה-שוקיים וטרפז ישר-זווית).

♣ תכונות של דלתון.

♣ משפט פיתגורס.

♣ נוסחאות שטח משולש ושטח מרובע (שנלמדו בכיתה י').

(1) חישוב שטח מקבילית, כמכפלת צלע בגובה לצלע זו.

(2) חישוב שטח ריבוע, מעוין ודלתון כמחצית מכפלת אלכסוניו.

(3) חישוב שטח טרפז, כמכפלת הגובה לבסיס במחצית סכום הבסיסים.

(4) חישובי שטחים המורכבים ממלבנים, משולשים וטרפזים.

<u>מטרות כלליות:</u>

♣ התלמיד יבין שקיים קשר בין אלגברה לגיאומטריה כי גיאומטריה אנליטית מאפשרת לנו לייצג צורות גיאומטריות, ולפתור שאלות גיאומטריות באמצעות אלגברה.

♣ התלמיד יבין שקיים קשר בין משוואות אלגבריות וצורות גיאומטריות.

♣ התלמיד יבין כי גיאומטריה אנליטית מספקת כלים לפתרון שאלות גיאומטריות שונות.

♣ התלמיד יפתח חשיבה מופשטת ויבין את המשמעות של שילוב תחומי מתמטיקה שונים, ובכך תתפתח האוריינות המתמטית, שבין היתר מוגדרת כיכולת לראות קשרים פנים מתמטיים.

<u>מטרות אופרטיביות:</u>

1. בהינתן קצוות הקטע במערכת צירים, התלמיד יידע למצוא את אמצע הקטע.

2. בינתן קצה אחד של קטע במערכת צירים, ונקודת אמצע הקטע, התלמיד יידע למצוא את הקצה השני של הקטע.

3. בהינתן קצוות הקטע במערכת צירים, התלמיד יידע למצוא את אורך הקטע.

4. בהינתן צורה גיאומטרית במערכת צירים, התלמיד יידע למצוא את היקף הצורה.

5. בהינתן משולש במערכת צירים, התלמיד יידע לבדוק אם המשולש הוא משולש שווה-שוקיים, ויידע למצוא את שטחו של המשולש.

6. בהינתן משולש במערכת צירים, התלמיד יידע לבדוק אם המשולש הוא משולש ישר-זווית באמצעות משפט פיתגורס, ויידע למצוא את שטחו של המשולש.

7. בהינתן משולש במערכת צירים, ואחת הצלעות שלו מאונכת לאחד הצירים, התלמיד יידע למצוא את שטחו של המשולש.

8. בהינתן שתי נקודות, התלמיד יידע למצוא את שיפוע הישר העובר דרכן (אם הוא קיים).

9. בהינתן שיפוע הישר, ונקודה כלשהי על הישר, התלמיד יידע למצוא את משוואת הישר (משוואה כללית ומשוואה מפורשת).

10. בהינתן שתי נקודות על הישר, התלמיד יידע למצוא את משוואות הישר (כולל מקרים בהם הישר מאונך לאחד הצירים).

11. בהינתן משוואות של שני ישרים (מפורשות או כלליות), התלמיד יידע למצוא את נקודת החיתוך של שני הישרים (אם היא קיימת).

12. בהינתן משוואה של שני ישרים (מפורשות או כלליות), התלמיד יידע למצוא את המצב ההדדי של שני הישרים.

13. בהינתן נקודה, התלמיד יידע למצוא משוואת ישר העובר דרך הנקודה ומקביל לישר אחר.

14. בהינתן משוואה של שלוש צלעות של משולש (מפורשות או כלליות), התלמיד יידע למצוא את קדקודי המשולש ואת היקפוץ

15. בהינתן משוואה של ארבע צלעות של מרובע, התלמיד יידע לקבוע אם מדובר המקבילית, טרפז או מרובע כללי.

16. בהינתן ארבעה קודקודים של מרובע, התלמיד יידע לקבוע אם מדובר במקבילית, טרפז, או מרובע כללי.

17. בהינתן משוואות של שני ישרים (מפורשות או כלליות), התלמיד יידע לקבוע אם הישרים ניצבים זה לזה.

18. בהינתן משוואת הישר (מפורשת או כללית), התלמיד יידע למצוא את שיפוע הישר שמאונך לו (אם השיפוע קיים).

19. בהינתן צורה גיאומטרית (משולש, מקבילית, מעוין, מלבן, ריבוע, דלתון, טרפז), התלמיד יידע למצוא את שטחה.

גיאומטריה אנליטית

ביחידה זו נלמד על תחום במתמטיקה המשלב אלגברה וגיאומטריה, ונחקור אובייקטים גיאומטריים.
בגיאומטריה אנליטית תכונות גיאומטריות מתקבלות באמצעות חישובים אלגבריים המבוססים על מיקום של האובייקטים במערכת צירים.
התלמידים נחשפו לנושא "גיאומטריה אנליטית" כבר בחטיבת הביניים כאשר למדו "סימון נקודות במישור", התנסו בהוכחות של חפיפת משולשים, ומשולשים דומים במערכת צירים, וכן הוכחות של מרובעים.
בכיתות מתקשות או כתזכורת, ניתן להפנות את התלמידים לנספח ד' ובו ההגדרות, התכונות, ההיקפים והשטחים של הצורות הגיאומטריות.

ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:
♣ שיעורי נקודות במערכת צירים – ראו נספח ב'.
♣ משוואות ישרים – ראו נספח ג'.
♣ תכונות משולשים, מרובעים וצורות מורכבות (כולל חישוב שטח והיקף) – ראו נספח ד'.
♣ משפט פיתגורס.
♣ פתרון משוואות ומערכת משוואות ממעלה ראשונה.

הידעתם עמוד 87
מידע על הפילוסוף והמתמטיקאי הצרפתי רנה דקארט – ממציא המערכת הקרטזית.

בכיתות מתקשות, ובכיתות בהן אין מערכת ברקו ומסך זמינים, הכינו מערכת צירים מנויילנת, שתשמש את המורה ואת התלמידים בזמן הלמידה.
בכיתות מתקשות מאוד, חלקו לתלמידים מספר מערכות צירים לשימוש בזמן פתירת תרגילים.

משימת פתיחה עמוד 88
במשימת הפתיחה נתונה מערכת צירים עם נקודות ברביע הראשון בלבד.
לנקודות יש "מכנה משותף" – אחד משיעורי הנקודה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

קטעים במערכת צירים

בפרק זה נתמקד במציאת מרחקים בין שתי נקודות, קביעת הצורה הגיאומטרית באמצעות מציאת מרחקים בין נקודות, ובמציאת "אמצע קטע" בין שתי נקודות.
ניתן להפנות את התלמידים **לנספח ב'** – מערכת צירים (לחזרה על מושגים בסיסיים).

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד למצוא מרחק בין שתי נקודות.
√ התלמיד ילמד למצוא "אמצע קטע".
√ התלמיד ילמד משולשים במערכת צירים.
√ התלמיד ילמד מרובעים במערכת צירים.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **7 שעות.**

א. <u>מרחק בין שתי נקודות</u>

בסעיף זה נמצא את המרחק בין שתי נקודות (מקביל לצירים או מתלכד איתם – נלמד בחטיבת הביניים), ונרחיב למציאת מרחק בין כל שתי נקודות.

הסבר ודוגמה פתורה – אורך קטע המקביל לציר (או מתלכד אתו), עמודים 89 - 91
בהסבר אנו חוזרים על חישוב מרחק בין שתי נקודות כאשר הישר מקביל לאחד הצירים או מתלכד איתו.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר, הדוגמה, וההערות באמצעות ברקו ו/או מסך לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 1 עמוד 91
מציאת אורך קטע (המקביל לאחד הצירים) בין שתי נקודות הנמצאות ברביע הראשון.

תרגיל 2 עמוד 91
מציאת אורך קטע (המקביל לאחד הצירים) בין שתי נקודות הנמצאות ברביע השלישי

תרגיל 3 עמוד 92
מציאת אורכי 3 קטעים (המקבילים לציר ה - x).

תרגיל 4 עמוד 92
מציאת אורכי 3 קטעים (המקבילים לציר ה - y).

תרגיל 5 עמוד 92
השלמת שיעורי נקודות בהתאם לתכונה המשותפת של כל שתי נקודות (אותו שיעור x, או אותו שיעור y).

תרגיל 6 עמוד 92
נתונות 4 נקודות המרוחקות מרחק שווה מנקודה חמישית. התלמידים נדרשים "לנוע" ימינה או שמאלה, מעלה או מטה 3 יחידות על מנת לדעת מהן שיעורי כל נקודה.

הסבר ודוגמה פתורה – אורך קטע כללי, עמודים 93, 94
הסבר: מציאת אורך קטע בין שתי נקודות באמצעות משפט פיתגורס.
מתחילים במקרה פרטי, ועוברים למקרה כללי.
הכללה: מרחק בין כל שתי נקודות במערכת צירים: $\boldsymbol{d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$.
דוגמה של מציאת מרחק בין שתי נקודות באמצעות הנוסחה.

תרגיל 7 עמוד 94
מציאת המרחק בין שתי נקודות נתונות.
בכיתות מתקשות למדו את התלמידים לכתוב את שיעורי הנקודות אחת מתחת לשנייה. הסבירו להם כי אין חשיבות לאיזו נקודה נגדיר את שיעוריה כ – $(x_1\ ,\ y_1)$, ואיזו נקודה כ – $(x_2\ ,\ y_2)$: $\begin{cases}(2,5)\\(6,2)\end{cases}$.

תרגיל 8 עמוד 94
מציאת מרחק בין שתי נקודות, שימוש בנוסחה.

תרגיל 9 עמוד 94
מציאת מרחק בין שתי נקודות, שתיים מבין הנקודות מרוחקות 5 יחידות מנקודה A.

תרגיל 10 עמוד 94
חישוב שלושה אורכי קטעים – קביעה מיהו הקטע הארוך ביותר (תרגול נוסף).
בכיתות מתקדמות ניתן לוותר על תרגילים 9, 10.

ב. <u>אמצע קטע</u>

בסעיף זה נמצא את שיעורי נקודת האמצע של קטע נתון על סמך שיעורי קצותיו. כמו כן נמצא את שיעורי הנקודה של אחד מקצות הקט, כאשר נתון אמצע הקטע, ונקודת הקצה השני.

הסבר ודוגמה פתורה – מציאת נקודת אמצע קטע, עמודים 95 - 97
בהסבר בספר אנו מסבירים שלשב אחרי שלב כיצד אנו מגיעים לנוסחת "אמצע קטע" באמצעות דמיון משולשים.
שיעור ה – x של נקודת האמצע היא ממוצע של שיעורי ה – x של שתי נקודות קצה הקטע: $x_A = \frac{x_1 + x_2}{2}$,
שיעור ה – y של נקודת האמצע היא ממוצע של שיעורי ה – y של שתי נקודות קצה הקטע: $y_A = \frac{y_1 + y_2}{2}$.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
דוגמה למציאת שיעורי נקודת האמצע של קטע נתון.

תרגיל 11 עמוד 97
מציאת נקודת אמצע של קטע ברביע הראשון.

תרגיל 12 עמוד 97
תרגול הנושא, מציאת שיעורי נקודת אמצע של 6 קטעים.

תרגיל 13 עמוד 97
סעיף א': מציאת אורך קטע נתון: $d = \sqrt{(-8-4)^2 + (6-(-10))^2}$, $d = 20$.
סעיף ב': $x_T = \frac{-8+4}{2} = -2$, $y_T = \frac{6+(-10)}{2} = -2$
סעיף ג': $d_{PT} = d_{TK}$, משום שנקודת האמצע מרוחקת מרחק שווה מנשי קצות הקטע.

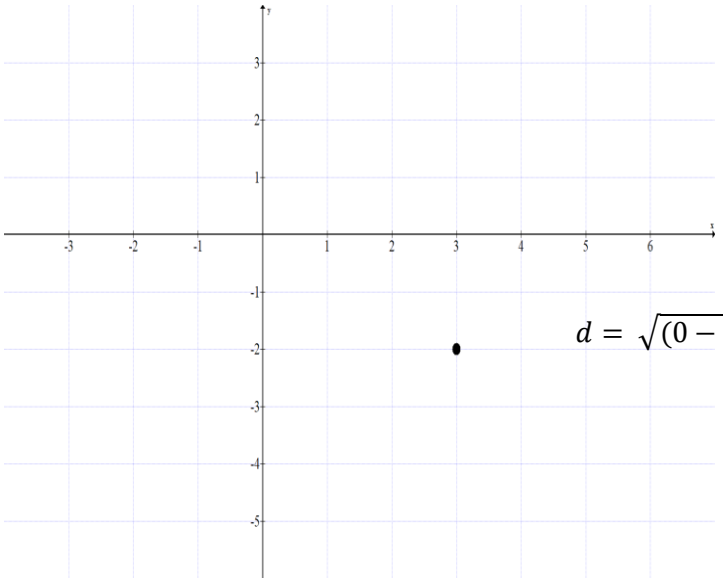
הסבר ודוגמה פתורה – מציאת נקודת הקצה של קטע על פי נקודת אמצע הקטע ונקודת הקצה האחרת, עמודים 97, 98
בהסבר אנו מגדירים את שיעורי נקודת אמצע הקטע כ – (a ,b), מציבים בנוסחת אמצע קטע ומחשבים.
בנוסחת מציאת שיעור ה – x או שיעור ה – y של נקודת אמצע יש לנו שלושה "נעלמים" שיעור ה – x של כל אחת מנקודות הקצה, ושיעור ה – x של נקודת האמצע.
כאשר נתונים לנו שניים מתוך שלושת ה"נעלמים" שלנו אנו יכולים לחשב את הנעלם השלישי.
הדוגמה ממחישה לנו את השימוש במציאת שיעור ה – x ושיעור ה – y של נקודת הקצה.

תרגיל 14 עמוד 98
תרגול על-פי ההסבר והדומה הפתורה.

תרגיל 15 עמוד 98
6 תרגילים לחישוב שיעורי נקודת קצה של קטע, כאשר נתונים שיעורי נקודת האמצע ושיעורי נקודת קצה שני.

תרגיל 16 עמוד 98
בתרגיל זה התלמידים צריכים לדעת כי נקודה על ציר ה – x מאופיינת באמצעות (0, x), ונקודה על ציר ה – y מאופיינת באמצעות (y, 0).

בכיתות מתקשות נסרטט לתלמידים מערכת צירים:
נערוך דיון: שתי נקודות הקצה של הקטע
נמצאות על הצירים, היכן הן יכולות להיות ממוקמות?
נקודה אחת חייבת להיות על החלק החיובי
של ציר ה – x מימין לשיעור 3,
הנקודה השנייה חייבת להיות על החלק
השלילי של ציר ה – y מתחת לשיעור (-2).



נחשב: $\frac{x+0}{2} = 3$, x = 6.
נחשב: $\frac{y+0}{2} = -2$, y = - 4.
סעיף א': T(6, 0), K(0, - 4).
סעיף ב': $d = \sqrt{(0-6)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{52} = 7.21$

תרגיל 17 עמוד 99
סעיף א': A(0 ,8).
סעיף ב': C(- 4 ,0).
סעיף ג': (4, 2 -) שיעורי נקודת האמצע.
סעיף ד': שיעורי נקודה E הם (4, 2 -), שיעורי נקודה A הם (8, 0), נחשב את שיעורי נקודה B:
$\frac{x+0}{2} = 2$, x = 4, $\frac{8+y}{2} = 4$, y = 0, B(4 ,0).
סעיף ה': נחשב: $d_{AB} = \sqrt{(0-4)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{80} \approx 8.94$,
$d_{AC} = \sqrt{(0-(-4))^2 + (8-0)^2} = \sqrt{80} \approx 8.94$.

ג. <u>משולשים</u>

בסעיף זה נמצא היקפי שטחים באמצעות חישוב אורכי הצלעות. נלמד לזהות משולש שווה-שוקיים, או משולש ישר-זווית ונחשב את שטחו.

תזכורת עמוד 99
זיהו משולש ישר-זווית על-פי משפט פיתגורס.

דוגמה פתורה – משולש שאחת מצלעותיו מאונכת לאחד הצירים, עמודים 99 - 101
כאשר נתון משולש שאחת מצלעותיו מאונכת לאחד הצירים (או מתלכדת עם אחד הצירים), ונתונים שלושת קודקודיו של המשולש, נוכל לחשב את היקף המשולש ואת שטחו.
במידת הצורך נוכיח (או נשלול) כי המשולש הוא משולש ישר-זווית באמצעות משפט פיתגורס.

תרגיל 18 עמוד 101
מציאת אורך צלעות במשולש ישר-זווית, וחישוב שטחו.
שימו לב, במשולש הנתון יש לנו שני ניצבים המקבילים לצירים, נוכל לחשב את אורכם ללא צורך בשימוש בנוסחה לחישוב אורך קטע.

תרגיל 19 עמוד 101
בכיתות מתקשות נשאל: כמה משולשים בסרטוט? בסרטוט שלושה משולשים, שניים מהם ישרי-זווית (משולש AOC ומשולש AOB), ומשולש שלישי הוא משולש קהה-זווית (משולש OBC).
בכיתות מתקדמות ניתן לבקש לחשב את שטח משולש BOC. ניתן לחשב באמצעות חיסור שטחים, או באמצעות חישוב שטח משולש קהה-זווית, בו הגובה נמצא מחוץ למשולש, בתרגיל זה הגובה הוא AO.

תרגיל 20 עמוד 101

תרגיל דומה לתרגיל 19.

במידה ולא ביקשנו לחשב את שטח המשולש OBC בתרגיל הקודם, נשתמש בהסבר כדי לחשב את שטח המשולש TKE.

תרגיל 21 עמוד 101

בתרגיל זה יש לנו משולש ישר-זווית, כאשר שני הניצבים מאונכים לאחד הציריים.

סעיף א': כדי לחשב את שטח המשולש נמצא את אורכי הניצבים:

AB = 5 – (- 3) = 8, BC = 2 – (- 4) = 6. שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{8 \cdot 6}{2}$ = 24יח"ר .

סעיף ב': הנקודה D היא אמצע הקטע BC שיעוריה: (1 - , 3 -).

סעיף ג': שטח משולש ABD הוא מחצית שטחו של משולש ABC, משמע 12 יח"ר.

פתרון בדרך "הארוכה": $S_{\Delta ABD} = \frac{8 \cdot 3}{2}$ = 12יח"ר.

סעיף ד': שטח משולש ACD הוא מחצית שטחו של משולש ABC, משמע 12 יח"ר.

פתרון בדרך "הארוכה": $S_{\Delta ACD} = \frac{8 \cdot 3}{2}$ = 12יח"ר.

תרגיל 22 עמוד 102

משולש LEK הוא משולש חד-זווית בו הצלע LE מקבילה לציר ה – x.

סעיף א': אורך הצלע LE: 8 = (3 -) – 5. 8 יחידות אורך = LE.

סעיף ב': שיעורי נקודה D הם (1, 3), אורך הגובה KD הוא 4 יחידות אורך (חיסור שיעור ה – y).

סעיף ג': $S_{\Delta KLE} = \frac{8 \cdot 4}{2}$ = 16יח"ר.

סעיף ד': כדי לחשב את היקף המשולש, נחשב את ארוכי הצלעות KE ו – KL, ונחבר,

$P_{\Delta KLE}$ = 19.68 יחידות אורך.

תרגיל 23 עמוד 102

תרגיל דומה לתרגיל 22.

קודקוד A נמצא על ציר ה – y, במרחק של 2 יחידות מראשית הצירים משמע, A(0 ,2).

סעיף א': אורך הצלע: AC = 0 – (- 10) = 10.

סעיף ב': $AB = \sqrt{(-6-0)^2 + (8-2)^2} = \sqrt{72} = 8.49$.

$BC = \sqrt{(-6-(-10))^2 + (8-2)^2} = \sqrt{52} = 7.21$.

סעיף ג': נחבר את אורך שלוש הצלעות ונקבל: $P_{\Delta ABC}$ = 25.7 יח"ר.

סעיף ד': (1) אורך הגובה לצלע AC הוא 6 יחידות אורך. (2) $S_{\Delta ABC} = \frac{10 \cdot 6}{2}$ = 30יח"ר.

תרגיל 24 עמוד 102

בתרגיל זה הצלע AB מקבילה לציר ה – y.

סעיף א': אורך הצלע AB הוא 4 יחידות אורך.

סעיף ב': אורך הגובה CD הוא 5 יחידות אורך.

סעיף ג': $S_{\Delta ABC} = \frac{4 \cdot 5}{2}$ = 10יח"ר.

סעיף ד': $AC = \sqrt{(3-(-2))^2 + (-2-(-4)^2} = \sqrt{29} = 5.39$.

$BC = \sqrt{(-2-3)^2 + (4-(-2))^2} = \sqrt{61} = 7.81$, 21.2 יחידות אורך = $P_{\Delta ABC}$.

סעיף ה': $10^2 \neq \sqrt{29}^2 + \sqrt{61}^2$, ולכן המשולש אינו משולש ישר-זווית.

תרגיל 25 עמוד 102

בדיון נדגיש את העובדה שהמשול GBE הוא משולש קהה-זווית, הצלע BG מקבילה לציר ה – x.

סעיף א': אורך BG הוא 5 יחידות אורך.

סעיף ב': אורך הגובה DE הוא 4 יחידות אורך.

סעיף ג': שטח המשולש GBE הוא 10 יח"ר.

סעיף ד': $BE = \sqrt{(3-1)^2 + (2-(-2)^2} = \sqrt{20} = 4.47$.

$GE = \sqrt{(-4-3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{65} = 8.06$, 17.53 יחידות אורך = $P_{\Delta ABC}$.

תרגיל 26 עמוד 103

משולש ATM הוא משולש קהה-זווית, הצלע AT מקבילה לציר ה – y.

סעיף א': אורך AT הוא 3 יחידות אורך.

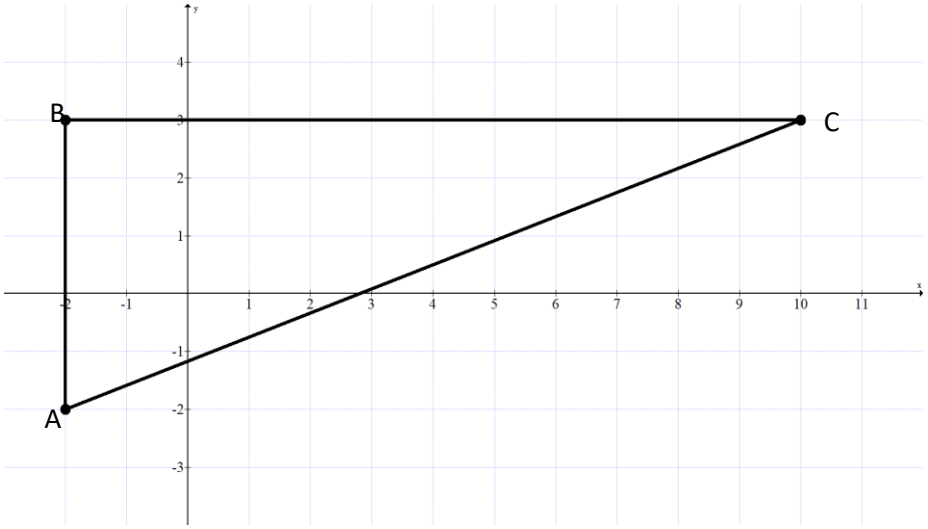
סעיף ב': אורך הגובה MD הוא 4 יחידות אורך.

סעיף ג': שטח המשולש ATM הוא 6 יח"ר.

סעיף ד': אורך הקטע TD הוא 4 יחידות אורך, שטח המשולש TMD הוא 8 יח"ר.

תרגיל 27 עמוד 103

סעיף א':



סעיף ב': אורך הצלע BC הוא 12 יחידות אורך, אורך הצלע AB הוא 5 יחידות אורך, אורך הצלע AC הוא:

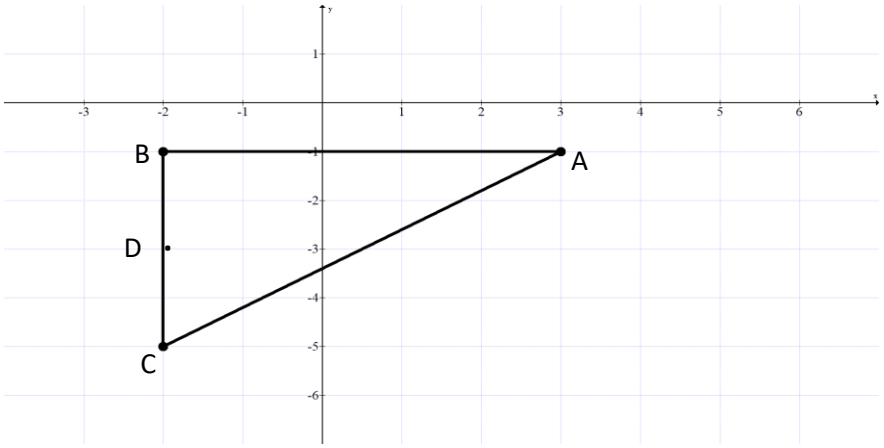
$AC = \sqrt{(-2-10)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{169} = 13$.

סעיף ג': היקף המשולש ABC הוא 30 יחידות אורך.

סעיף ד': שטח המשולש הוא 30 יח"ר.

תרגיל 28 עמוד 103

סעיף א':



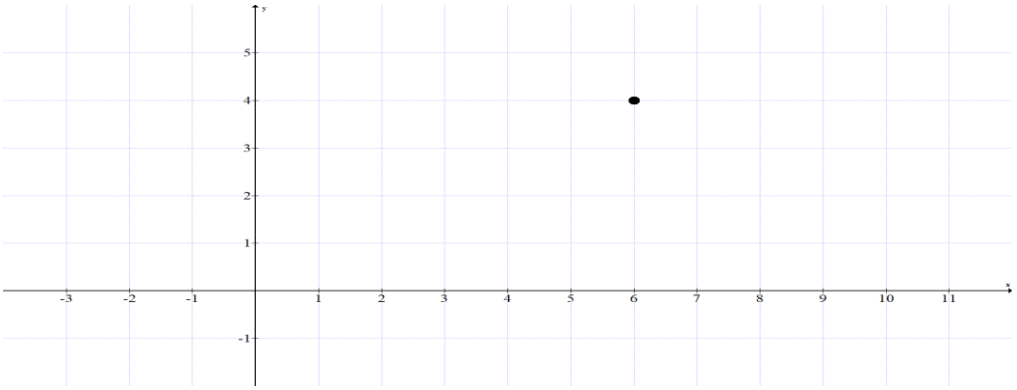
סעיף ב': הצלע AB מקבילה לציר ה – x, הצלע BC מקבילה לציר ה – y.

סעיף ג': שיעורי נקודה D הם (3 -, 2 -). אורך הצלע BD הוא 2 יחידות אורך, אורך הצלע AB הוא 5 יחידות אורך, שטח משולש ABD הוא 5 יח"ר.

סעיף ד': שטח משולש ACD הוא 5 יח"ר. הנימוק: CD = BD = 2, הגובה משותף.
נימוק נוסף: AD הוא תיכון לצלע BC, התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי-שטח.

תרגיל 29 עמוד 103

נערוך דיון בכיתה: כיצד נדע היכן למקם את הנקודות A ו – B?
נסמן את הנקודה C(6, 4) במערכת הצירים:



שימו לב! הנקודות A ו – B נמצאות על ציר ה – y, אין חשיבות למיקומן (בחלק החיובי/השלילי של ציר ה – x) או בראשית הצירים. אנו יודעים כי אורך הצלע AB הוא 7 יחידות, ואורך הגובה לצלע הוא 4 יחידות אורך.
סעיף א': שטח המשולש הוא 14 יח"ר.
סעיף ב': הנקודה E היא אמצע הצלע AB, משמע DB = AD = 3.5. שטח המשולש ACD הוא 7 יח"ר.
נימוק נוסף: התיכון CD מחלק את המשולש לשני משולשים שווי-שטח.
סעיף ג': גם הנקודה E היא אמצע צלע, ולכן שטח המשולש ABE הוא 7 יח"ר.
סעיף ד': שטח המשולש BCE הוא 7 יח"ר, התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי-שטח.

תזכורת עמוד 103

הגדרת תיכון, במשולש שווה-שוקיים הגובה **לבסיס**, התיכון **לבסיס** וחוצה זווית **הראש** מלכדים.

דוגמה פתורה – משולש שווה-שוקיים, עמודים 104, 105

מציאת אורכי צלעות, הוכחה כי המשולש שווה-שוקיים (שוויון צלעות), ומציאת שטח המשולש.

תרגיל 30 עמוד 105

הצלע BC מקבילה לציר ה – x.
סעיף א': אורך הצלע BC הוא 6 יחידות אורך, $AC = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{25} = 5$, $AC =$
$AB = \sqrt{(1-4)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{25} = 5$.
סעיף ב': הצלעות AB ו – AC שוות, ולכן המשולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.
סעיף ג': אמצע הבסיס BC הוא (1 ,1 -).
סעיף ד': אורך הגובה לבסיס הוא 4 יחידות אורך, שטח המשולש 12 יח"ר.

תרגיל 31 עמוד 106

במשולש ATK הצלע AK מונחת על ציר ה – y.
סעיף א': אורך הצלע AK הוא 5 יחידות אורך, $AT = \sqrt{(0-4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{25} = 5$
$KT = \sqrt{(0-4)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{20} = 4.47$.
סעיף ב': היקף המשולש הוא 14.47 יחידות אורך.
סעיף ג': המשולש הוא שווה-שוקיים כי יש לו שתי צלעות שוות.
סעיף ד': אורך הגובה לצלע AK הוא 4 יחידות אורך, שטח המשולש הוא 10 יח"ר.
סעיף ה': שיעורי הנקודה M הם (0, 2). AM הוא גם גובה וגם תיכון לבסיס KT, ולכן שטח המשולש MAT הוא 5 יח"ר (התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח).

תרגיל 32 עמוד 106

סעיף א': $AC = \sqrt{(-5-(-1))^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20} = 4.47$,

$AB = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{20} = 4.47$,

$BC = \sqrt{(-3-(-1))^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{8} = 2.83$.

סעיף ב': המשולש שווה-שוקיים משום שיש לו שתי צלעות שוות.

סעיף ג': שיעורי נקודה M הם (1 -, 2 -).

סעיף ד': (1) אורך הגובה לבסיס הוא $AM = \sqrt{(-5-(-2))^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{18} = 4.24$.

(2) שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{18}}{2} = 6$, שטח המשולש 6 יח"ר.

סעיף ה': שטח המשולש ABM הוא 3 יח"ר.

בכיתות מתקשות ניתן לסמן את הנקודות בתרגילים 33 ו – 34 במערכת צירים.

תרגיל 33 עמוד 106

סעיף א': $AC = \sqrt{(-4-6)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{100} = 10$,

$AB = \sqrt{(-4-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{29} = 5.39$,

$BC = \sqrt{(6-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{29} = 5.39$.

סעיף ב': המשולש שווה-שוקיים משום שיש לו שתי צלעות שוות.

סעיף ג': שיעורי נקודה M הם (1, 1).

סעיף ד': (1) אורך הגובה לבסיס הוא $BM = \sqrt{1-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4} = 2$.

(2) שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{10\cdot 2}{2} = 10$, שטח המשולש 10 יח"ר.

תרגיל 34 עמוד 106

סעיף א': $AC = \sqrt{(8-14)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{40} = 6.32$,

$AB = \sqrt{(8-9)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{50} = 7.07$,

$BC = \sqrt{(9-14)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{50} = 7.07$,

ולכן המשולש שווה-שוקיים משום שיש לו שתי צלעות שוות.

סעיף ב': היקף המשולש הוא 20.47 יחידות אורך.

סעיף ג': שיעורי נקודה M הם (0, 11).

סעיף ד': (1) אורך הגובה לבסיס הוא $BM = \sqrt{11-9)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{40} = 6.32$.

(2) שטח המשולש: $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{40}\cdot\sqrt{40}}{2} = 20$, שטח המשולש 20 יח"ר.

ד. <u>מרובעים</u>

בסעיף זה נמצא את ההיקפים והשטחים של מרובעים בעזרת חישובים של אורכי קטעים.
בכיתות מתקשות נעבור יחד עם התלמידים על תכונות, היקפים ושטחים של מרובעים.
בכיתות רגילות נפנה את התלמידים לנספח ג'.

דוגמה פתורה – מעוין, עמודים 107, 108

נתונים קודקודי מעוין, אנו נדרשים למצוא את אורכי הצלעות, אורכי האלכסונים, היקף ושטח של המעוין.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

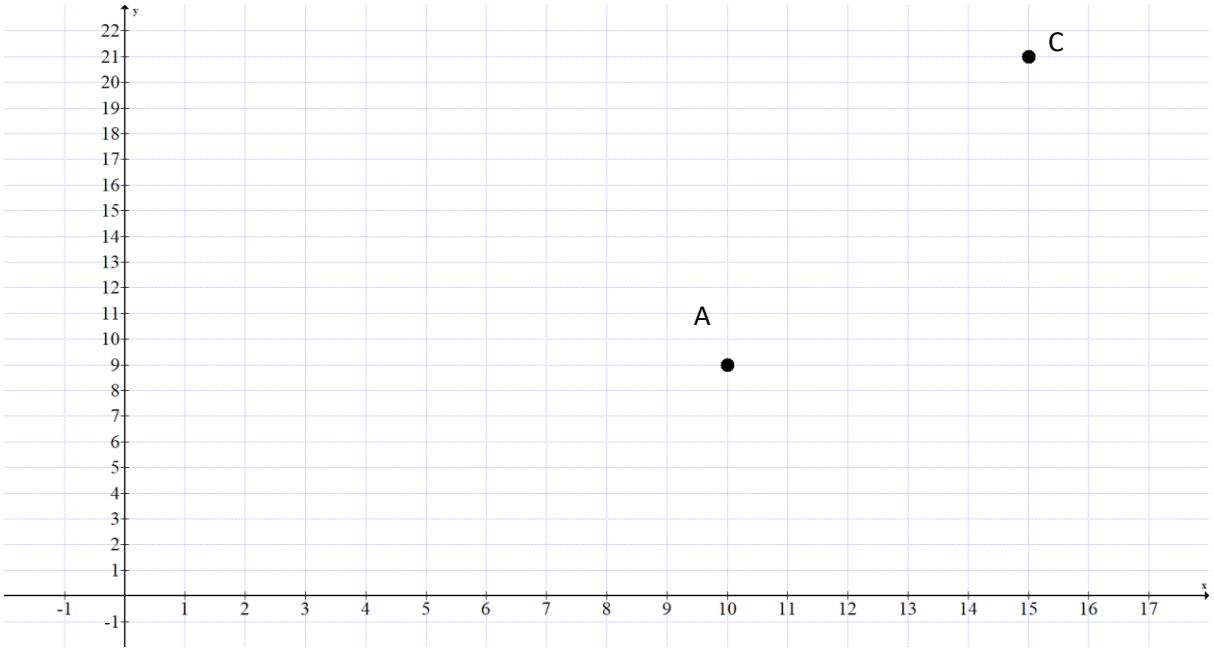
תרגיל 35 עמוד 108

בתרגיל נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.
אורך הצלעות AB ו – CD הוא 7 יחידות אורך, אורך הצלעות AD ו – BC הוא 5 יחידות אורך.
היקף המלבן 24 יחידות אורך, שטח המלבן 35 יח"ר.

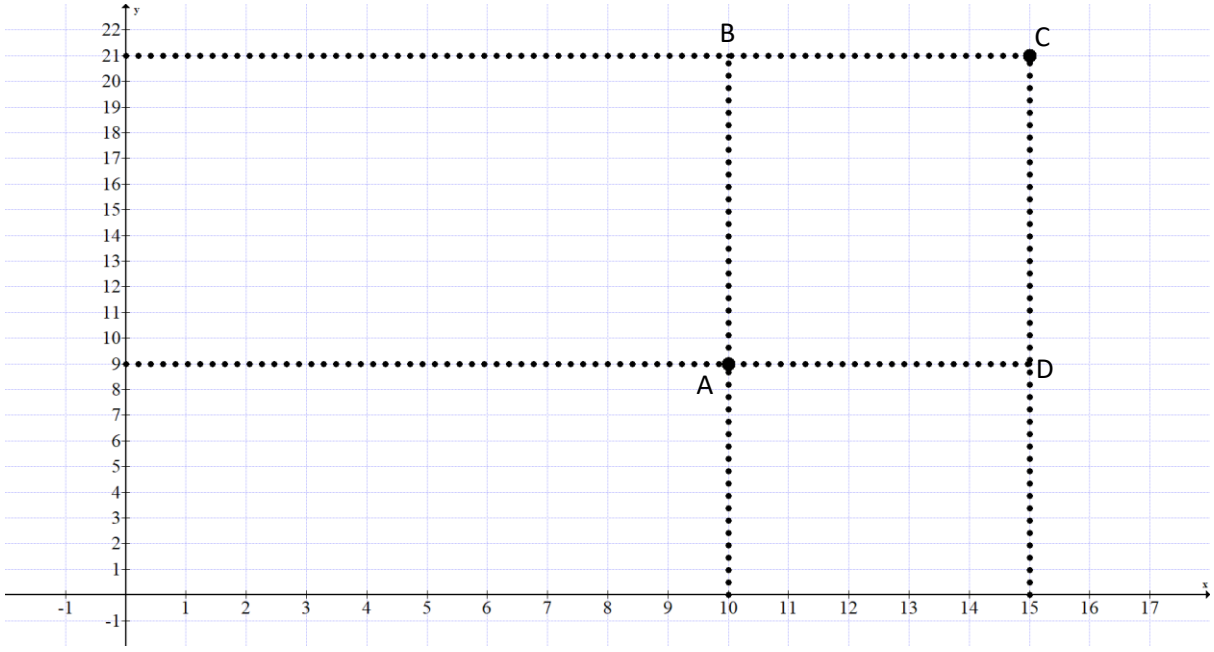
תרגיל 36 עמוד 109

נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

בכיתות מתקדמות נסתפק בסרטוט סקיצה, בכיתות מתקשות נסרטט מדויק



נעביר אנכים מנקודות A ו - C לציר ה – x ולציר ה – y.נקודות החיתוך של האנכים יתנו לנו את שיעורי נקודות B ו – D.



אורכי צלעות המלבן הן 12 ו – 5 יחידות אורך, ההיקף 34 יחידות אורך והשטח 60 יח"ר.

תרגיל 37 עמוד 109

צלעות המלבן נמצאות על אחד הצירים, או מקבילות לאחד הצירים.

נעתיק את הסרטוט למחברת (ניתן לסרטט סקיצה) ולסמן את הנקודות.

אורכי הצלעות הן 8 – 6 יחידות אורך, מכאן ששטח המלבן הוא 48 יח"ר.

נקודה M היא אמצע הקטע BD (או אמצע הקטע AC), שיעורי נקודה M ((3, 4). (אלכסוני המלבן חוצים זה את

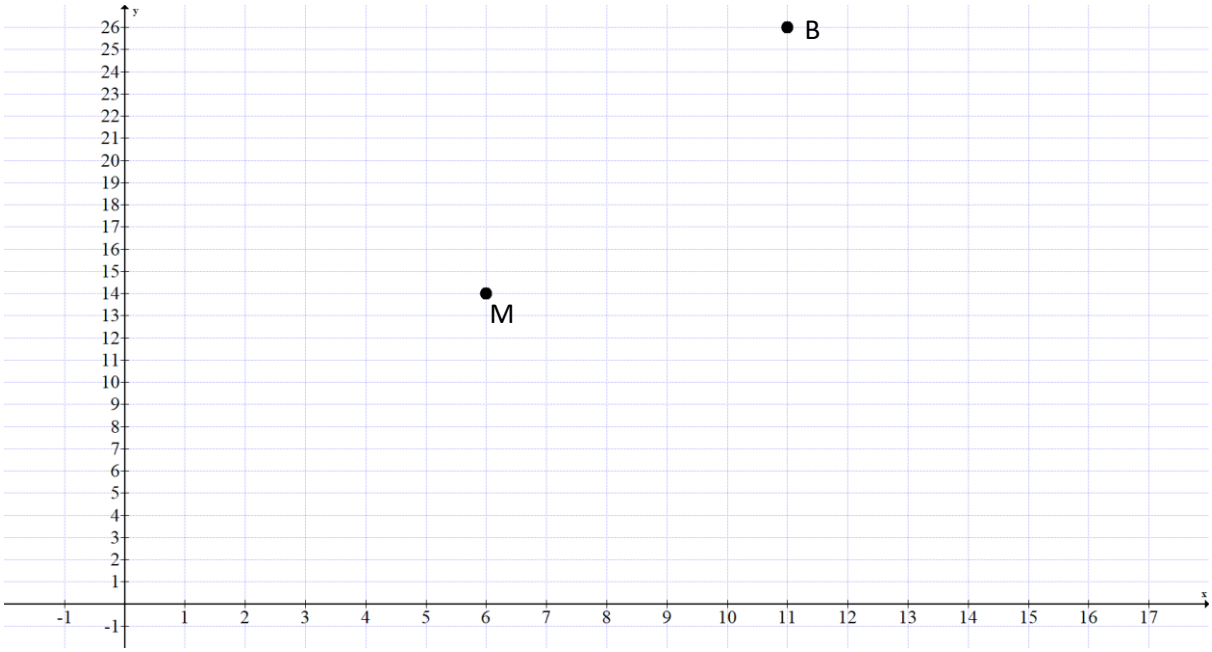
זה).
אורך הגובה היורד מנקודהM לצלע AB הוא 3 יחידות אורך, שטח משולש AMB הוא 12 יח"ר.

תרגיל 38 עמוד 109

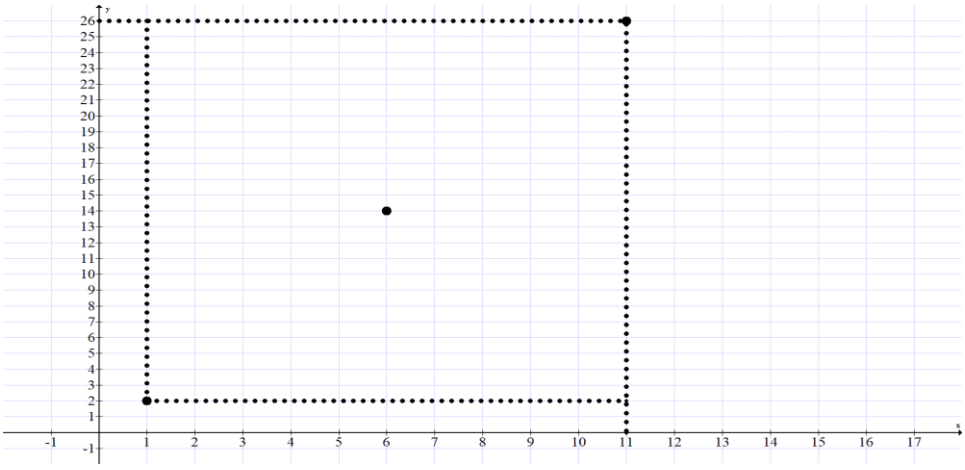
שיעורי נקודה K הם (0, 0), שיעורי נקודה M הם (4, 3 -), משמע שיעורי נקודה L הם (8, 0), שיעורי נקוה E הם (8, 6 -), ושיעורי נקוה T הם (0, 6 -). נובע מתכונת אלכסונים, ותכונת אמצע קטע.
אורכי צלעות המלבן הן 8 ו – 6 יחידות אורך, משמע היקף המלבן 28 יחידות אורך, ושטחו 48 יח"ר.
נחשב את אורך אלכסון המלבן (באמצעות משפט פיתגורס): $TK^2 + LK^2 = 8^2 + 6^2 = TL^2 = 10$.

תרגיל 39 עמוד 109

בכיתות מתקדמות נסתפק בסרטוט סקיצה, בכיתות מתקשות נסרטט מדויק



כדי לקבל את שני הקודקודים האחרים נסרטט ישרים מקבילים לצירים דרך אותן נקודות:



סעיף ג': שיעורי הקודקודים האחרים הם: A(1, 26), C(11, 2).
סעיף ד': אורכי הצלעות הן 10 ו – 24 יחידות אורך, שטח המלבן הוא 240 יח"ר.

תרגיל 40 עמוד 110

סעיף א': נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של אלכסוני המלבן באמצעות שיעורי הקודקודים B ו – D (3, 3 -) (אמצע קטע).

סעיף ב': באמצעות אמצע קטע נמצא את שיעורי קודקוד A (1 -, 4 -).
סעיף ג': כדי לחשב את היקף ושטח המלבן, יש לחשב את אורכי צלעות המלבן.
$BC = \sqrt{(-7-(-2))^2 + (2-7)^2} = \sqrt{50} = 7.07$,
$AB = \sqrt{(-7-(-4))^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{18} = 4.25$. ההיקף 22.63 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח המלבן: $S_{ABCD} = \frac{\sqrt{50}\cdot\sqrt{18}}{2} = 30$, שטח המלבן 30 יח"ר.

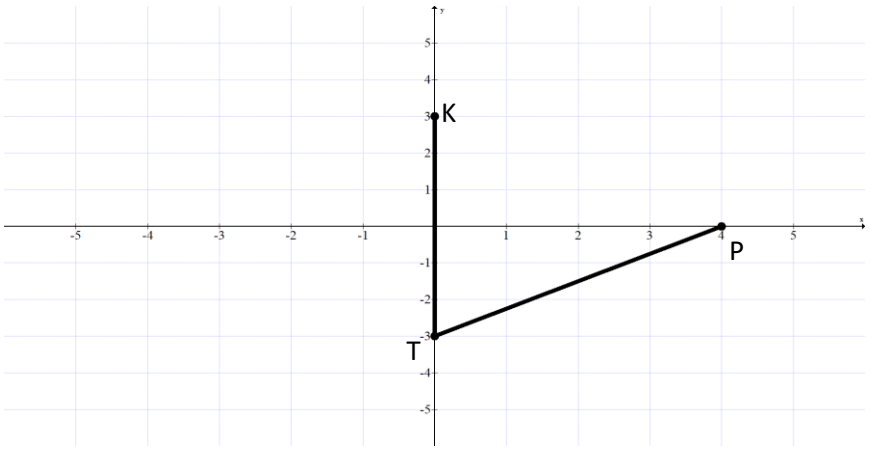
תרגיל 41 עמוד 110
בתרגיל נתונים קודקודים סמוכים של ריבוע (כל צלעותיו שוות).
בדיון נשאל: האם מוכרחים לסרטט סרטוט מדויק במערכת צירים? אולי רק סקיצה?
סעיף א': אורך צלע הריבוע: $KE = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{25} = 5$, 5 יחידות אורך.
סעיף ב': שטח הריבוע הוא 25 יח"ר.
סעיף ג': את אורך אלכסון הריבוע ניתן לחשב באמצעות משפט פיתגורס: נגדיר את אורך האלכסון ב – a.
$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 5^2 = 25$, $a^2 = 50$, $a = \sqrt{50}$.
דרך נוספת: שטח ריבוע הוא מחצית מכפלת האלכסונים: $\frac{a\cdot a}{2} = 25$.
סעיף ד': הוכחה.

תרגיל 42 עמוד 110
נזכיר כי אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה, האלכסון מאונכים זה לזה, חוצים זה את זה.
סעיף א': שיעורי נקודה M הם: (0, 0) ראשית הצירים.
סעיף ב': אורכי הניצבים של משולש ABM הם 6, ו – 9 יחידות אורך, שטח המשולש 27 יח"ר.
סעיף ג': שטח המעוין הוא 108 יח"ר, אלכסוני המעוין מחלקים את המעוין ל – 4 משולשים חופפים.
סעיף ד': נחשב את מכפלת האלכסונים: $12 \cdot 18 = 216$, משמע מכפלת האלכסונים גדולה פי 2 משטח המעוין.

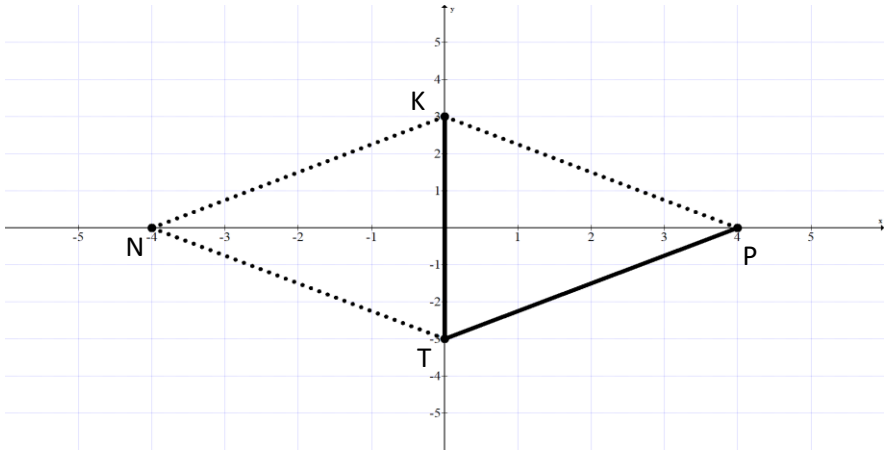
תרגיל 43 עמוד 110
נתון מעוין שאלכסוניו מקבילים לצירים.
סעיף א': את שיעורי נקודה M ניתן למצוא באמצעות אמצע קטע של כל שני קודקודים נגדיים (2 -, 2)M.
סעיף ב': אורך האלכסון AC הוא 8 יחידות אורך, אורך האלכסון BD הוא 6 יחידות אורך.
סעיף ג': נחשב את אורך אחת הצלעות: $AD^2 = 3^2 + 4^2$, $AD = 5$, היקף המעוין 20 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח משולש DMA הוא 6 יח"ר, שטח המעוין 24 יח"ר.

תרגיל 44 עמוד 111
סעיף א': אורכו של AB הוא 10 יחידות אורך: $AB^2 = 6^2 + 8^2$.
סעיף ב': היקף המעוין 40 יחידות אורך.
סעיף ג': שיעורי נקודה C הם (0, 16), "זזנו" ימינה 10 יחידות על ציר ה – x.
סעיף ד': גובה המעוין לצלע BC הוא 8 יחידות אורך, שטח המעוין 80 יח"ר.
סעיף ה': שיעורי נקודה D הם (8, 10) ראו סעיף ג'.

תרגיל 45 עמוד 111
נסרטט את המעוין
במערכת צירים:



נערוך דיון: מי האלכסון ומי הצלע בסרטוט הנתון?
תשובה: האורך KT אינו שווה לאורך TP, ולכן אחד מהם הוא צלע והשני אלכסון.
דרך נוספת: כיוון שאלכסוני המעוין מאונכים זה לזה, אזי KT הוא האלכסון, ו – PT צלע המעוין.
בשאלה כתוב: המרובע TPKN הוא מעוין, משמע נקודה N נמצאת בין הקודקודים T ו – K.
שיעורי נקודה N הם (0, 4 -).



סעיף ג': אורך צלע המעוין 5 יחידות אורך (משפט פיתגורס).
סעיף ד': שטח משולש KOP הוא 6 יח"ר, מכאן ששטח המעוין 24 יח"ר. (טעות בתשובה 25)
סעיף ה': אלכסוני המעוין נחתכים בראשית הצירים (0, 0).

תרגיל 46 עמוד 111
נתונה מקבילית, האלכסונים חוצים זה את זה.
סעיף א': שיעורי נקודה M הם (4, 5).
סעיף ב': שיעורי קודקוד C הם (6, 6) חישבנו באמצעות אמצע קטע.
סעיף ג': נחשב את אורך הצלע AB: $AB = \sqrt{4 - 2)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{13} = 3.61$.
נחשב את אורך הצלע AD: $AD = \sqrt{(4 - 8)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{17} = 4.12$, ההיקף 15.46 יחידות אורך.

תרגיל 47 עמוד 111
דומה לתרגיל 46, ההבדל שתי צלעות מקבילות לציר ה – x, ולכן נוכל למצוא את גובה המקבילית.
סעיף א': שיעורי נקודה M הם: (3.5, 1) באמצעות אמצע קטע.
סעיף ב': שיעורי קודקוד B הם: (6, 5). ניתן "לזוז" 6 יחידות ימינה מנקודה A לנקודה B, או באמצעות אמצע קטע.
סעיף ג': אורך הגובה לצלע CD הוא 5 יחידות אורך. סעיף ד': שטח המקבילית הוא 30 יח"ר.

תרגיל 48 עמוד 112
נתון טרפז ישר-זווית. הבסיסים הם AB ו – CD, השוקיים הם AD ו – BC, גובה הטרפז הוא AD.
סעיף א': אורך AB הוא 2 יחידות אורך.
סעיף ב': אורך CD הוא 5 יחידות אורך.
סעיף ג': אורך AD הוא 3 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח הטרפז: $S_{ABCD} = \frac{3 \cdot (2+5)}{2} = 10.5$. שטח הטרפז הוא 10.5 יח"ר.

תרגיל 49 עמוד 112
בסיסי הטרפז הם: LM ו – KT, גובה הטרפז הוא LO (O ראשית הצירים).
סעיף א': אורך LM הוא 3 יחידות אורך.
סעיף ב': אורך KT הוא 6 יחידות אורך.
סעיף ג': גובה הטרפז הוא 4 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח הטרפז: $S_{KLMT} = \frac{4 \cdot (3+6)}{2} = 18$. שטח הטרפז 18 יח"ר.

סעיף ה': כדי למצוא את היקף הטרפז יש לחשב את אורך השוקיים.
$LK = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20} = 4.47$.
$MT = \sqrt{(4-3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{17} = 4.12$. ההיקף הוא 17.59 יחידות אורך.

משוואת הקו הישר

בפרק זה נתמקד במציאת משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה, ועל-פי שתי נקודות שעל הישר.
נלמד למצוא נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודה על ישר בעלת תכונה מוגדרת, ומציאת היקפים ושטחים של מצולעים שונים.
בנספח ג' שבסוף הספר, יש חזרה על משוואת הקו הישר.
בחטיבת הביניים למדו התלמדים חלק מפרק זה, בכיתות מתקשות נעשה חזרה על הנספח.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד למצוא שיפוע ישר עלפי שתי נקודות שעליו.
√ התלמיד ילמד למצוא משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה על הישר.
√ התלמיד ילמד למצוא משוואת ישר על-פי שתי נקודות על הישר.
√ התלמיד ילמד לחשב צלעות, היקפים ושטחים של משולשים במערכת צירים.
√ התלמיד ילמד לחשב צלעות היקפים ושטחים של מרובעים במערכת צירים.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **6 שעות.**

<u>א. שיפוע ישר על-פי שתי נקודות שעליו</u>

בסעיף זה נלמד לחשב שיפוע ישר (אם הוא קיים) על-פי שתי נקודות שעליו.

הסבר ודוגמה פתורה – שיפוע ישר, עמודים 113 - 115
תזכורת: שיפוע ישר המיוצג באמצעות האות m, הוא קצב השינוי של הישר, כלומר היחס בין השינוי בערכי ה – y, לבין השינוי בערכי ה- x של הישר.
לשיפוע של ישר יכול להיות ערך חיובי, ערך שלילי, אפס, או שיפוע לא מוגדר (ישר המקביל לציר ה - y).
הנוסחה למציאת שיפוע של ישר: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, כאשר (x_1 , y_1) או (x_2 , y_2) מייצגים את שיעורי הנקודות.
דוגמה המייצגת את כל אפשרויות למציאת שיפוע m (חיובי, שלילי,0, או אין שיפוע).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 50 עמוד 115
מציאת שיפוע ישר, כאשר שתי הנקודות ברביע הראשון.

תרגיל 51 עמוד 115
מציאת 6 שיפועים של ישרים.
כאשר שיעורי נקודה את הם שלילים ושיעורי הנקודה השנייה חיוביים, תלמיד שיקבע כי (x_2 , y_2) הם השיעורים השליליים הוא לא יטעה. כאשר שיעורי שתי הנקודות הם שליליים, או שאחד משני השיעורים בכל נקודה הוא שלילי, אזי יכולה להיות שגיאה נפוצה: יש מינוס של השיעור, ומינוס של הפעולה.
בכיתות מתקשות הדגישו: $m = \frac{y_2 - (y_1)}{x_2 - (x_1)}$.

תרגיל 52 עמוד 115
מציאת השיפועים של צלעות משולש.
ניתן לסרטט סקיצה של משולש כלשהו, או לסרטט את המשולש במערכת צירים.
סרטוט מדויק במערכת צירים יכול לתת "אישור" לגבי הסימן של השיפוע (חיובי שלילי או 0).

תרגיל 53 עמוד 115

מציאת שיפוע האלכסונים של המרובע: $m_{AC} = \frac{6-(-4)}{-2-3} = -2$, $m_{BD} = \frac{5-(-7)}{1-(-2)} = 4$.

תרגיל 54 עמוד 115

ראשית הצירים משמע: (0, 0), השיפוע הוא (4 -).

תרגיל 55 עמוד 116

הנקודה שמרחקה 5 יחידות מראשית הצירים בכיוון החיובי של ציר ה – x היא הנקודה (0, 5). הנקודה שמרחקה 4 יחידות מראשית הצירים בכיוון החיובי של ציר ה – y היא הנקודה (4, 0). שיפוע הישר הוא $\left(-\frac{4}{5}\right)$

תרגיל 56 עמוד 116

סעיף א': סימון.

סעיף ב': כל נקודה במערכת הצירים כך ש: x < - 3 ו - y > 2 או

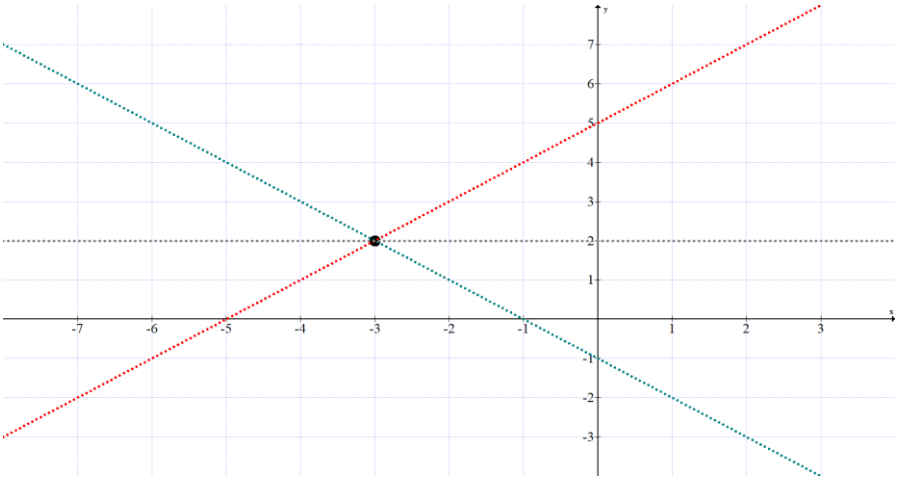
כל נקודה במערכת הצירים כך ש: x < - 3 ו - y < 2.

סעיף ג': כל נקודה במערכת הצירים כך ש: x > - 3 ו - y < 2 או

כל נקודה במערכת הצירים כך ש: x < - 3 ו - y > 2.

סעיף ד': כל נקודה על הישר y = 2.

בכיתות מתקשות נסרטט: (שיפוע הישר רנדומלי)



ב. <u>משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה על הישר</u>

הסבר ודוגמה פתורה – משוואת ישר על-פי שיפוע ונקודה על הישר, עמודים 116, 117

משוואת ישר מפורשת היא מהצורה: y = mx + b.

כדי למצוא משוואת ישר כאשר נתונים שיפוע הישר ונקודה הנמצאת עליו יש שתי דרכים:

דרך אחת: הצבה של הנקודה והשיפוע במשוואת הישר המפורשת, ומציאת ערך האיבר b.

דרך שנייה: שימוש בנוסחה למציאת שיפוע כאשר נקוה אחת היא (x ,y) (נקודה כללית על הישר) והנקודה השנייה היא נקודה נתונה: (x_1, y_1), וכך נקבל: $y - y_1 = m(x_1 - x_1)$.

דוגמה המראה את השימוש בכל אחת מהדרכים.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 57 עמוד 118

מציאת משוואת ישר כאשר נתונים שיפוע ונקודה על הישר.

תרגיל 58 עמוד 118

מציאת 6 משוואות ישר באמצעות שיפוע ונקודה הנמצאת על הישר.

תרגיל 59 עמוד 118

סעיף א': $y - (-2) = 3(x - 1)$, $y = 3x - 5$. הישר עולה כי השיפוע שלו חיובי.

סעיף ב': $y - 10 = -5(x - (-8))$, $y = -5x - 30$. הישר יורד כי השיפוע שלו שלילי.

תרגיל 60 עמוד 118

סעיף א': משוואת הישר: $y - (-4) = -2(x - 1)$, $y = -2x - 2$.

סעיף ב': הישר יורד כי השיפוע שלו שלילי.

סעיף ג': נקודת החיתוך עם ציר ה – x, משמע $(x, 0)$, נציב $y = 0$, ונקבל $(-1, 0)$.

נקודת החיתוך עם ציר ה – y, משמע $(0, b)$, או $(0, y)$, הנקודה היא $(-2, 0)$.

תרגיל 61 עמוד 118

תרגיל זה בא לחדד את המשמעות של ישר המקביל לאחד הצירים אן מתלכד אתו.

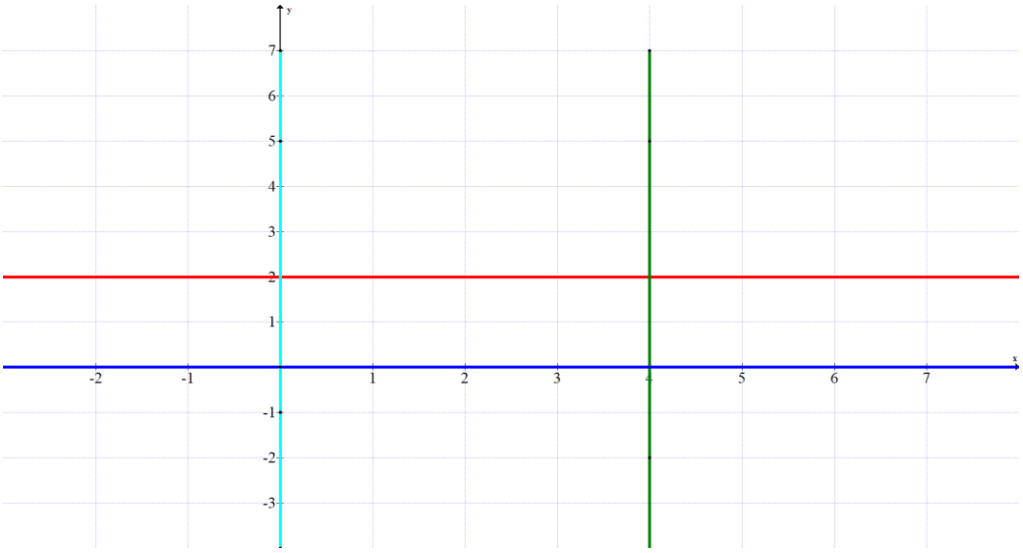
סעיף א': $y = 2$.

סעיף ב': $x = 4$.

סעיף ג': $y = 0$.

סעיף ד': $x = 0$.

נסרטט במערכת הצירים:



תרגיל 62 עמוד 118

נתבונן בשלושת הישרים:

גרף (1) הוא ישר יורד, השיפוע שלילי (אינו 1).

גרפים (2) ו - (3) הם ישרים עולים (שיפוע חיובי) אך הם חותכים את ציר ה – y בנקודות שונות (0 או שלילי).

לכן, כדי לדעת איזה ישר שיפועו 1 והוא עובר דרך הנקודה $(1, 1)$, עלינו למצוא את משוואת הישר.

$y - 1 = 1(x - 1)$, $y = x$. ישר זה עובר דרך ראשית הצירים, ולכן הגרף המתאים הוא גרף (3).

תרגיל 63 עמוד 118

סעיף א': ניזכר כיצד מוצאים נקודת קצה קטע כאשר נתונים אמצע הקטע, ונקודת הקצה השנייה:

$x = -1$, $\frac{x-5}{2} = -3$, $y = -1$, $\frac{y-3}{2} = -2$, נקודה $B(-1, -1)$.

סעיף ב': משוואת הישר: $y - (-1) = -4(x - (-1))$, $y = -4x - 5$.

הסבר ודוגמה פתורה – משוואה כללית של ישר, עמודים 119, 120

תזכורת: **משוואה כללית** של ישר: $Ax + By + C = 0$.

כדי לעבור ממשוואת ישר כללית למשוואת ישר מפורשת (כדי לדעת מהו m למשל) אנו מבצעים פעולות של העברת אגפים וחילוק ב- B.

בדוגמה אנו מבצעים מעבר ממשוואת ישר כללית למשוואת ישר מפורשת.
כמו כן, התלמידים נדרשים לבדוק האם נקודה מסוימת נמצאת על ישר או לא.
אפשרות א': להציב את שיעורי הנקודה במשוואת הישר הכללית או המשוואה המפורשת. אם קיבלנו **זהות**, אזי הנקודה נמצאת על הישר.
אפשרות ב': להציב רק את שיעור ה – x של הנקודה, לחשב את שיעור ה – y וראות אם קיבלנו את שיעור ה – y המתאים, אזי הנקודה נמצאת על הישר.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 64 עמוד 120

סעיף א': $4x + 2y - 3 = 0$, $2y = -4x + 3$, $y = -2x + 1.5$.

סעיף ב': (1) הנקודה (0, 0) לא נמצאת על הישר בוודאות, נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא (1.5, 0).
(2) הנקודה (1.5, 0) נמצאת על הישר (ראו הסבר). הנקודה (0, 4) לא נמצאת על הישר.

תרגיל 65 עמוד 120

סעיף א': $y - (-4) = \frac{1}{2}(x - 2)$, $y = \frac{1}{2}x - 5$.

סעיף ב': נבצע מספר פעולות: $y = \frac{1}{2}x - 5 /\cdot 2$, $2y = x - 10$, $-x + 2y + 10 = 0$.
משוואה (2) שקולה למשוואת הישר המפורשת שמצאנו.
סעיף ג': הצבה במשוואת הישר ומציאת השיעור החסר.

תרגיל 66 עמוד 120

סעיף א': $y - (-1) = -\frac{3}{4}(x - 8)$, $y = -\frac{3}{4}x + 5$.

סעיף ב': נבצע מספר פעולות: $y = -\frac{3}{4}x + 5 /\cdot 4$, $4y = -3x + 20$, $3x + 4y - 20 = 0$.

סעיף ג': הנקודה (8, 0) לא נמצאת על הישר, הנקודה (2, 4) נמצאת על הישר: $3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 20 = 0$.
הנקודה (5, 0) נמצאת על הישר (נקודת החיתוך עם ציר ה – y).

תרגיל 67 עמוד 120

משוואת ישר המקביל לציר ה – x היא מהצורה: $y = b$ (אין x או יש 0x).
משוואת ישר המקביל לציר ה -y היא מהצורה: $x = a$ (אין y או יש 0y).
לכן המשוואה הכללית היא משוואה (2) $x - 0y + 2 = 0$, או $x = -2$.

ג. <u>משוואת ישר על-פי שתי נקודות שעליו</u>

הסבר ודוגמה פתורה – משוואת ישר על-פי שתי נקודות על הישר, עמוד 121

כאשר אנו נדרשים למצוא את משוואת הישר העובר דרך שתי נקודות שעליו, עלינו לבצע שתי פעולות:
פעולה ראשונה מציאת השיפוע (m) באמצעות הנוסחה.
פעולה שנייה: מציאת משוואת הישר המפורשת באמצעות הנוסחה.
דוגמה הממחישה את שתי הפעולות.

תרגיל 68 עמוד 121

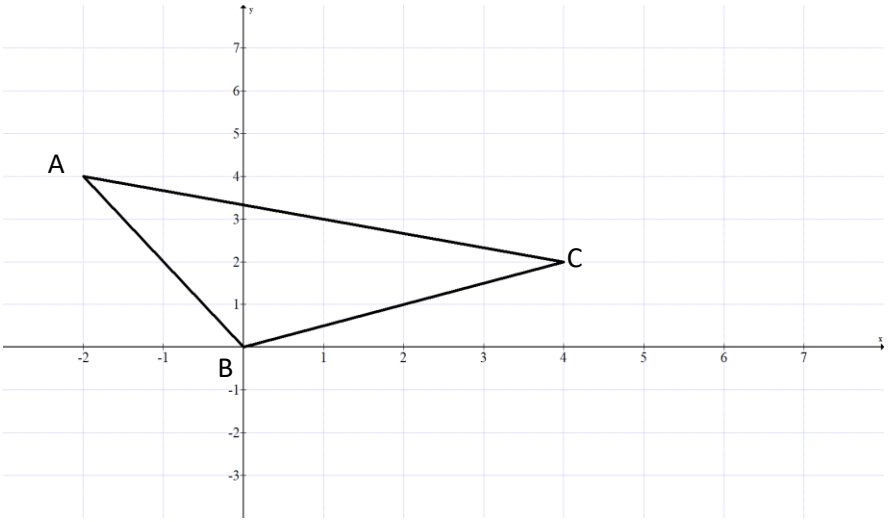
תרגול הדומה לדוגמה הפתורה, שתי נקודות הנמצאות ברביע הראשון.

תרגיל 69 עמוד 121

מציאת משוואות של 6 ישרים כאשר נתונות שתי נקודות שעל כל ישר.

תרגיל 70 עמוד 122

בכיתות מתקשות ניתן לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם המחשה:



נמצא את משוואת הישר AC. שיפוע הישר: $m = \frac{4-2}{-2-4} = -\frac{1}{3}$, משוואת הישר: $y-2 = -\frac{1}{3}(x-4)$.

המשוואה המפורשת: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$, המשוואה הכללית: 3y + x – 10 = 0.

נמצא את משוואת הישר AB. שיפוע הישר: $m = \frac{4-0}{-2-0} = -2$, משוואת הישר: $y-0 = -2(x-0)$.

המשוואה המפורשת: $y = -2x$, המשוואה הכללית: 2x + y = 0.

נמצא את משוואת הישר BC. שיפוע הישר: $m = \frac{0-2}{0-4} = \frac{1}{2}$, משוואת הישר: $y-0 = \frac{1}{2}(x-0)$.

המשוואה המפורשת: $y = \frac{1}{2}x$, המשוואה הכללית: 2y – x = 0.

בכיתות מתקדמות ניתן למצוא את משוואת הישר מתוך מערכת צירים משובצת (כמו בתחילת התרגיל) ללא חישוב. פעולה זו ממחישה את מהות השיפוע.

תרגיל 71 עמוד 122

נמצא את שיפוע הישר: $m = \frac{-4-4}{6-2} = -2$, משוואת הישר: $y-4 = -2(x-2)$. y = - 2x + 8

סעיף ב': נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא: (0, 8). נקודת החיתוך עם ציר ה – x היא: (4, 0).

תרגיל 72 עמוד 122

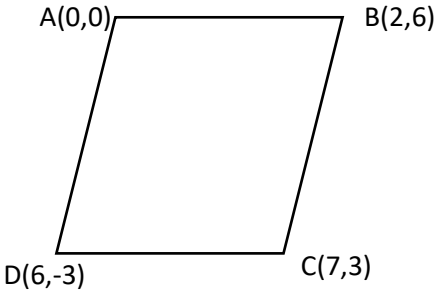
סעיף א': נמצא את שיפוע הישר: $m = \frac{-4-2}{-1+3} = -3$, משוואת הישר: $y-2 = -3(x+3)$. y = - 3x - 7

סעיף ב': הנקודה (7 -, 0) נמצאת בוודאות על הישר, הנקודה (2, 3) אינה נמצאת על הישר,
הנקודה (1 -, 2 -) נמצאת על הישר: 7 – (2 -) · 3 - = 1 -, 1 - = 1 - .

סעיף ג': $AB = \sqrt{(-1+3)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{40} = 6.32$.

תרגיל 73 עמוד 122

ניתן לסרטט סקיצה



סעיף א': נמצא את שיפוע הישר AB: $m = \frac{6-0}{2-0} = 3$, משוואת הישר: $y-0 = 3(x+0)$. y = 3x

נמצא את שיפוע הישר CD: $m = \frac{-3-3}{6-7} = 6$, משוואת הישר: $y-3 = 6(x-7)$. y = 6x - 39

סעיף ב': $AC = \sqrt{0-7)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{58} = 7.62$,
$BD = \sqrt{6-2)^2 + (-3-6)^2} = \sqrt{97} = 9.85$.

תרגיל 74 עמוד 122

סעיף א': $x_C = \frac{5+1}{2} = 3$ $y_C = \frac{-2+4}{2} = 1$, C(3 ,1).
סעיף ב': $m = \frac{1-0}{3-0} = \frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{3}x$.

תרגיל 75 עמוד 122

סעיף א': אם נמצא כי הישר הוא מהצורה y = mx, כלומר b = 0, אזי הישר עובר דרך ראשית הצירים.
נחשב את השיפוע: $m = \frac{5+5}{-1-1} = -5$, y – 5 = - 5(x + 1), y = - 5x, הישר עובר דרך ראשית הצירים.
סעיף ב': $m = \frac{5-5}{1+1} = 0$, y = 5, הישר אינו עובר דרך ראשית הצירים.
סעיף ג': נמצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה A ודרך ראשית הצירים: y = 2x, נציב x = 3, ונקבל 6.

ד. משולשים

דוגמה פתורה – משולש שווה-שוקיים, עמודים 123, 124

הדוגמה הפתורה מקיפה את כל מה שנלמד ביחידה זו תוך שימוש בתכונות של משולש שווה-שוקיים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 76 עמוד 125

סעיף א': משוואת הישר: y – (- 3) = - 1(x – 4), y = - x + 1.
סעיף ב': נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא (1, 0). נקודת החיתוך עם ציר ה – x היא (0, 1).
סעיף ג': סרטוט.
סעיף ד': הישר יוצר עם הצירים משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים.

תרגיל 77 עמוד 125

סעיף א': תשובה מיידית: y = x + 6.
סעיף ב': נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא: (6, 0), נקודת החיתוך עם ציר ה – x היא: (0, 6 -).
סעיף ג': סרטוט.
סעיף ד': שטח המשולש הוא 18 יח"ר.

תרגיל 78 עמוד 125

סעיף א': המשוואה הכללית היא: x + 4y – 8 = 0 / - x, + 8 , x + 4y = 8, $y = \frac{1}{4}x + 2$.
סעיף ב': נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא: (2, 0), נקודת החיתוך עם ציר ה – x היא: (0, 8).
סעיף ג': סרטוט.
סעיף ד': שטח המשולש הוא 8 יח"ר.

תרגיל 79 עמוד 125

סעיף א': משוואת הישר: y – (- 9) = - 3(x – 6), y = - 3x + 9.
סעיף ב': נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא: (9, 0), נקודת החיתוך עם ציר ה – x היא: (0, 3).
סעיף ג': שטח המשולש הוא: 13.5 יח"ר.
סעיף ד': אורך שתי צלעות של המשולש הם: 9 ו – 3 יחידות אורך. אורך הצלע השלישית הוא: 9.49 יחידות.
$d = \sqrt{0-3)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{90} = 9.49$, היקף: 21.49 יחידות אורך.

תרגיל 80 עמוד 125

נשאל את התלמידים: מה ההבדל בין שני הייצוגים האלגבריים של הישרים הנתונים?
התשובה: שניהם חותכים את ציר ה – y באותה נקודה, אך שונים במקדם של השיפוע (חיובי/שלילי).
סעיף א': לישר AB מתאימה משוואה (1) כי הוא ישר עולה ושיפועו חיובי.

לישר AC מתאים ישר (2) כי הוא ישר יורד ושיפועו שלילי.
סעיף ב': A(0 ,4), C(2 ,0), B(- 2 ,0).
סעיף ג': שטח המשולש הוא 8 יח"ר.
סעיף ד': נרשום: ((2 -) – x)3 - = 0 – y, y = - 3x – 6.

תרגיל 81 עמוד 126

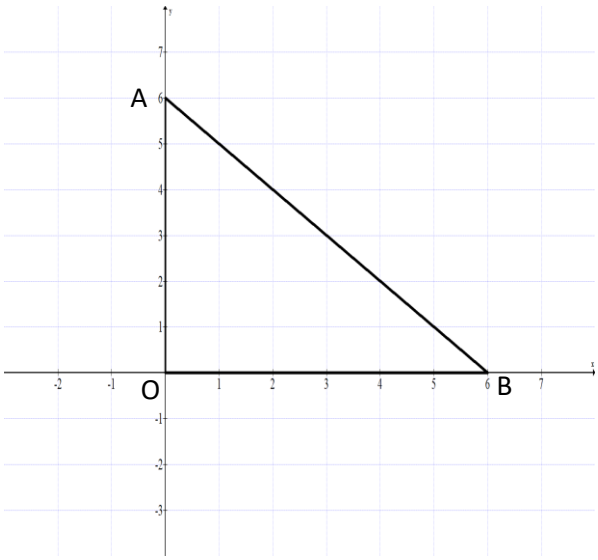
כמו בתרגיל הקודם, ננתח את ההבדלים בין שלושת הייצוגים האלגבריים של הישרים.
סעיף א': הישר AK הוא הישר היחיד העולה (שיפוע חיובי), ולכן נתאים לו את ישר (2). הישרים AB ו – KT הם ישרים יורדים (שיפוע שלילי), אולם ישר AB חותך את ציר ה – y בחלק החיובי, ולכן נתאים לו את ישר (3), ואילו הישר KT חותך את ציר ה – y בחלק השלילי, ולכן נתאים לו את ישר (1),
סעיף ב': A(0 ,8), B(8 ,0), K(- 8 ,0), T(0 , - 8).
סעיף ג': משוואת הישר TB: $m = \frac{-8-0}{0-8} = 1$, y = x – 8.
סעיף ד': שטח המשולש 32 יח"ר.

תרגיל 82 עמוד 126

סעיף א': משוואת AB: $y = -\frac{4}{3}x + 12$.
סעיף ב': B(9 ,0).
סעיף ג': $m = \frac{0-12}{-16-0} = \frac{3}{4}$, $y = \frac{3}{4}x + 12$.
סעיף ד': אורך הצלע BC הוא 25 יחידות אורך, $AB = \sqrt{(0-9)^2 + (12-0)^2} = \sqrt{225} = 15$,
$AC = \sqrt{(-16-0)^2 + (0-12)^2} = \sqrt{400} = 20$.
סעיף ה': $15^2 + 20^2 = 25^2$, כן, (שלשה פיתגורית).

תרגיל 83 עמוד 126

בכיתות מתקדמות נשאל: אם לא היה נתון כי קודקוד המשולש הוא על החלק החיובי של ציר ה – x, היכן היינו יכולים למקמו? (ברביע הראשון, ברביע השלישי, על ציר ה – x בחלק השלילי...)
סעיף א': הקודקוד השלישי הוא (0, 6).



סעיף ב': משוואת הישר AB היא: y = - x + 6.
סעיף ג': שטח המשולש הוא 18 יח"ר.
סעיף ד': אורך הצלעות OA ו – OB הוא 6 יחידות אורך, $AB = \sqrt{(6-0)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{72} = 8.49$
היקף המשולש הוא: 20.49 יחידות אורך.

תרגיל 84 עמוד 126

סעיף א': $\frac{-2+x}{2} = -4$, x = - 6, $\frac{6+y}{2} = 4$, y = 2. B(- 6 ,2).

סעיף ב': על-פי הסרטוט עלינו למצוא את אורך כל הצלעות של המשולש כדי לבדוק האם שתיים מהן שוות באורכן. על-פי מראה עיניים (שאסור להסתמך עליו) נחשב תחילה את אורך הצלעות AC ו – BC.

$AC = \sqrt{-2-2)^2 + (6+2)^2} = \sqrt{80}$, $BC = \sqrt{-6-2)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{80}$.

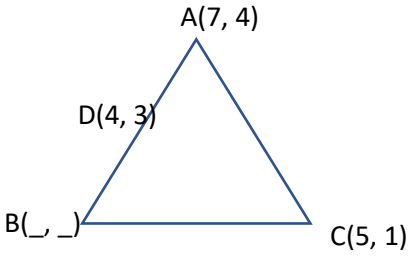
המשולש הוא משולש שווה-שוקיים (אין צורך לבדוק את אורך הצלע AB.

סעיף ג': $m_{AC} = \frac{6-(-2)}{-2-2} = -2$, y – (- 2) = - 2(x – 2) , y = - 2x + 2 (משוואת AC).

$m_{BC} = \frac{2-(-2)}{-6-2} = -\frac{1}{2}$, y – (- 2) = - 0.5(x – 2) , y = - 2x - 1 (משוואת AC).

תרגיל 85 עמוד 127

נסרטט סקיצה של משולש:



סעיף א': בעזרת הנוסחה למציאת אמצע קטע, נמצא את שיעורי נקודה B. B(1 ,2).

סעיף ב': נחשב את השיפוע: $m_{AC} = \frac{4-1}{7-5} = 1.5$, y – 1 = 1.5(x - 5) , y = 1.5x – 6.5.

נחשב את השיפוע: $m_{AB} = \frac{4-2}{7-1} = \frac{1}{3}$, y – 2 = $\frac{1}{3}$(x - 1) , $y = \frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$.

סעיף ג': כדי לדעת אם המשולש הוא משולש שווה-שוקיים, עלינו לחשב את אורכי כל הצלעות. המשולש אינו משולש שווה-שוקיים.

תרגיל 86 עמוד 127

בכיתות מתקשות ניתן לשאול: כמה משולשים בסרטוט? (שלושה משולשים: OBC, OBA, OCA).

איזה סוג הוא כל משולש? (שניים ישרי-זווית, ואחד קהה-זווית).

סעיף א': AO = 8, נרשום נוסחה: $S = \frac{AO \cdot AB}{2} = \frac{8 \cdot AB}{2} = 24$, AB = 6, שיעורי נקודה B הם (6, 8).

סעיף ב': בדרך דומה נמצא את שיעורי נקודה C, ((10, 8).

סעיף ג': הדרך הפשוטה ביותר היא לחשב באמצעות חיסור שטחים שטח משולש OBC הוא 16 יח"ר. ניתן לחשב באמצעות שטח משולש כאשר הצלע הנתונה היא הצלע BC, שאורכה 4 יחידות אורך, והגובה היורד אליה אורכו הוא 8 יחידות (כמו OA).

סעיף ד': $m_{OB} = \frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4}$, $y = \frac{3}{4}x$.

סעיף ה': שיעורי נקודה D הם: (8, 8).

תרגיל 87 עמוד 127

כל הנקודות הנמצאות על ישר המקביל לציר ה – y, יש להן אותו שיעור x.

סעיף א': נציב x = 2, במשוואת הישר , ונקבל y = 3, E(2 ,3).

סעיף ב': אורך הקטע BE הוא הפרש שיעורי ה – y, משמע 8 יחידות אורך.

סעיף ג': שיעורי נקודה C הם: (7, 0), $EC = \sqrt{0-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{20}$.

סעיף ד': שיעורי נקודה M הם: (1 -, 2). $m = \frac{7+1}{0-2} = -4$, $y = -4x + 7$.

סעיף ה': אורך הקטע OC הוא 7 יחידות אורך, אורך הגובה לצלע הוא 2 יחידות אורך, שטח המשולש 7 יח"ר.

תרגיל 88 עמוד 128

סעיף א': נעביר את משוואת הישר לצורה המפורשת: y = 2x + 3, T(0 ,3).

סעיף ב': באמצעות הנוסחה לחישוב אמצע קטע נמצא: K(4 ,- 1).

סעיף ג': הנקודה P מרוחקת 6 יחידות אורך שמאלה לנקודה K על ישר המקביל לציר ה -x, ולכן P(1 -, 2 -).
סעיף ד': $m_{PD} = \frac{-1-1}{-2-2} = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}x$.
סעיף ה': הישר PD עובר דרך ראשית הצירים כי b = 0 (או להציב את הנקודה (0, 0) במשוואת הישר).

תרגיל 89 עמוד 128
סעיף א': באמצעות הצבה נקבל B(2 -, 2).
סעיף ב': באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע נקבל: C(1, 1 -). שיעור ה – x של נקוה A שווה לשיעור ה – x של נקודה C, נציב במשוואת הישר ונקבל: A(7, 1 -).
סעיף ג': משוואת הישר AC היא: 1 - = x. משוואת הישר BC היא: $\frac{1+2}{-1-2} = -1$, $y = -x$.
סעיף ד': לנקודות D ו – T אותו שיעור x (0.5), נציב במשוואת הישר ונקבל: T(0.5 ,2.5).
אורך הקטע DT הוא 3 יחידות אורך.
סעיף ה': $S = \frac{3 \cdot 1.5}{2} = 2.25$, שטח המשולש הוא 2.25 יח"ר.

תרגיל 90 עמוד 128
סעיף א': נציב y = 0, ונקבל A(10 ,0).
סעיף ב': באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע נקבל P(6, 2 -).
סעיף ג': $\frac{6-0}{-2-0} = -3$, $y = -3x$.
סעיף ד': לנקודות E ו – T יש אותו שיעור y, נציב y = 3 במשוואת הישר OP, ונקבל T(3, 1 -).
אורך הקטע TE הוא 5 יחידות אורך.
סעיף ה': $S = \frac{TE \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7.5$, שטח המשולש הוא 7.5 יח"ר.

ה. <u>מרובעים</u>

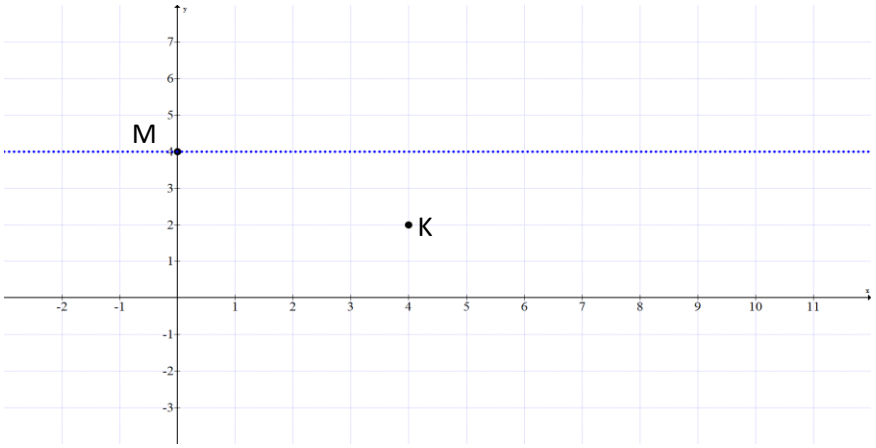
דוגמה פתורה – מקבילית, עמודים 129, 130
בדוגמה הפתורה אנו עושים שימוש בתכונות מקבילית (מקבילות של ישרים, אמצע קטע) לחישובים שונים.
בדוגמה הפתורה יש זוג צלעות נגדיות המקבילות לציר ה – x.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 91 עמוד 130
בדלתון האלכסונים מאונכים זה לזה, האלכסון הראשי חוצה את האלכסון המשני.
בתרגיל זה האלכסון המשני מקביל לציר ה – x והאלכסון הראשי מקביל לציר ה – y.
סעיף א': באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע נקבל: D(1, 10 -).
סעיף ב': $m = \frac{10-1}{2-14} = -\frac{3}{4}$, $y = -\frac{3}{4}x + 11.5$.
סעיף ג': ניתן למצוא את שטח הדלתון באמצעות חישוב שני שטחי משולשים ומכפלתם ב – 2, או מחצית מכפלת האלכסונים. $S_{\Delta AMB} = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54$, $S_{\Delta CMB} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96$, שטח הדלתון הוא 300 יח"ר.

תרגיל 92 עמוד 130
גם בתרגיל זה האלכסונים בדלתון מקבילים לצירים.
סעיף א': $y - 3 = \frac{4}{3}(x + 6)$, $y = \frac{4}{3}x + 11$
סעיף ב': B(0 ,11).
סעיף ג': $m = \frac{11-3}{0-6} = -\frac{4}{3}$, $y = -\frac{4}{3}x + 11$.
סעיף ד': D(0 ,7 -).
סעיף ה': $S = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{12 \cdot 18}{2} = 108$, שטח המשולש 108 יח"ר.

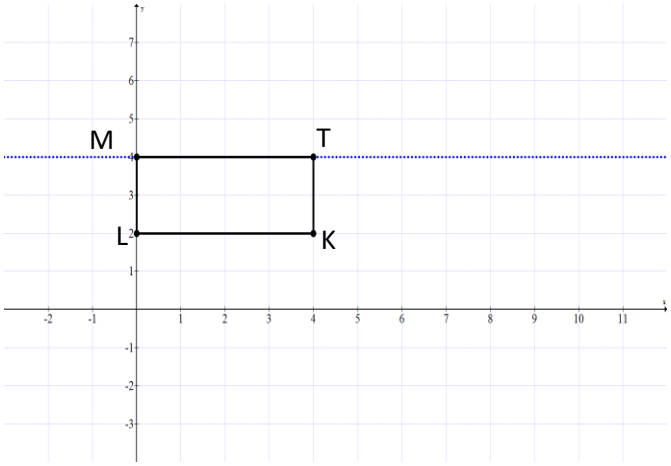
תרגיל 93 עמוד 131

נסמן תחילה את שני הקודקודים K ו – M, וכן את הישר y = 4.



לפי הסרטוט אנו רואים כי צלעות המלבן מקבילות לצירים, ולכן שיעורי קודקוד L הם: L(4, 4), ושיעורי הקודקוד T הם: T(0, 2).

נסרטט את המלבן השלם:



סעיף ב': משוואת הישר *KL* היא: y = 2.

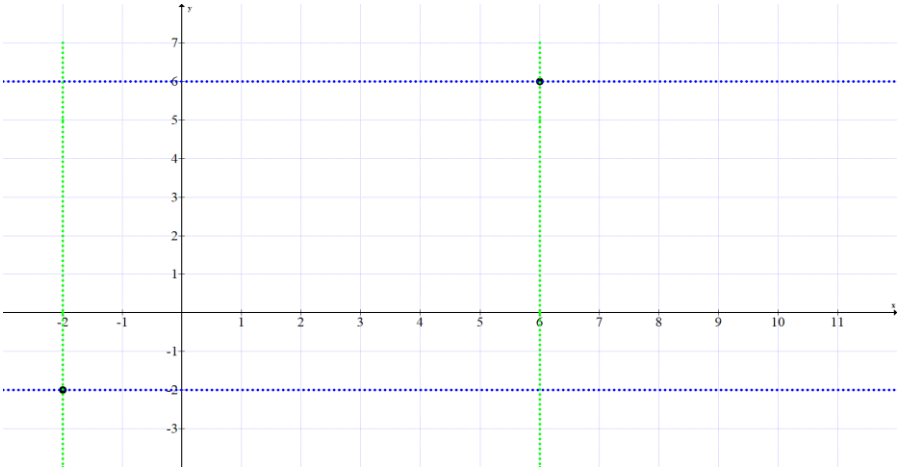
סעיף ג': מצאנו קודם.

סעיף ד': $m = \frac{2-4}{4-0} = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

סעיף ה': אורך צלעות המלבן הם: 4, 2 יחידות אורך, ולכן היקף המלבן הוא 12 יחידות אורך, ושטחו 8 יח"ר.

תרגיל 94 עמוד 131

סעיף א': צלעות הריבוע מקבילות לצירים. נסמן את שני הקודקודים **<u>הנגדיים</u>** הנתונים, ונקבל:



סעיף ב': מסרטוט זה אנו יכולים למצוא את שיעורי שני הקודקודים האחרים: B(6, -2), D(6, -2).

סעיף ג': $m=\frac{-2-6}{-2-6}=1$, $y=x$.

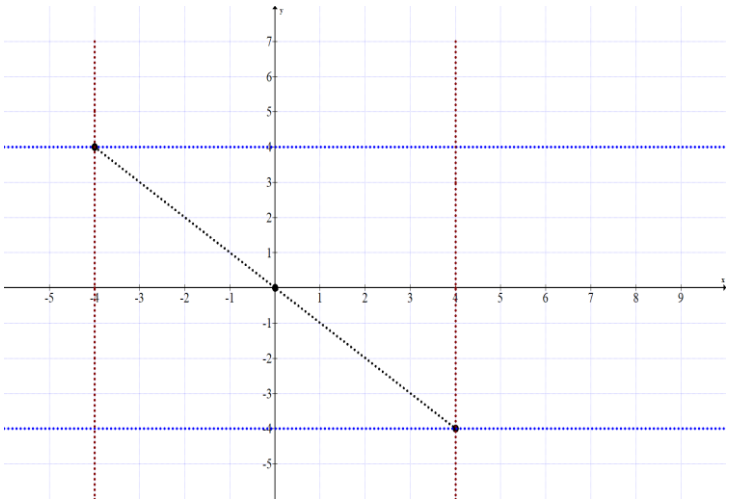
סעיף ד': אורך צלע הריבוע הוא 8 יחידות אורך, ולכן שטח הריבוע הוא 64 יח"ר.

סעיף ה': באמצעות הנוסחה לחישוב אמצע קטע נקבל: (2, 2) נקודת החיתוך של האלכסונים.

תרגיל 95 עמוד 131

נקודת החיתוך של אלכסוני הריבוע היא (0, 0), שיעורי אחד הקודקודים הוא (4 -, 4), באמצעות אמצע קטע נמצא את שיעורי הקודקוד הנגדי (4, 4 -).

נסרטט את הריבוע במערכת צירים:



סעיף ב': (4, 4), (4 -, 4 -), (4, 4 -).

סעיף ג': אורך צלע הריבוע הוא 8 יחידות אורך, ולכן שטחו הוא 64 יח"ר.

סעיף ד': משוואת האלכסונים הם: $y=x$, $y=-x$ ו –.

תרגיל 96 עמוד 131

האלכסונים במעוין חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה, כל הצלעות שוות.

גם בתרגיל זה זוג צלעות נגדיות מקביל לציר ה – x או מתלכד עמו.

בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים לסרטט סקיצה במחברת, ורשום את הנתונים.

סעיף א': את אורך הצלע *AB* ניתן לחשב באמצעות משפט פיתגורס, או באמצעות הנוסחה לחישוב אורך צלע, *AB* = אורך יחידות 15.

סעיף ב': שיעורי נקודה *C* הם (0, 24 -).

סעיף ג': אורך הגובה לצלע *BC* הוא 12 יחידות אורך, שטח המעוין הוא 180 יח"ר.
סעיף ד': שיעורי נקודה *D* הם (12, 15 -) ("זזנו" 15 יחידות שמאלה מנקודה *A*).
סעיף ה': משוואת האלכסון *AC*: $m=\frac{0-12}{-24-0}=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}x+12$.
סעיף ו': (6, 12 -) מצאנו באמצעות הנוסחה לאמצע קטע.

תרגיל 97 עמוד 132
מקבילית שבה זוג צלעות נגדיות מקביל לציר ה – x או מתלכד עמו.
בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים לסרטט סקיצה במחברת, ורשום את הנתונים.
סעיף א': LO הוא הגובה לצלע PT ואורכו 7 יחידות אורך (O ראשית הצירים).
נציב בנוסחת שטח מקבילית: $S=PT\cdot LO=PT\cdot 7=56$, מקנה: 8 יחידות אורך = PT.
סעיף ב': שיעורי נקודה T הם (0, 6).
סעיף ג': משוואת הישר PL: $m=\frac{7-0}{0+3}=\frac{7}{3}$, $y=\frac{7}{3}x+7$.
סעיף ד': שיעורי הנקודה R הם: (7, 8).
סעיף ה': $m=\frac{7-0}{8-5}=\frac{7}{3}$, $y=\frac{7}{3}x+\frac{35}{3}$. (עדיין לא נלמד מצב הדדי של ישרים).
סעיף ו': נקודת החיתוך של האלכסונים היא (3.5, 2.5).

תרגיל 98 עמוד 132
מקבילית שבה הצלעות לא מקבילות לאחד הצירים, אבל אחד האלכסונים מקביל לציר ה – x.
סעיף א': שיעורי נקודה C הם: (2 -, 15 -), מצאנו באמצעות הנוסחה לחישוב אמצע קטע.
סעיף ב': האלכסון AC מקביל לציר ה – x, ולכן משוואת האלכסון היא: y = 2.
סעיף ג': אורך הצלע AC הוא 21 יחידות, אורך הגובה לצלע הוא 12 יחידות, שטח המשולש הוא 126 יח"ר.
סעיף ד': שיעורי נקודה D הם (14 -, 1), מצאנו באמצעות הנוסחה לחישוב אמצע צלע.
סעיף ה': $AB=CD=\sqrt{(-10-1)^2+(10+14)^2}=\sqrt{697}=26.4$.
$BC=AD=\sqrt{(-10+15)^2+(10+2)^2}=\sqrt{169}=13$. היקף המקבילית הוא 78.8 יחידות אורך.

מצב הדדי בין שני ישרים במישור

בפרק זה נתמקד במציאת המצב ההדדי בין שני ישרים או יותר, ושימוש במצב ההדדי לקביעת סוג הצורה הגיאומטרית.
מצב הדדי בין שני ישרים נלמד כבר בחטיבת הביניים (פתרון מערכת משוואות בשני נעלמים), בפרק זה אנו מרחיבים את הידע בנושא.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד ישרים מקבילים וישרים מתלכדים.
√ התלמיד ילמד ישרים נחתכים.
√ התלמיד ילמד מצב הדדי של ישרים במשולשים.
√ התלמיד ילמד מצב הדדי של ישרים במרובעים.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **6 שעות.**

א. <u>ישרים מקבילים וישרים מתלכדים</u>

בסעיף זה נזהה ישרים מקבילים או מתלכדים, ונמצא משוואת ישר המקביל לישר נתון.

הסבר ודוגמה פתורה – ישרים מקבילים וישרים מתלכדים, עמודים 133, 134

בספר יש יישומון  הממחיש את המצב ההדדי של שני ישרים מקבילים ו/או מתלכדים.
המשימה: כנסו ליישומון דסמוס הבא:

א. מה המצב ההדדי של 5 הגרפים?
ב. מהו ערכו של m בכל אחת מ-5 משוואות הישרים?
א. האם הערך של b בכל אחת מ- 5 משוואות הישרים הוא שווה ?
ב. מהו לדעתכם הקשר בין ערכי m ו- b לבין המצב ההדדי בין הישרים?
ג. לחצו על העיגול שמשמאל לפונקציה האחרונה, מה קרה בסרטוט? נסו להסביר זאת.

<u>תזכורת</u>: מהם שני שירים מקבילים, ודוגמה, מהם שני ישרים מתלכדים ודוגמה.
דוגמה בה אנו מוצאים ישר המקביל לישר נתון, ומציאת שיפוע של ישר שאינו מקביל לישר הנתון.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 99 עמוד 135

מתוך 6 משוואות של ישרים, התלמידים מתבקשים למצוא זוגות של ישרים מקבילים או ישרים מתלכדים.

תרגיל 100 עמוד 135

סעיף א': שיפוע הישר הוא 2, משוואת הישר: $y - 1 = 2(x - 4)$, $y = 2x - 7$.
סעיף ב': משוואת הישר המתלכד עם הישר הנתון: האופציה הברורה מאליה: $y = 2x - 7$, אפשרויות נוספות:
$y = -7 + 2x$, $2y = 4x - 14$, $y - 2x = -7$.....

תרגיל 101 עמוד 135

סעיף א': שיפוע הישר הוא 5, משוואת הישר: $y - 3 = 5(x - 1)$, $y = 5x - 2$.
סעיף ב': שיפוע הישר הוא (2 -), משוואת הישר: $y - 4 = -2(x - 5)$, $y = -2x + 14$.
סעיף ג': שיפוע הישר הוא $\frac{1}{3}$, משוואת הישר: $y - 9 = \frac{1}{3}(x - 3)$, $y = \frac{1}{3}x + 8$.
סעיף ד': שיפוע הישר הוא $-\frac{1}{4}$, משוואת הישר: $y - 6 = -\frac{1}{4}(x + 4)$, $y = -\frac{1}{4}x + 5$.

תרגיל 102 עמוד 135

בסעיפים א', ב' ו – ד' משוואת הישר היא בצורתה הכללית, יש להביאה לצורה המפורשת כדי לדעת מהו השיפוע. בסעיף ד' זהו ישר המקביל לציר ה – y (אין לו שיפוע).
סעיף א': השיפוע הוא (4 -), משוואת הישר: $y - 5 = -4(x - 3)$, $y = -4x + 17$.
סעיף ב': השיפוע הוא 5, משוואת הישר: $y + 1 = 5(x + 2)$, $y = 5x + 9$.
סעיף ג': השיפוע הוא 0, משוואת היא $y = 6$.
סעיף ד': אין שיפוע, משוואת הישר היא $x = 10$.

תרגיל 103 עמוד 136

סעיף א': נמצא את שיפוע הישר: $m = \frac{2-5}{2-3} = 3$, משוואת הישר: $y - 2 = 3(x - 2)$, $y = 3x - 4$.
סעיף ב': משוואת הישר: $y + 2 = 3(x - 4)$, $y = 3x - 14$.
סעיף ג': האפשרות הקלה ביותר: (14 -, 0) שהיא נקודת החיתוך עם ציר ה – y.
אפשרות נוספת: נבחר שיעור x כלשהו (מלבד 4), נציב במשוואה שקיבלנו, ונקבל את שיעור ה -y שלנקודה נוספת הנמצאת על הישר.

תרגיל 104 עמוד 136

טעות אפשרית: $m = 6$, $b = -3$.
סעיף א': נקודת החיתוך עם ציר ה – y מיידית A(0, 6), נקודת החיתוך עם ציר ה – x: $0 = 6 - 3x$, $x = 2$, הנקודה היא B(2, 0).
סעיף ב': שיעורי נקודת האמצע: (3, 1).

סעיף ג': $AB = \sqrt{(0-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{40} = 6.32$.
סעיף ד': השיפוע הוא (3 -)، משוואת הישר: y – 0 = - 3(x + 4)، y = - 3x – 12.

ב. ישרים נחתכים

בסעיף זה נזהה ישרים נחתכים, ונמצא את נקודת החיתוך שלהם.

הסבר ודוגמה פתורה – ישרים נחתכים, עמודים 136 – 138

תזכורת מהם שני ישרים נחתכים (שיפועיהם שונים).



בספר יש הפנייה ליישומון:  המראה את הייצוג האלגברי של שני ישרים נחתכים.

המשימה: כנסו ליישומון דסמוס הבא:

א. מה המצב ההדדי של שני הגרפים?

ב. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

הַסתירו את שני הגרפים על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות. הציגו את גרפים 3 ו - 4 על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות.

ג. מה המצב ההדדי של שני הגרפים?

ד. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

הַסתירו את שני הגרפים על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות. הציגו את גרפים 5 ו - 6 על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות.

ה. מה המצב ההדדי של שני הגרפים?

ו. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

ז. נסחו את הקשר בין שיפועי הישרים לבין המצב ההדדי שלהם.

בדוגמה הפתורה אנו מוצאים נקודות חיתוך עם הצירים של שני ישרים, וכן את נקודת החיתוך ביניהם.
שימו לב: בספר אנו מוצאים את נקודת החיוך בין שני הישרים באמצעות כתיבת משוואת כל ישר בצורתה המפורשת, והשוואה בין שני שיעורי ה - y (פתרון מערכת משוואות בשיטת ההצבה).
אפשרות נוספת היא להביא את משוואות שני הישרים לצורתם הכללית, ופתרון מערכת משוואות בשיטת השוואת מקדמים: $\begin{cases} x+2y=10 \\ -4x+y=-4 \end{cases} / \cdot(-2)$, $\begin{cases} x+2y=10 \\ 8x-2y=8 \end{cases}$, 9x = 18, x = 2, y = 4, (4, 2).

תרגיל 105 עמוד 138

נתונות 6 מערכות של משוואות, התלמידים נדרשים למצוא את המצב ההדדי של הישרים בכל מערכת משוואות.

תרגיל 106 עמוד 138

סעיף א': כל משוואת ישר, מלבד ישר ששיפועו 8.
סעיף ב': כל משוואת ישר ששיפועו 8, מלבד הישר ששיפועו 8 והוא חותך את ציר ה – y בנקודה (10 -, 0).
סעיף ג': y – 8x = - 10, y + 10 = 8x, או 2y = 16x – 20....

תרגיל 107 עמוד 139

אפשרות א': $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+y=7 \end{cases}$, 3x = 9, x = 3, y = 1, נקודת החיתוך (1, 3).
אפשרות ב': להביא את משוואות שני הישרים לצורה המפורשת: y = x – 2, y = - 2x + 7,
x – 2 = - 2x + 7, 3x = 9, x = 3.

תרגיל 108 עמוד 139

נתבונן בישר AC: y + x = 9, נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא A(0 ,9), ונקודת החיתוך עם ציר ה – x היא C(9 ,0) (מציבים x = 0, או y = 0).
נתבונן בישר BD: y = 2x – 3, נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא D(0 ,- 3), נקודת החיתוך עם ציר ה – x

היא B(1.5 ,0).
שיעורי נקודה M: 2x – 3 = - x + 9, 3x = 12, x = 4 נציב באחת המשוואות ונקבל M(4 ,5).

תרגיל 109 עמוד 139

נבקש מהתלמידים להתבונן בייצוג האלגברי (משוואות הישרים הנתונים) מבלי להסתכל על הגרף.
נשאל: מה ההבדל בין הישרים: יש לנו שני ישרים שלהם שיפוע חיובי (משמע הם ישרים עולים), וישר אחד בעל שיפוע שלילי (ישר יורד). הבדל נוסף: שני ישרים חותכים את ציר ה – y בנקודה (6, 0) וישר נוסף חותך את ציר ה – y בנקודה (0, 1).
סעיף א': לישר II נתאים את המשוואה: y = - 4x + 6, לישר I אי אפשר להתאים את הישר y = 4x + 6, משום שהוא אינו חותך את ציר ה – y באותה נקודה כמו ישר II, ולכן משוואת ישר I היא y = x + 1.
סעיף ב': 4x + 6 = - x + 1, 5x = 5, x = 1, y = 2 נקודת החיתוך היא (2, 1).
סעיף ג': השיפוע הוא (4 -), שיעור ה - b הוא 0, ולכן משואת הישר היא y = - 4x.

תרגיל 110 עמוד 139

כמו בתרגיל הקודם: נתבונן במשוואות הישרים הנתונים (מבלי להסתכל בגרף).
ישר (1) עובר בראשית הצירים (b = 0), ישר (2) מקביל לציר ה – x (m = 0), וישר (3) הוא ישר יורד.
סעיף א': לישר I נתאים את משוואת הישר: y = 9 – x, לישר II נתאים את משוואת הישר: y = 6,
ולישר III נתאים את משוואת הישר: y = 2x.
סעיף ב': שיעורי נקודה L הם: (9, 0), שיעורי נקודה T הם (0, 9), ושיעורי נקודה M הם (6, 3) (שיעור ה – y של הנקודה הוא 6 כי היא נמצאת על הישר y = 6).
סעיף ג': שיפוע הישר הוא 2, נציב: y – 0 = 2(x - 9), y =2x – 18.

תרגיל 111 עמוד 140

בדומה לתרגיל הקודם יש לנו ישר אחד עולה (ישר (1)) ושני ישרים יורדים השונים זה מזה בנקודת החיתוך עם צר ה – y.
סעיף א': לישר BC נתאים את המשוואה: y = x + 4, לישר AE נתאים את המשוואה: y = - 2x + 2, כי הוא חותך את ציר ה – y בחלק החיובי.
סעיף ב': הנקודות A ו – D מיידיות: A(2, 0), D(0, - 4), נציב y = 0, ונקבל: C(4, 0), B(1, 0).
נקודה E: 2 - 2x = x – 4, 3x = 6, x = 2, נציב ונקבל: E(2 ,- 2).
סעיף ג': y = - 2x + 2, y + 2x – 2 = 0, 2y = - 4x + 4.
סעיף ד': השיפוע הוא 1, כל ישר מלבד ישר החותך את ציר ה – y בנקודה (4 -, 0) למשל y = x + 5.
סעיף ה': כל ישר ששיפועו אינו (2 -), למשל y = 3, y = - x + 5, y = 2x + 3.

תרגיל 112 עמוד 140

סעיף א': חזרנו לפרק הקודם, מציאת משוואת ישר באמצעות שיפוע ונקודה, מציאת משוואת ישר באמצעות שתי נקודות.
משוואת הישר AB: y – 0 = 2(x + 4), y = 2x + 8, משוואת הישר BC: $m = \frac{0+1}{-1-0} = -1$, y = - x – 1.
סעיף ב': E(0 ,8) (מיידי), 2x + 8 = - x – 1, 3x = - 9, x = - 3, נציב ונקבל y = 2, B(- 3 ,2).
סעיף ג': שיעורי נקודה C הם (0, 1 -), משוואת הישר: y – 0 = 2(x + 1), y = 2x + 2.
סעיף ד': שיעורי נקודה E הם (8, 0) משוואת הישר: y = 8 (השיפוע הוא 0).
סעיף ה': שיעור ה -x של נקודה B הוא (3 -), משוואת הישר היא: x = - 3.

תרגיל 113 עמוד 140

סעיף א': ישר I הוא ישר עולה, ולכן משוואתו: y = 4x – 1, ישר II הוא ישר יורד ולכן משוואתו: y = - 5x + 8.
סעיף ב': 4x – 1 = - 5x + 8, 9x = 9, x = 1, נציב ונקבל y = 3, E(1 ,3).
סעיף ג': נציב במשוואת אורך קטע: $OE = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10} = 3.16$.
סעיף ד': נציב במשוואת אמצע קטע ונקבל: T(0.5 ,1.5).
סעיף ה': השיפוע הוא (5 -), y – 1.5 = - 5(x – 0.5), y = - 5x + 4.

תרגיל 114 עמוד 141

נעביר את המשוואה הכללית לצורתה המפורשת: $y = x + 3$.

סעיף א': לישר l נתאים את המשוואה: $y = x + 3$ (שיפוע חיובי, הישר עולה).

למשוואה ll נתאים את הישר $y = -4x + 8$ (שיפוע שלילי, ישר יורד).

דרך נוספת להתאמה: ישר ll חותך את ציר ה -y בנקודה גבוהה יותר מאשר ישר l (התאמה לפי שיעור b).

סעיף ב': $x + 3 = -4x + 8$, $5x = 5$, $x = 1$, נציב ונקבל $y = 4$, $N(1, 4)$.

סעיף ג': נציב את הנקודה: $6 + 1 \cdot 2 = -4$, $4 = 4$, כן הישר עובר דרך נקודה N.

סעיף ד': $NP = \sqrt{(0-1)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{82} = 9.1$.

סעיף ה': שיפוע הישר $x - y + 3 = 0$ הוא 1, ולכן משוואת הישר המבוקש היא: $y = x - 5$ (מיידי).

תרגיל 115 עמוד 141

בדיון נכוון את התלמידים למציאת התכונה המשותפת והתכונה השונה בין כל זוג ישרים.

סעיף א': התכונה: לשני הישרים אותו b, למשל $y = 2x + 5$, $y = -2x + 5$.

סעיף ב': נחליט על שני שיפועים חיוביים שונים, נניח: $m = 5$, ו – $m = 3$.

נחשב: (1) $y - 3 = 5(x - 2)$, $y = 5x - 12$, (2) $y - 3 = 3(x - 2)$, $y = 3x - 3$.

סעיף ג': כל ישר המקיים $4 = 4m + b$. ניתן להחליט על שני שיפועים שונים נניח, $m = 2$, ו – $m = -2$.

(1) $y - 4 = 2(x - 4)$, $y = 2x - 4$, (2) $y - 4 = -2(x - 4)$, $y = -2x + 12$.

סעיף ד': נקבע שיפוע באופן רנדומלי, נניח $m = -2$.

(1) $y - 3 = -2(x - 2)$, $y = -2x + 7$, (2) $y - 3 = -2(x + 2)$, $y = -2x - 1$.

ג. <u>משולשים</u>

בסעיף זה נשתמש במצב ההדדי של שני ישרים לפתרון שאלות העוסקות במשולשים, כולל חישובי שטח והיקף של משולשים

דוגמה פתורה עמודים 141, 142

בדוגמה אנו משלבים את מרבית הידע שנלמד עד כה.

מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 116 עמוד 142

סעיף א': לישר AE נתאים את המשוואה: $y = \frac{1}{2}x - 1$ (ישר עולה שיפוע חיובי).

לישר CD נתאים את המשוואה: $y = 8 - x$ (ישר יורד שיפוע שלילי).

סעיף ב': $D(0, 8)$, $A(0, -1)$ (מיידי), $B(2, 0)$, $C(8, 0)$ הצבנו $y = 0$ במשוואה המתאימה.

$\frac{1}{2}x - 1 = 8 - x$, $x = 6$, $y = 2$, $E(6, 2)$.

סעיף ג': אורך הקטע BC הוא 6 יחידות אורך, אורך הקטע AD הוא 9 יחידות אורך.

סעיף ד': $S_{BEC} = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$ יח"ר = S_{BEC}.

סעיף ה': $S_{ADE} = \frac{9 \cdot 6}{2} = 27$ יח"ר = S_{ADE}.

תרגיל 117 עמוד 143

דומה לתרגיל הקודם.

סעיף א': לישר AC נתאים את המשוואה: $y = 2x + 2$, לישר CD נתאים את המשוואה: $y = -x + 5$.

סעיף ב': $D(0, 5)$, $E(0, 2)$ (מיידי), $A(-2, 0)$, $E(5, 0)$ הצבנו $y = 0$ במשוואה המתאימה.

$-x + 5 = 2x + 2$, $3x = 3$, $x = 1$, $y = 4$, $C(1, 4)$.

סעיף ג': $S_{AEC} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ יח"ר = S_{AEC}.

סעיף ד': $S_{BDC} = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1.5$ יח"ר = S_{BDC}.

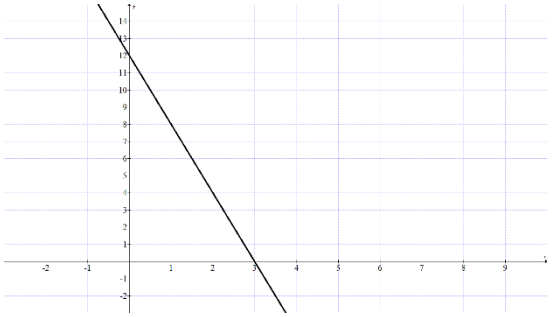
תרגיל 118 עמוד 143

בכיתות מתקשות (או מתקדמות נבקש מהתלמידים) נסרטט את הישרים במערכת צירים משובצת

(באמצעות תוכנה גרפית כלשהי) לצורך מיקוד.
סעיף א': באמצעות פתרון מערכת משוואות, או משוואה אחת נמצא את שיעורי הקודקודים: A, B ו – C.
A(- 9 ,- 2), B(- 1 ,2), C(- 5 ,- 6).
סעיף ב': כדי להוכיח כי המשולש שווה-שוקיים עלינו לחשב את אורך כל צלע, נקבל: $AB = BC = \sqrt{80}$.
סעיף ג': שיעור ה – x של נקודה C הוא (5 –), ולכן משוואת הישר היא: x = - 5.
סעיף ד': שיפוע הישר AC הוא (1 -), משוואת הישר: y – 2 = - 1(x + 1), y = - x + 1.

תרגיל 119 עמוד 143

סעיף א': סרטוט:



קודקודי המשולש הם:
(0, 0), (12, 0), (0, 3).

סעיף ב': $S = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18$, S = 18 יח"ר.
סעיף ג': שיפוע הישר הוא (4 -), משוואת הישר: y – 0 = - 4(x – 6), y = - 4x + 24.
סעיף ד': נקודות החיתוך של הישר AB עם הצירים הן: (0, 0), (24, 0), (0, 6).
שטח המשולש הוא: $S = \frac{24 \cdot 6}{2} = 72$, S = 72 יח"ר.

תרגיל 120 עמוד 143

משטח משולש לאורך צלע.
סעיף א': $S = \frac{AC \cdot AB}{2} = \frac{2 \cdot AB}{2} = 3$, AB = 3. שיעורי נקודה B הם (0, 3 -).
סעיף ב': נחשב את שיפוע הישר: $m = \frac{0-2}{-3-0} = \frac{2}{3}$. משוואת הישר: $y = \frac{2}{3}x + 2$.
סעיף ג': שיפוע הישר DE הוא $\frac{2}{3}$, משוואת הישר היא: $y - 0 = \frac{2}{3}(x - 6)$, $y = \frac{2}{3}x - 4$.
סעיף ד': שיעורי נקודה D הם (4 -, 0).
סעיף ה': $S = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$, S = 12 יח"ר.
בכיתות מתקדמות ניתן לבקש להוכיח דמיון.

תרגיל 121 עמוד 144

סעיף א': A(1 ,0), C(- 8 ,0), $\frac{1}{2}x + 4 = -x + 1$, x = - 2, y = 3, B(- 2 ,3).
סעיף ב': המרחק AC הוא 9 יחידות אורך.
סעיף ג': שטח המשולש הוא: $S = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13.5$, S = 13.5 יח"ר.
סעיף ד': שיפוע הישר הוא $\frac{1}{2}$, משוואת הישר היא: $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1)$, $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

תרגיל 122 עמוד 144

משוואת אחד הישרים נתונה בצורתה הכללית, אין צורך להביאה לצורה המפורשת, ניתן לחשב נקודות חיתוך גם דרך משוואה הכללית של הישר.
סעיף א': G(0 ,4), T(2 ,- 0), x + 4 + 2(- 2x + 4) = 0, - 4x + 8 + x + 4 = 0, x = 4, y = - 4, H(4 ,- 4).
סעיף ב': המרחק GT הוא 6 יחידות אורך.
סעיף ג': $S = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$, S = 12 יח"ר.
סעיף ד': שיפוע הישר הוא (0.5 -), נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא: (0, 4),
משוואת הישר: y = - 0.5x + 4.

תרגיל 123 עמוד 144

סעיף א': הישר שמתאים למשוואה זו הוא הישר CD.

שני הסברים (1) ישר יורד, שיפוע שלילי (2) b = 15, b = 0.

סעיף ב': D(0 ,15), C(5 ,0), F(2.5 ,7.5) (באמצעות נוסחת אמצע קטע).

סעיף ג': נחשב את שטח כל משולש: $S=\frac{5\cdot7.5}{2}=18.75$, $S=\frac{15\cdot2.5}{2}=18.75$, השטחים שווים.

סעיף ד': נמצא את שיפוע הישר: $m=\frac{7.5-0}{2.5-0}=3$, משוואת הישר: y = 3x.

סעיף ה': y – 0 = 3(x – 5), y = 3x – 15.

תרגיל 124 עמוד 145

סעיף א': $S=\frac{OM\cdot OT}{2}=\frac{5\cdot OT}{2}=25$, OT = 10, T(10 ,0).

סעיף ב': נחשב את שיפוע הישר: $m=\frac{0-5}{10-0}=-\frac{1}{32}$. משוואת הישר: $y=-\frac{1}{2}x+5$.

סעיף ג': y = 2x – 2.

סעיף ד': $2x-2=-\frac{1}{2}x+5$, x = 2.8, y = 3.6, E(2.8 ,3.6).

סעיף ה': $S=\frac{7\cdot2.8}{2}=9.8$, שטח המשולש הוא 9.8 יח"ר.

סעיף ו': כדי להראות כי המשולש הוא משולש ישר-זווית, עלינו לחשב את אורך צלעות המשולש:

$ME=\sqrt{(0-2.8)^2+(5-3.6)^2}=\sqrt{9.8}$, $PE=\sqrt{(0-2.8)^2+(-2-3.6)^2}=\sqrt{39.2}$, MP = 7.

$\sqrt{9.8}^2+\sqrt{39.2}^2=7^2$, 49 = 49, המשולש הוא משולש ישר-זווית.

תרגיל 125 עמוד 145

סעיף א': נחשב את שיפוע הישר: $m=\frac{6-0}{9-0}=\frac{2}{3}$. משוואת הישר: $y=\frac{2}{3}x$.

סעיף ב': נציב x = 3, ונקבל y = 2, E(3 ,2). (בכיתות מתקשות נראה על הלוח את הישר x = 3).

סעיף ג': אורך הקטע BE הוא 3 יחידות אורך.

סעיף ד': $S=\frac{BE\cdot h}{2}=\frac{3\cdot3}{2}=4.5$, שטח המשולש הוא 4.5 יח"ר.

סעיף ה': (1) $m_{AB}=\frac{5-0}{3-0}=\frac{5}{3}$. (2) $y-6=\frac{5}{3}(x-9)$, $y=\frac{5}{3}x-9$.

תרגיל 126 עמוד 145

נתבונן בגרף ונשאל: כמה משולשים בסרטוט? ארבעה: AED, ACB, ECO, DBO.

סעיף א': נחשב את שיפוע הישר: $m=\frac{24-0}{-9+1}=-3$. משוואת הישר: $y=-3x-3$.

סעיף ב': y = 6, x = - 3, 2x = - 3x - 3, D(- 3 ,6).

סעיף ג': (1) שיעור ה – y של נקודה E הוא 12 (משוואת אמצע קטע). (2) נציב y = 12, ונקבל x = - 6.

סעיף ד': (1) שיעור ה – x של נקודה C הוא (3 -) (הצבנו y = 12 במשוואת הישר AC), והוא שווה לשיעור ה - x של נקודה D, ולכן הישר CD = x = - 3 מקביל לציר ה – y.

(2) BC = 2, CD = 6, $BD=\sqrt{(-3+1)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40}=6.32$, ההיקף: 14.32 יחידות אורך.

תרגיל 127 עמוד 146

סעיף א': (1) נציב y = 0, ונקבל A(8 ,0), (2) נציב y = 8, ונקבל B(- 8 ,8).

סעיף ב': $BC=\sqrt{(-12+8)^2+(0-8)^2}=\sqrt{80}$, $AB=\sqrt{(-8-8)^2+(8-0)^2}=\sqrt{320}$,

$\sqrt{320}^2+\sqrt{80}^2=20^2$, AC = 20, 400 = 400, המשולש ישר-זווית.

סעיף ג': (1) משוואת הישר: $y-0=\frac{1}{2}(x+12)$, $y=\frac{1}{2}x+6$. (2) $\frac{1}{2}x+6=-\frac{1}{2}x+4$, x = - 2, E(- 2 ,5).

סעיף ד': ניתן למצוא את שטח המשולש באמצעות חישוב אורכי הקטעים BC ו – BE (המשולש ישר-זווית) או באמצעות חיסור שטחים: $S_{BCE}=S_{ABC}-S_{ACE}=\frac{20\cdot8}{2}-\frac{20\cdot5}{2}=30$, שטח המשולש הוא 30 יח"ר.

סעיף ה': כדי למצוא את שטח המרובע BETC נחסר משטח המשולש ABC את שטח המשולש ATE, ונקבל:
S = 80 – 25 = 55.

תרגיל 128 עמוד 146

סעיף א': שיעורי נקודה C הם: (9, 12 -) מצאנו באמצעות הנוסחה לחישוב אמצע קטע.

סעיף ב': (1) $m_{BD} = m_{OC} = \frac{9-0}{-12-0} = -\frac{3}{4}$, (2) $y - 15 = -\frac{3}{4}(x+3)$, $y = -\frac{3}{4}x + 12\frac{3}{4}$.

סעיף ג': $E(0, 12\frac{3}{4})$, B(17, 0).

סעיף ד': (1) $BE = \sqrt{(0-17)^2 + (12.75-0)^2} = \sqrt{451.5625} = 21.25$, OB = 17, OE = 12.75.

היקף המשולש הוא 51 יחידות אורך. (2) שטח המשולש: $S = \frac{17 \cdot 12.75}{2} = 108.375$.

ד. <u>מרובעים</u>

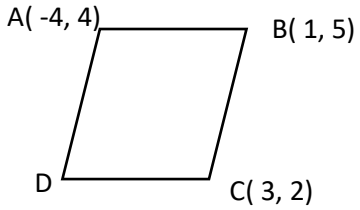
בסעיף זה נשתמש במצה ההדדי של שני ישרים לפתרון שאלות העוסקות במרובעים עולל חישובי שטח והיקף של מרובעים.

דוגמה פתורה – מלבן וריבוע, עמודים 147, 148

בדוגמה נתון "מלבן" נשתמש במידע שיש בידינו על מנת למצוא את מה שנדרש בשאלה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

בתרגילים 129 – 135 התלמידים נדרשים לסרטט סקיצה של המרובע הנתון.

תרגיל 129 עמוד 148



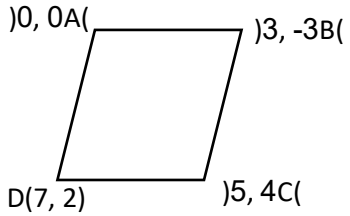
במקבילית כל זוג צלעות נגדיות מקבילות: $m_{AB} = m_{CD}$, $m_{AD} = m_{BC}$.

נחשב שיפוע של כל ישר: $m_{AB} = \frac{4-5}{-4-1} = \frac{1}{5}$, $m_{BC} = \frac{5-2}{1-3} = -\frac{3}{2}$.

AB: $y - 5 = \frac{1}{5}(x-1)$, $y = \frac{1}{5}x + 4\frac{4}{5}$ CD: $y - 2 = \frac{1}{5}(x-3)$, $y = \frac{1}{5}x + 1\frac{2}{5}$,

BC: $y - 5 = -\frac{3}{2}(x-1)$, $y = -\frac{3}{2}x + 6\frac{1}{2}$ AD: $y - 4 = -\frac{3}{2}(x+4)$, $y = -\frac{3}{2}x - 2$.

תרגיל 130 עמוד 148

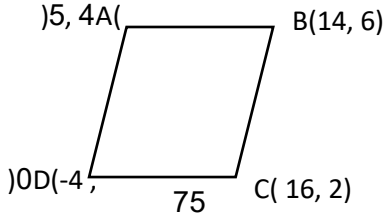


כדי להוכיח שהמרובע הוא מקבילית עלינו להוכיח שיש לנו שני זוגות של ישרים מקבילים.

$m_{AB} = \frac{0-3}{0+3} = -1$, $m_{CD} = \frac{5-2}{4-7} = -1$, $m_{BC} = \frac{3-5}{-3-4} = \frac{2}{7}$, $m_{CD} = \frac{0-2}{0-7} = -\frac{2}{7}$.

מסקנה: AB || CD, BC || AD, והמרובע ABCD הוא מקבילית.

תרגיל 131 עמוד 148



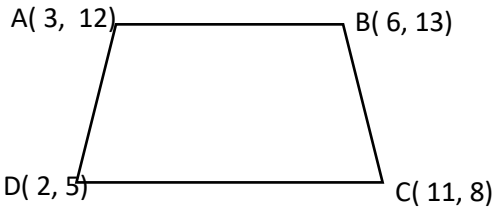
סעיף א': $m_{AB} = \frac{5-6}{4-14} = \frac{1}{10}$, $m_{CD} = \frac{0-2}{-4-16} = \frac{1}{10}$, משמע $AB \parallel CD$.

סעיף ב': כדי שהמרובע $ABCD$ יהיה מקבילית גם AD צריך להקביל ל – BC.

$m_{AD} = \frac{5-0}{4+4} = \frac{5}{8}$, $m_{AB} = \frac{6-2}{14-16} = -2$, משמע AD אינו מקביל ל – BC, המרובע אינו מקבילית, טרפז.

תרגיל 132 עמוד 149

נסרטט סקיצה של טרפז שווה-שוקיים:



סעיף א': כדי להוכיח שהמרובע הוא טרפז יש להוכיח שיש לו זוג צלעיות נגדיות מקבילות, והזוג הנגדי אינו מקביל.

$m_{AB} = \frac{12-13}{3-6} = \frac{1}{3}$, $m_{CD} = \frac{5-8}{2-11} = \frac{1}{3}$, $m_{AD} = \frac{12-5}{3-2} = 7$, $m_{BC} = \frac{13-8}{6-11} = -1$.

לאור התוצאות: AB || CD, AD אינו מקביל ל – BC, והמרובע הוא טרפז.

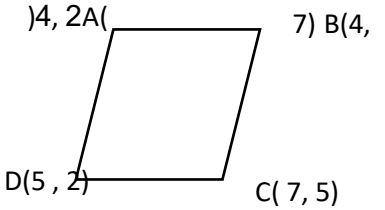
טעות אפשרית: תלמיד שימקם את הקודקוד A בפינה הימנית למעלה, וינוע בכיוון השעון יקבל "סרטוט שגוי" נסביר כי מדובר בסקיצה, ורק לאחר חישוב, נוכל לדעת מי הצלעות הנגדיות המקבילות.

סעיף ב': כדי להוכיח שהמרובע הוא טרפז שווה-שוקיים, עלינו להוכיח כי השוקיים שוות באורכן:

$AD = \sqrt{(3-2)^2 + (12-5)^2} = \sqrt{50}$, $BC = \sqrt{(6-11)^2 + (13-8)^2} = \sqrt{50}$,

מסקנה: BC = AD.

תרגיל 133 עמוד 149



סעיף א': $m_{AB} = \frac{4-7}{2-4} = \frac{3}{2}$, $m_{CD} = \frac{2-5}{5-7} = \frac{3}{2}$, $m_{AD} = \frac{4-2}{2-5} = -\frac{2}{3}$, $m_{BC} = \frac{7-5}{4-7} = -\frac{2}{3}$.

מסקנה: AB || CD, AD || BC, המרובע ABCD הוא מקבילית: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

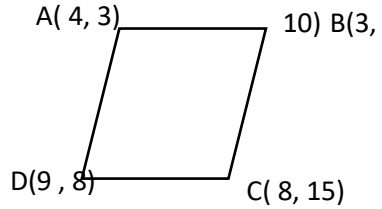
סעיף ב': כדי להוכיח שהמרובע הוא מעוין, יש צורך להוכיח שבמקבילית שתי צלעות סמוכות שוות:

$AB = \sqrt{(2-4)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{13}$, $AD = \sqrt{(2-5)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{13}$, מסקנה : AD = AB,

ולכן ABCD הוא מעוין.

סעיף ג': היקף המעוין: $P = 4 \cdot \sqrt{13} = 14.42$, היקף המעוין 14.42 יחידות אורך.

תרגיל 134 עמוד 149



סעיף א': נוכיח תחילה כי המרובע הוא מקבילית:

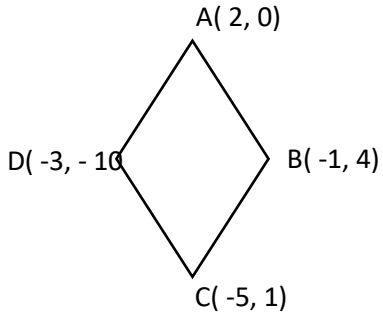
$m_{AB} = \frac{3-10}{4-3} = -7$, $m_{CD} = \frac{8-15}{9-8} = -7$, $m_{AD} = \frac{3-8}{4-9} = 1$, $m_{BC} = \frac{10-15}{3-8} = 1$.

מסקנה: AB || CD, AD || BC, המרובע ABCD הוא מקבילית: מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

כדי להוכיח שהמרובע הוא מעוין, יש צורך להוכיח שבמקבילית שתי צלעות סמוכות שוות:
$AB = \sqrt{(4-3)^2 + (3-10)^2} = \sqrt{50}$,$AD = \sqrt{(4-9)^2 + (3-8)^2} = \sqrt{50}$, מסקנה : AD = AB,
ולכן ABCD הוא מעוין.
דרך נוספת: לחשב אורך כל אחת מהצלעות, מרובע שכל צלעותיו שוות הוא מעוין.

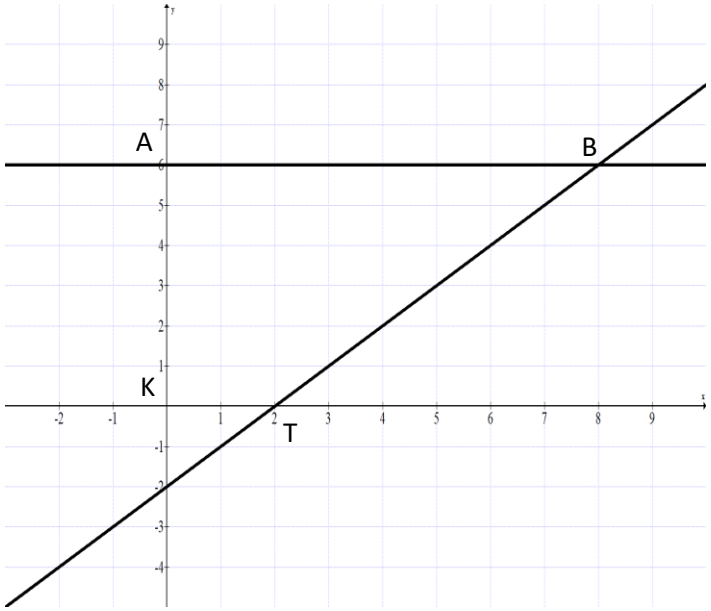
סעיף ב': נחשב את שיפוע הישר: $m_{AC} = \frac{3-15}{4-8} = 3$. משוואת הישר: $y - 3 = 3(x-4)$, y = 3x – 9.
נחשב את שיפוע הישר: $m_{BD} = \frac{10-8}{3-9} = -\frac{1}{3}$. משוואת הישר: $y - 8 = -\frac{1}{3}(x-9)$, $y = -\frac{1}{3}x + 11$.

תרגיל 135 עמוד 149
כדי להוכיח שמרובע הוא דלתון, יש להוכיח כי יש לו שני זוגות שונים של צלעות סמוכות שוות:



$AB = \sqrt{(2+1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{25}$,$AD = \sqrt{(2+3)^2 + (0+10)^2} = \sqrt{125}$,
$BC = \sqrt{(-1+5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{25}$,$CD = \sqrt{(-3+5)^2 + (-10-1)^2} = \sqrt{125}$.
מסקנה: AB = BC ,AD = CD, ולכן ABCD הוא דלתון.
סעיף ב': $P = 2 \cdot \sqrt{25} + 2 \cdot \sqrt{125} = 32.36$, היקף הדלתון הוא 32.36 יחידות אורך.
סעיף ג': כדי לחשב את שטח הדלתון יש לחשב את אורך שני אלכסוניו:
$AC = \sqrt{(2+5)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{50}$,$BD = \sqrt{(-3+1)^2 + (-10-4)^2} = \sqrt{200}$,
שטח הדלתון: $S = \frac{\sqrt{50} \cdot \sqrt{200}}{2} = \frac{100}{2} = 50$, שטח הדלתון הוא 50 יח"ר.

תרגיל 136 עמוד 149
נעתיק את הסרטוט למחברת כסקיצה, או נסרטט במדויק:



סעיף א': A(0 ,6), T(2 ,0), K(0 ,0), B(8 ,6) (הצבנו y = 6) במשוואה.
סעיף ב': המרובע הוא טרפז ישר זווית, AB || KT, BT אינו מקביל ל – AK. AB מאונך ל – AK.
סעיף ג': $S = \frac{(8+2)\cdot 6}{2} = \frac{60}{2} = 30$, שטח הטרפז הוא 30 יח"ר.
סעיף ד': AT: $m_{AT} = \frac{6-0}{0-2} = -3$. משוואת הישר: $y = -3x + 6$.
KB: $m_{BK} = \frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4}$. משוואת הישר: $y = \frac{3}{4}x$.
סעיף ה': $\frac{3}{4}x = -3x + 6$, x = 1.6, y = 1.2, שיעורי נקודת מפגש האלכסונים היא: (1.2, 1.6).

תרגיל 137 עמוד 150
מהתבוננות בסרטוט נדמה כי המרובע הנתון הוא טרפז שווה-שוקיים.
מראה עיניים אינו תחליף להוכחה.
סעיף א': $m_{BC} = \frac{-3-0}{0-3} = -1$, $m_{AD} = \frac{-5-0}{0-5} = -1$, מסקנה: AD || BC.
סעיף ב': CD = AB = 2, לכן המרובע הוא טרפז שווה-שוקיים (ברור כי CD אינו מקביל ל – AB).
סעיף ג': $BC = \sqrt{(0-3)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{18}$, $AD = \sqrt{(0-5)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{50}$.
סעיף ד': היקף הטרפז הוא: 15.31 יחידות אורך.
סעיף ה': כדי לחשב את שטח המרובע נחסר שטחי משולשים: $S_{ABCD} = S_{AOD} - S_{BOC}$, 8 = 4.5 – 12.5.
שטח הטרפז הוא 8 יח"ר. ניתן גם לחשב את אורך גובה הטרפז (חיסור גבהים), ולחשב שטח טרפז.

תרגיל 138 עמוד 150
סעיף א': B(0 ,8), D(- 8 ,0).
סעיף ב': כדי להראות שמלבן הוא ריבוע, יש להראות כי שתי צלעות סמוכות שוות באורכן: CD = BC = 8.
סעיף ג': היקף הריבוע הוא 32 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח הריבוע הוא 64 יח"ר.

תרגיל 139 עמוד 150
נבקש מהתלמידים להעתיק את הסרטוט, ולרשום את שיעורי הנקודות.
סעיף א': $m_{AB} = m_{CD} = \frac{1-3}{4-8} = \frac{1}{2}$, $y + 5 = \frac{1}{2}(x-2)$, $y = \frac{1}{2}x - 6$ (בטרפז הבסיסים מקבילים).
סעיף ב': ניתן לרשום שיעור נקודה באמצעות ההצגה מפורשת של הישר.
למשל, נתון הישר y = 3x, כל נקודה עליו היא מהצורה: (x, 3x), נתון הישר y = 2x – 5,
הנקודה: (5 – 2x ,x). במקרה שלנו: D(x ,- 2x + 19). $m = \frac{1}{2} = \frac{-2x+19+5}{x-2}$, x – 2 = - 4x + 48,
x = 10, y = - 1, D(10 ,- 1).
סעיף ג': הטרפז אינן שווה שוקיים כי AD אינו שווה ל – BC.

תרגיל 140 עמוד 150
נמצא תחילה את שיעורי הנקודות A ו – D: A(0 ,5), D(5 ,0).
סעיף א': $m_{AD} = m_{BC} = \frac{5-0}{0-5} = -1$, $y - 7 = -1(x-3)$, $y = -x + 10$.
סעיף ב': $m = -1 = \frac{7-3}{3-x}$, x = 7, C(7 ,3).
סעיף ג': $BC = \sqrt{(3-7)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{32} = 5.66$, אורך BC הוא 5.66 יחידות אורך.

תרגיל 141 עמוד 151
סעיף א': $m = \frac{6-0}{5-2} = 2$.
סעיף ב': נמצא תחילה את משוואת הישר AB: $y = -\frac{1}{2}x + 1$, A(0 ,1).
סעיף ג': שיפוע הישר AD שווה לשיפוע הישר BC (במלבן צלעות נגדיות שוות), y = 2x + 1.
סעיף ד': $y - 6 = -\frac{1}{2}(x-5)$, $y = -\frac{1}{2}x + 8\frac{1}{2}$.
סעיף ה': $AB = \sqrt{(0-2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$, $BC = \sqrt{(6-0)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{45}$ השטח 15 יח"ר

תרגיל 142 עמוד 151

בתרגיל זה צלעות המלבן מונחות על הצירים או מקבילות להם.

סעיף א': בעזרת משוואת האלכסון AC נקבל: A(0 ,9), C(- 3 ,0).

סעיף ב': (1) באמצעות שני קודקודים אלה נקבל: (9, 3 -). (2) x = - 3.

סעיף ג': (1) B(- 3 ,9), (2) $m = \frac{9-0}{-3-0} = -3$, y = - 3x.

סעיף ד': שיעורי קודקוד M הם (4.5, 1.5 -) באמצעות אמצע קטע. $S_{AMB} = \frac{3 \cdot 4.5}{2} = 6.75$.

בכיתות מתקשות ניתן להסביר כי שטח המשולש ABM שווה בשטחו לשטח המשולש CMO.

תרגיל 143 עמוד 151

סעיף א': אורך הצלע BC הוא 6 יחידות אורך.

סעיף ב': שטח המלבן הוא 18 יח"ר, ולכן אורך הצלע AB הוא 3 יחידות אורך.

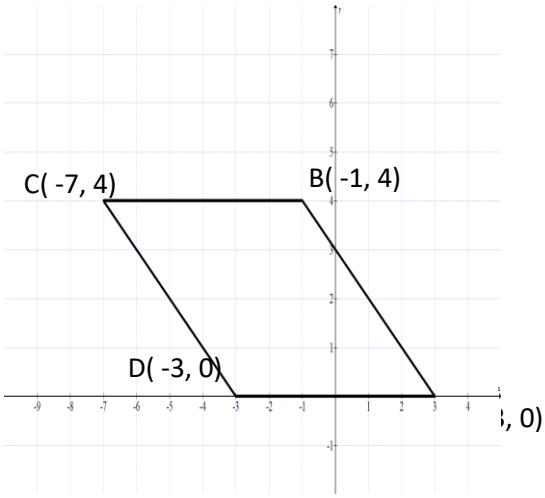
סעיף ג': A(2 ,2), D(8 ,2).

סעיף ד': $m = \frac{5-2}{8-2} = \frac{1}{2}$, $y - 2 = \frac{1}{2}(x-2)$, $y = \frac{1}{2}x + 1$.

סעיף ה': $y - 2 = \frac{1}{2}(x-8)$, $y = \frac{1}{2}x - 2$.

תרגיל 144 עמוד 152

נסרטט את המקבילית:



סעיף א': נציב y = 4 במשוואה ונקבל: B(- 1 ,4).

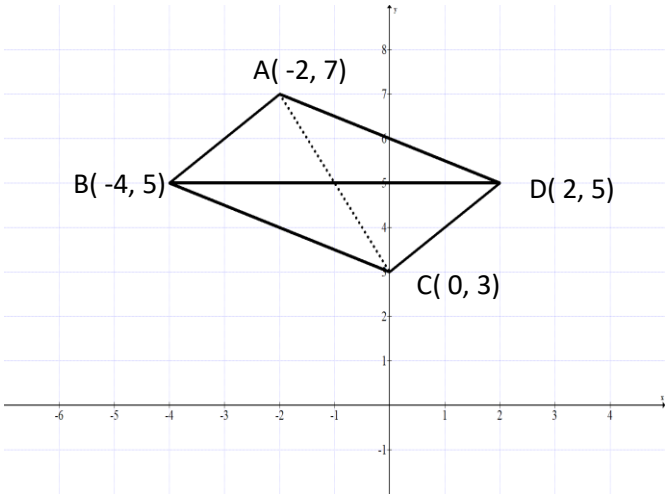
סעיף ב': A(3 ,0), C(- 7 ,4).

סעיף ג': y = 2x – 6 , y – 0 = 2(x – 3).

סעיף ד': שטח המקבילית הוא 24 יח"ר = 4 · 6.

תרגיל 145 עמוד 152

נסרטט את המקבילית:



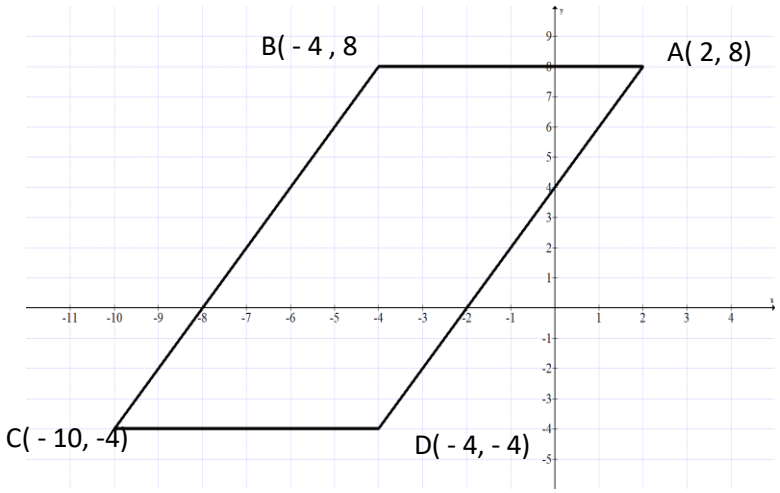
סעיף א': $x + 3 = -\frac{1}{2}x + 6$, y = 5, $D(2, 5)$, $C(0, 3)$.

סעיף ב': $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

סעיף ג': נציב y = 5, ונקבל $B(-4, 5)$.

סעיף ד': $E(-1, 5)$.

תרגיל 146 עמוד 152



סעיף א': נציב במשוואה x = - 4, ונקבל $M(-4, 2)$.

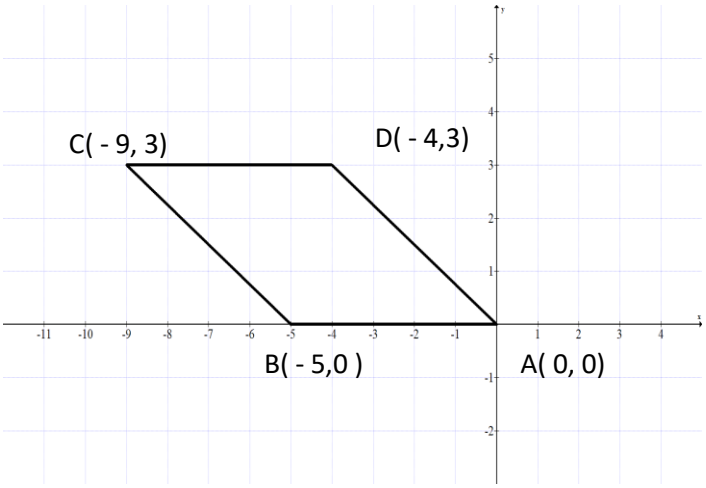
סעיף ב': (1) נציב y = - 4, ונקבל: $C(-10, -4)$. $A(2, 8)$, $B(-4, 8)$.

סעיף ג': שטח המשולש ACD: $S_{ACD} = \frac{CD \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 12}{2} = 36$, שטח המשולש הוא 36 יח"ר.

סעיף ד': המשולש BMC אינו משולש שווה-שוקיים, האלכסונים במקבילית אינם שווים זה לזה.

תרגיל 147 עמוד 153

נסרטט את המקבילית/מעוין במערכת צירים



סעיף א': המרחק AB הוא 5 יחידות, ולכן $C(-9, 3)$.

סעיף ב': נראה כי שתי צלעות סמוכות שוות:

$CD = \sqrt{(-9+5)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$, AB = 5, ולכן ABVD מעוין.

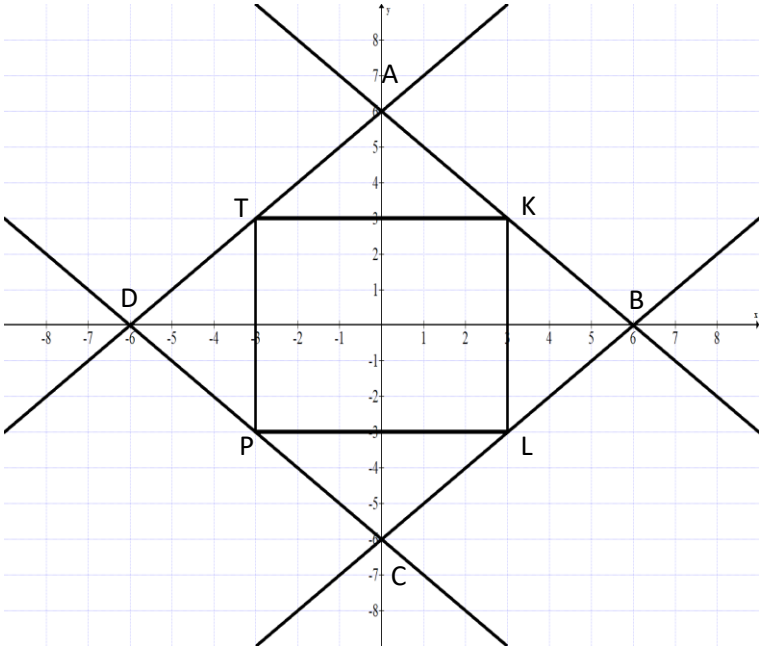
סעיף ג': $m = \frac{3-0}{-9-0} = -\frac{1}{3}$, $y = -\frac{1}{3}x$.

סעיף ד': נקודת החיתוך היא (1.5, 4.5 -) באמצעות אמצע קטע.

סעיף ה': 15 יח"ר = 3 · 5.

תרגיל 148 עמוד 153

נסרטט את הישרים במערכת צירים:



סעיף א': $A(0, 6)$, $B(6, 0)$, $C(0, -6)$, $D(-6, 0)$.

סעיף ב': האלכסונים במרובע מאונכים זה לזה, ולכן שטח המרובע הוא מחצית מכפלת האלכסונים: 72 יח"ר.

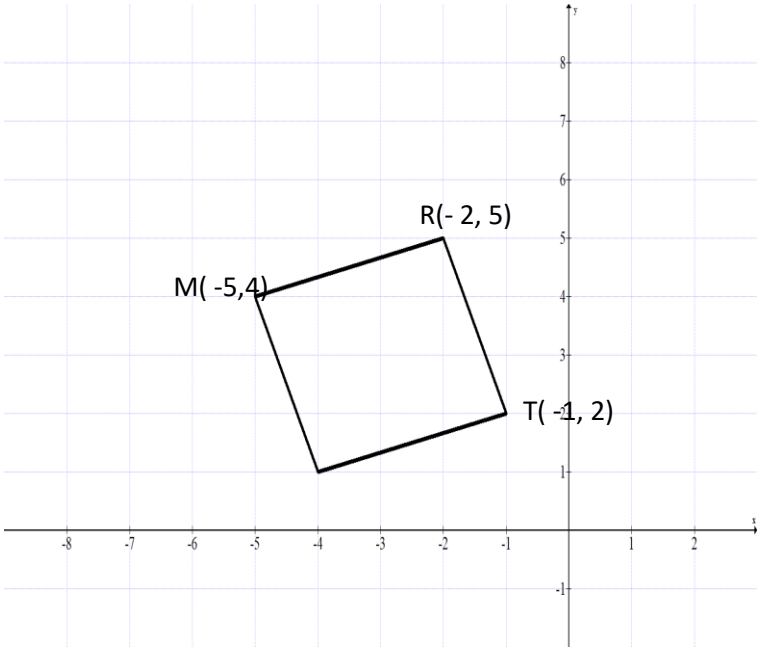
אפשרות נוספת: לחשב שטח של משולש אחד (למשל משולש AOB) ולהכפיל ב – 4.

סעיף ג': $K(3, 3)$, $L(3, -3)$, $P(-3, -3)$, $T(-3, 3)$.

סעיף ד': שיפוע הישר הוא 3, $y - 0 = 3(x + 6)$, $y = 3x + 18$.

תרגיל 149 עמוד 153

נסרטט את הריבוע במערכת צירים:



סעיף א': (1) $m_{MR} = \frac{4-5}{-5+2} = \frac{1}{3}$ (2) $y = \frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}$.

סעיף ב': (1) $m_{TR} = \frac{5-2}{-2+1} = -3$, (2) $y = -3x - 1$.

סעיף ג': אפשרות ראשונה: מערכת משוואות בשני נעלמים.

אפשרות שנייה: נמצא את נקודת מפגש האלכסונים (3, 3 -), ובאמצעות משוואת אמצע קטע (5, 2 -)R.

סעיף ד': מצאנו בסעיף קודם.

סעיף ה': נמצא את אורך אחת הצלעות: $RT = \sqrt{(-2+1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$,

$S = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 10$. שטח הריבוע הוא 10 יח"ר.

ישרים ניצבים

בפרק זה נתמקד במצבים בהם יש ישרים הניצבים (מאונכים) זה לזה.
נושא זה טרם נלמד בחטיבת הביניים או בתיכון.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד ישרים ניצבים.
√ התלמיד ילמד ישרים ניצבים במשולשים.
√ התלמיד ילמד ישרים ניצבים במרובעים.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **6 שעות.**

א. <u>ישרים ניצבים</u>

בסעיף זה נלמד על הקשר בין שיפועי הישרים לבין ניצבות הישרים.

הסבר ודוגמה פתורה – ישרים ניצבים (מאונכים זה לזה), עמודים 154 - 156



בספר יש הפנייה ליישומון  המראה את הקשר בין הייצוג האלגברי של שני ישרים ניצבים.
המשימה: כנסו ליישומון דסמוס הבא:
הישרים 1 ו-2 הם ישרים ניצבים (מאונכים זה לזה).

א. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

הַסתירו את שני הגרפים על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות. הציגו את גרפים 3 ו-4 על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות.

ב. מה המצב ההדדי של שני הגרפים?

ג. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

הַסתירו את שני הגרפים על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות. הציגו את גרפים 5 ו-6 על ידי לחיצה על העיגולים שמשמאל למשוואות.

ד. מה המצב ההדדי של שני הגרפים?

ה. מהו ערכו של m בכל אחת מ-2 משוואות הישרים?

מהי מכפלת השיפועים של כל זוג ישרים? נסחו במילים.

הקשר בין שיפועי ישרים הניצבים זה לזה הוא: $m_1 \cdot m_2 = -1$, כלומר מכפלת השיפועים היא (1 -).

הערה: כאשר מכפלת השיפועים היא (1 -), אזי שיפועי הישרים הופכיים ומנוגדים זה לזה.

למשל: (4 -) ו- $\frac{1}{4}$, או $\frac{5}{3}$ ו $-\left(-\frac{3}{5}\right)$. כאשר אחד המספרים כתוב בצורת מספר מעורב יש להפוך אותו לשבר מדומה, כדי להראות לתלמידים כי בעצם מדובר במספרים הופכיים (ניתן לעשות זאת גם באמצעות מחשבון).
בהמשך ההסבר יש שתי דוגמאות, דוגמה א' מראה כיצד למצוא משוואת ישר המאונך לישר נתון. דוגמה ב' מראה לנו כי ייתכן ולא נוכל "למצוא" שיפוע של ישר משום שאין לו שיפוע (הוא מקביל לציר ה – x), ולכן חשוב להסביר ולהדגיש מידע זה לתלמידים.

תרגיל 150 עמוד 156
מציאת שיפוע המאונך לשיפוע של ישר נתון. שימו לב! לישר בסעיף ו' אין שיפוע (כמו בדוגמה הפתורה).

תרגיל 151 עמוד 156
מציאת שיפוע המאונך לשיפוע של ישר נתון, כאשר משוואות הישרים הן בצורה המפורשת.

תרגיל 152 עמוד 156
על מנת לחשב את שיפוע הישר המאונך לישר נתון יש להעביר את הישרים לצורתם המפורשת.

תרגיל 153 עמוד 156
הישר CD מאונך לישר AB, ולכן שיפועו $\frac{1}{4}$, הישר ET מקביל לישר הנתון AB, ולכן שיפועו הוא (4 -).

תרגיל 154 עמוד 157
תחילה נעביר את משוואת הישר לצורתו המפורשת: $y = -\frac{4}{5}x + 4$.
סעיף א': הישר CD מקביל לישר הנתון AB, ולכן שיפועו הוא $\left(-\frac{4}{5}\right)$.
סעיף ב': הישר TL מאונך לישר הנתון AB, ולכן שיפועו הוא: $\left(\frac{5}{4}\right)$.

תרגיל 155 עמוד 157
בתרגיל נתונים זוגות של ישרים חלקם בצורתם המפורשת וחלקם בצורה אחרת.
בארבעה הזוגות הראשונים ניתן לקבוע בקלות, האם הישרים מקבילים או מאונכים, או לא מקבילים ולא מאונכים. זוג א' – מקביל (השיפועים שווים), זוג ב' לא מקביל ולא מאונך (השיפועים נגדיים אך לא הופכיים), זוג ג' – הישרים מאונכים (השיפועים הופכיים ונגדיים), זוג ד' – לא מאונכים ולא מקבילים (השיפועים הופכיים אך לא נגדיים). זוג ה': נסדר את המשוואה השנייה, ונקבל: y = 3x + 4 – הישרים מקבילים, זוג ו' – נסדר את המשוואה השנייה: $y = \frac{1}{5}x - 6$, הישרים לא מאונכים ולא מקבילים.

תרגיל 156 עמוד 157
דומה לתרגיל הקודם. זוג א' מקבילים לציר ה – y, זוג ב' מקבילים לציר ה – x, זוג ג' – ד' – מאונכים (כל ישר מקביל לציר אחר). בשני הזוגות האחרונים יש להעביר את משוואות הישרים לצורה המפורשת.

תרגיל 157 עמוד 147
סעיף א': שיפוע ישר AB: $m = \frac{9-4}{4-3} = 5$.
סעיף ב': שיפוע הישר CD הוא: $\left(-\frac{1}{5}\right)$.
סעיף ג': $y - 6 = -\frac{1}{5}(x - 5)$, $y = -\frac{1}{5}x + 7$.

תרגיל 158 עמוד 157
סעיף א': שיפוע הישר CE: $m = \frac{3-7}{-2-1} = \frac{4}{3}$.
סעיף ב': שיפוע הישר המאונך לישר CE הוא $\left(-\frac{3}{4}\right)$, משוואת הישר היא: $y - 5 = -\frac{3}{4}(x - 4)$,
$y = -\frac{3}{4}x + 8$.

תרגיל 159 עמוד 157
נמצא תחילה את שיפוע הישר AB: $m = \frac{9-3}{-2-1} = -2$.
סעיף א': שיפוע ישר המאונך הוא: $\left(\frac{1}{2}\right)$, משוואת הישר היא: $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 1)$, $y = \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$.
סעיף ב': y – 7 = - 2(x – 2), y = - 2x + 11.

ב. <u>משולשים</u>
בסעיף זה נשתמש בכל הידע הנלמד על מנת לפתור שאלות העוסקות במשולשים.

דוגמה פתורה – משולש, עמודים 158, 159

בדוגמה אנו עוסקים בחישובים הקשורים במשולש הנתון במערכת צירים, כולל חישוב שטח משולש.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 160 עמוד 159

בכיתות מתקשות ניתן לסרטט את המשולש במערכת צירים.

סעיף א': משוואת הצלע AB: $m = \frac{1-5}{-6-6} = \frac{1}{3}$, $y - 5 = \frac{1}{3}(x - 6)$, $y = \frac{1}{3}x + 3$.

סעיף ב': נמצא את שיפוע הגובה CD: (3 -).

סעיף ג': y = - 3x - 7.

סעיף ד': נפתור משוואה: $\frac{1}{3}x + 3 = -3x - 7 / \cdot 3$, x + 9 = - 9x – 21, x = - 3, y = 2, D(- 3 ,2).

תרגיל 161 עמוד 160

סעיף א': שיפוע הגובה KD הוא: $\left(-\frac{1}{3}\right)$, שיפוע הצלע TL הוא 3.

סעיף ב': משוואת הישר TL: y + 2 = 3(x + 3), y = 3x + 4.

סעיף ג': שיעורי נקודה D: $3x + 4 = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} / \cdot 3$, 9x + 12 = - x + 2, x = - 1, y = 1, D(- 1 ,1).

סעיף ד': $KD = \sqrt{(-7+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{40}$.

תרגיל 162 עמוד 160

סעיף א': שיפוע הגובה AD הוא $\left(\frac{1}{2}\right)$.

סעיף ב': משוואת הגובה AD: $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 4)$, $y = \frac{1}{2}x + 5$.

סעיף ג': שיעורי נקודה D: $\frac{1}{2}x + 5 = -2x$, x = - 2, y = 4, D(- 2 ,4).

סעיף ד': אורך הגובה AD: $AD = \sqrt{(-4+2)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5} = 2.24$, $S_{ABC} = \frac{2.24 \cdot 4}{2} = 4.48$.

תרגיל 163 עמוד 160

סעיף א': באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע נקבל: E(11 ,8).

סעיף ב': $m = \frac{8-0}{11-x} = \frac{4}{3}$, x = 5, T(5 ,0).

סעיף ג': נחשב את שיפוע הישר DT: $m = \frac{6-0}{-3-5} = -\frac{3}{4}$, מסקנה הישרים מאונכים (מכפלת השיפועים 1 -).

תרגיל 164 עמוד 160

סעיף א': (1) באמצעות אמצע קטע: A(4 ,2). (2) שיפוע הישר DE: $m = \frac{-1-5}{-2-10} = \frac{1}{2}$,
שיפוע הישר AB: (2 -), משוואת הישר: AB – y = - 2x + 10.

סעיף ב': נציב y = 8, ונקבל x = 1, B(1 ,8).

סעיף ג': כדי להוכיח כי הזווית ישרה, יש להוכיח כי הישרים ניצבים זה לזה, כלומר מכפלת שיפועיהם היא (1-).

שיפוע הישר BE: $m_{BE} = \frac{8-5}{1-10} = -\frac{1}{3}$, שיפוע הישר BD: $m_{BD} = \frac{8+1}{1+2} = 3$, הישרים ניצבים.

תרגיל 165 עמוד 161

סעיף א': שיפוע הישר BC: $m = \frac{12+6}{0-6} = -3$, שיפוע הישר AE הוא $\frac{1}{3}$, $y - 3 = \frac{1}{3}(x + 3)$,
משוואת הגובה AE: $y = \frac{1}{3}x + 4$.

סעיף ב': שיפוע הגובה CT: $m = \frac{12-3}{0+3} = 3$.

סעיף ג': שיפוע הישר AB הוא $\left(-\frac{1}{3}\right)$, משוואת הישר: $y + 6 = -\frac{1}{3}(x - 6)$, $y = -\frac{1}{3}x - 4$.

סעיף ד': $\frac{1}{3}x + 4 = -\frac{1}{3}x - 4$, x = - 12, y = 0, A(- 12 ,0).

תרגיל 166 עמוד 161

סעיף א': $\frac{5}{3}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$, x = 2, y = 2, F(2 ,2).

סעיף ב': שיפוע הישר AD הוא (3 -), משוואת הישר: y – 2 = - 3(x – 2), y = - 3x + 8.

סעיף ג': $-3x + 8 = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$, x + 9 = - 6x + 16, x = 1, y = 5, A(1 ,5).

סעיף ד': על פי משוואת אמצע קטע: D(3 ,- 1).

תרגיל 167 עמוד 161

סעיף א': שיפוע הישר AB: $m = \frac{16-8}{20-4} = \frac{1}{2}$, משמע שיפוע הישר BC הוא (2 -), משוואת הישר: y – 16 = - 2(x – 20), y = - 2x + 56.

סעיף ב': נציב y = 0, ונקבל x = 28, C(28 ,0).

סעיף ג': אם $\sphericalangle B = 90^0$, אזי נוכיח כי הצלעות השוות הן BC ו – AB.

$BC = \sqrt{(20-28)^2 + (16-0)^2} = \sqrt{320}$, $AB = \sqrt{(20-4)^2 + (16-8)^2} = \sqrt{320}$

הצלעות שוות באורכן.

סעיף ד': אורך הצלע AC: $AC = \sqrt{(4-28)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{640} = 25.29$, ההיקף: 61.05 יחידות.

השטח: $S_{ABC} = \frac{\sqrt{320}\cdot\sqrt{320}}{2} = 160$, 160 יח"ר.

תרגיל 168 עמוד 162

לפי הנתון אנו רואים כי הישרים מאונכים, משמע $\sphericalangle EHG = 90^0$.

סעיף א': $2x - 17 = -\frac{1}{2}x - 2$, x = 6, y = - 5, H(6 ,- 5).

סעיף ב': אם x = 12, אזי y = - 8.

סעיף ג': הראינו קודם כי המשולש הוא משולש ישר-זווית, נראה כי הוא גם שווה-שוקיים.

$HE = \sqrt{(9-6)^2 + (1+5)^2} = \sqrt{45}$, $HG = \sqrt{(6-12)^2 + (-5+8)^2} = \sqrt{45}$.

סעיף ד': $S_{EHG} = \frac{\sqrt{45}\cdot\sqrt{45}}{2} = 22.5$. שטח המשולש הוא 22.5 יח"ר.

תרגיל 169 עמוד 162

סעיף א': נביא את משוואת הישר BC לצורה המפורשת: y = x + 11, שיפוע הישר הוא 1, ולכן שיפוע הישר AD הוא (1 -).

סעיף ב': y – 1 = - 1(x + 4), y = - x – 3.

סעיף ג': למציאת שיעורי נקודה C נציב y = 0, ונקבל x = - 3. E(-3 ,0). למציאת שיעורי נקודה D נפתור: x + 11 = - x – 3, x = - 7, y = 4, D(-7 ,4). במשולש שווה -שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס, ולכן נקודה D היא אמצע הקטע BC, C(-6 ,5) (באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע).

סעיף ד': משולש CEB הוא משולש שווה-שוקיים, שלושה הסברים:

(1) מציאת אורכי הקטעים CE ו – BE.

(2) חפיפה של משולש CED ומשולש BED.

(3) אם במשולש גובה מתלכד עם תיכון, אזי המשולש הוא שווה-שוקיים.

תרגיל 170 עמוד 162

סעיף א': B(0 ,4).

סעיף ב': (1) שיפוע הישר AB הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$ (2) משוואת הישר AB היא $y = -\frac{1}{2}x + 4$, ולכן A(8 ,0).

דרך נוספת: $m = -\frac{1}{2} = \frac{4-0}{0-x}$.

סעיף ג': נחשב תחילה את אורך הקטעים AB ו – BC:

$AB = \sqrt{(0-8)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{80}$, $BC = \sqrt{(0+6)^2 + (4+8)^2} = \sqrt{180}$.

נחשב את שטח המשולש: $S_{ABC} = \frac{\sqrt{80} \cdot \sqrt{180}}{2} = 60$, שטח המשולש הוא 60 יח"ר.

סעיף ד': שיעורי נקודה E הם: (4, -, 1), השיפוע: $m = \frac{4+4}{0-1} = -8$, משוואת הישר: y = - 8x + 4.

תרגיל 171 עמוד 163

סעיף א': שיפוע הישר AC הוא 3, המשוואה: y – 4 = 3(x + 12) , y = - 3x + 40.

סעיף ב': (1) שיעור ה - y הוא 1. (2) שיעור ה – y של נקודה C הוא 1 (הישר מקביל לציר ה – x), נציב, ונקבל C(- 13 ,1).

סעיף ג': E(− 7.5,2.5) (על-פי משוואת אמצע צלע).

סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:

$AC = \sqrt{(-12+13)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$, $AE = \sqrt{(-12+7.5)^2 + (4-2.5)^2} = \sqrt{22.5}$.

שטח המשולש: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{22.5} \cdot \sqrt{10}}{2} = 7.5$, השטח הוא 7.5 יח"ר.

תרגיל 172 עמוד 163

סעיף א': משוואת הישר I היא y = - 2x + 30, משום שהוא חותך את ציר ה – y בנקודה גבוהה יותר מאשר ישר II. משוואת ישר II היא: y = - 2x + 10.

סעיף ב': (1) נציב x = - 4, ונקבל y = 18. (2) שיפוע הישר III הוא $\frac{1}{2}$, משוואתו: $y = \frac{1}{2}x + 20$.

סעיף ג': (1) משתי סיבות: הראשונה, מכפלת השיפועים היא (1 -), השנייה, אם ישר מאונך לישר אחד, הוא מאונך לכל ישר המקביל לישר הנתון. (2) למציאת נקודה B: $\frac{1}{2}x + 20 = -2x + 30$, x = 4, y = 22.

B(4 ,22). למציאת נקודה F נציב y = 0, ונקבל x = 15, F(15 ,0).

סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:

$AB = \sqrt{(-4-4)^2 + (18-22)^2} = \sqrt{80}$, $BF = \sqrt{(4-15)^2 + (22-0)^2} = \sqrt{605}$.

שטח המשולש: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{605} \cdot \sqrt{80}}{2} = 110$, השטח הוא 110 יח"ר.

תרגיל 173 עמוד 164

סעיף א': (1) נציב y = 0, ונקבל x = - 4, M(- 4 ,0). (2) שיעורי נקודה L הם (0, 14 -).

סעיף ב': (1) D(- 13 ,- 3) על-פי משוואת אמצע קטע. (2) שיפוע הישר MD הוא $m = \frac{0+3}{-4+14} = \frac{1}{3}$.

משוואת הישר: $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

סעיף ג': שיפוע הישר TL הוא (3 -), מכפלת השיפועים היא (1 -), ולכן הישרים מאונכים.

סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:

$TL = \sqrt{(-14+12)^2 + (0+6)^2} = \sqrt{40}$, $MD = \sqrt{(-4+13)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{90}$.

שטח המשולש: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{90} \cdot \sqrt{40}}{2} = 30$, השטח הוא 30 יח"ר.

סעיף ה': שטח המשולש TML גדול פי 2 משטח המשולש MLD.

(1) ניתן לחשב כל שטח בנפרד. (2) התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי-שטח.

תרגיל 174 עמוד 164

סעיף א': B(0 ,- 2) מיידי, A(8 ,0) (נציב y = 0).

סעיף ב': שיפוע הישר AB הוא $\frac{1}{4}$, ולכן שיפוע הישר BD הוא (4 -), משוואת BD: y = - 4x – 2.

סעיף ג': (1) נציב x = 2, ונקבל y = - 10. (2) נראה באמצעות אורך קטע כי BD = AB.

סעיף ד': משוואת הישר DE היא: $y = \frac{1}{2}x - 10.5$, ולכן E(0 ,- 10.5).

סעיף ה': (1) M(1 ,- 6). (2) אורך הקטע BE הוא 8.5 יחידות אורך, אורך הגובה לצלע זו הוא 1, ולכן שטח משולש BME הוא 4.25 יח"ר.

תרגיל 175 עמוד 165

סעיף א': (1) נציב y = 0, ונקבל x = 6, A(6 ,0). (2) נציב y = 8, ונקבל x = - 10.

סעיף ב': שיפוע הישר AB הוא $-\frac{1}{2}$, שיפוע הישר BC הוא: $m = \frac{8-0}{-10+14} = 2$, ולכן הישרים מאונכים.

סעיף ג': (1) $y - 0 = \frac{1}{2}(x + 14)$, $y = \frac{1}{2}x + 7$. (2) $\frac{1}{2}x + 7 = -\frac{1}{2}x + 3$, x = - 4, y = 5 (5, 4 -)E.

סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:

$BE = \sqrt{(-10+4)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{45}$, $BC = \sqrt{(-10+14)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{80}$.

שטח המשולש: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{45}}{2} = 30$, השטח הוא 30 יח"ר.

סעיף ה': נחשב את שטח המרובע באמצעות חיסורי שטחים: $S_{TEBC} = S_{ABC} - S_{ATE}$, S_{TEBC} = 55 יח"ר.

ג. <u>מרובעים</u>

בסעיף זה נשתמש בכל הידע הנצבר לפתרון שאלות העוסקות במרובעים.

דוגמה פתורה – ריבוע, עמודים 165 - 167

בדוגמה הפתורה אנו משתמשים בתכונות הריבוע ובידע הנרכש על מנת לפתור את הנדרש.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 176 עמוד 167

סעיף א': האלכסונים במלבן שווים זה לזה, וחוצים זה את זה, ולכן C(5 ,0).

סעיף ב': שיפוע הישר AB הוא 2, ולכן שיפוע הישר BC הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$, $y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 5)$,
$y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$.

סעיף ג': $-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = 2x + 20$, x = - 7, y = 6, B(- 7 ,6).

סעיף ד': D(3 ,- 4), חישבנו באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע.

תרגיל 177 עמוד 157

סעיף א': שיפוע הישר BC הוא: $m = \frac{8-0}{-6+2} = -2$.

סעיף ב': שיפוע הישר AB הוא $\frac{1}{2}$, $y - 0 = \frac{1}{2}(x + 2)$, $y = \frac{1}{2}x + 1$.

סעיף ג': A(0 ,1).

סעיף ד': y = - 2x + 1 (מיידי, אין צורך בחישוב).

סעיף ה': נחשב את אורכי הקטעים:

$BC = \sqrt{(-6+2)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{80} = 8.94$, $BA = \sqrt{(-2+0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5} = 2.24$.

שטח המלבן: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{5}}{2} = 20$, השטח הוא 20 יח"ר. ההיקף: 22.36 יחידות אורך.

תרגיל 178 עמוד 167

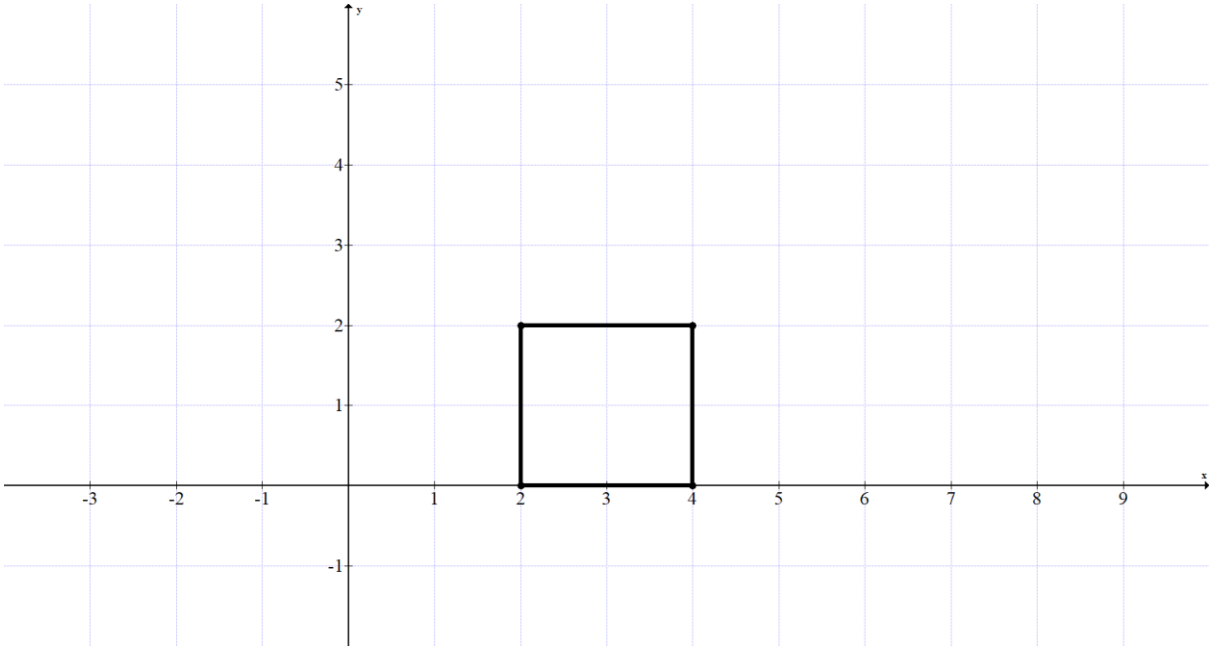
סעיף א': שיפוע הישר KT הוא $\left(-\frac{1}{3}\right)$, ולכן שיפוע הישר AK הוא 3, y – 8 = 3(x + 4), y = 3x + 20.

סעיף ב': $-\frac{1}{3}x + \frac{10}{3} = 3x + 20$, x = - 5, y = 5, K(- 5 ,5).

סעיף ג': נחשב אורך צלע אחת: $AK = \sqrt{(-5+4)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{10} = 3.16$.
היקף הריבוע הוא 12.65 יחידות אורך.
סעיף ד': שטח הריבוע הוא 10 יח"ר.

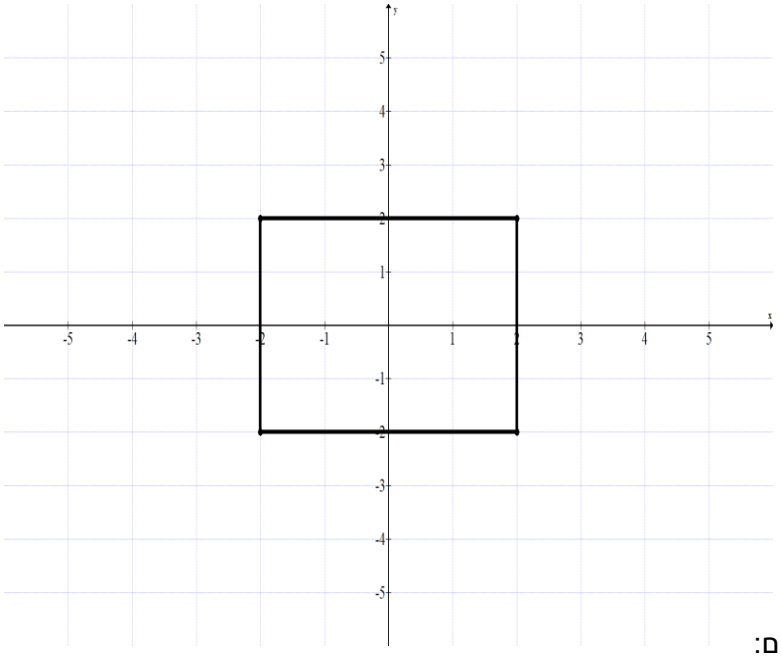
תרגיל 179 עמוד 168

סעיף א': נסמן את הנקודות הנתונות במערכת צירים:



סימנו את שלוש הנקודות הנתונות, וכדי לסרטט את הריבוע מצאנו את הקודקוד הרביעי (0, 4).
בכיתות מתקשות ניתן לחבר את הנקודות ולהמשיך את הישרים עד שהם חותכים את הצירים.
אפשרות נוספת: למצוא את נקודת החיתוך של האלכסונים, ולמצוא בעזרתה את הקודקוד האחרון.
סעיף ב': שטח הריבוע הוא 4 יח"ר.
סעיף ג': ניתן לחשב את אורך האלכסון באמצעות הנוסחה לחישוב אורך קטע, או להשתמש בנוסחה לחישוב שטח ריבוע (מחצית מכפלת האלכסונים): $S = 4 = \frac{x \cdot x}{2}$, $x^2 = 8$, $x = 2.83$ יחידות.
סעיף ד': משוואת האלכסון ששיפועו חיובי: $m = \frac{2-0}{4-2} = 1$, $y - 0 = 1(x - 2)$, $y = x - 2$.
שיפוע האלכסון היורד הוא (1 -), $y - 2 = -(x - 2)$, $y = -x + 4$.
סעיף ה': (1, 3) היא נקודת מפגש האלכסונים.

תרגיל 180 עמוד 168



סעיף א': סרטוט ומציאת קודקודים:

סעיף ב': אורך כל צלע של הריבוע הוא 4 יחידות אורך, ולכן שטחו 16 יח"ר.
סעיף ג': הוספת האלכסונים: שיפוע האלכסון "העולה" הוא 1, ולכן משוואתו y = x, שיפוע האלכסון "היורד" הוא (1 -), ולכן משוואתו y = - x.
סעיף ד': הישר מקביל לאלכסון ששיפועו (1), ולכן: y = x – 4.

תרגיל 181 עמוד 168

סעיף א': $m = \frac{1-4}{-3-3} = \frac{1}{2}$, $y - 1 = \frac{1}{2}(x+3)$, $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.
סעיף ב': שיפוע הגובה BE הוא (2 -), y – 4 = - 2(x + 2), y = - 2x.
סעיף ג': $-2x = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, x = - 1, y = 2, E(- 1 ,2).
סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:
$AD = \sqrt{(-3-3)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{45}$, $BE = \sqrt{(-2+1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5}$.
שטח המקבילית: $S_{EAC} = \sqrt{45} \cdot \sqrt{5} = 15$, השטח הוא 15 יח"ר.

תרגיל 182 עמוד 168

סעיף א': (3.5, 3).
סעיף ב': ניתן למצוא את משוואות הישרים BC ו – CD, לפתור משוואה, ולקבל את נקודת החיתוך.
ניתן לפתור גם באמצעות נקודת מפגש באלכסונים: (5, 5).
סעיף ג': משוואת האלכסון BD: $m = \frac{4-3}{0-6} = -\frac{1}{6}$, $y = -\frac{1}{6}x + 4$.
משוואת האלכסון AC: $m = \frac{5-2}{5-1} = \frac{3}{4}$, $y - 5 = \frac{3}{4}(x-5)$, $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.
סעיף ד': המרובע אינו מעוין משום שאלכסוניו אינם מאונכים זה לזה.
ניתן לחשב גם אורך שתי צלעות סמוכות, ולהראות כי אורכן שונה.

תרגיל 183 עמוד 169

סעיף א': שיפוע האלכסון TL הוא 3, מכאן ששיפוע האלכסון KN הוא: $\left(-\frac{1}{3}\right)$, $y - 0 = -\frac{1}{3}(x-5)$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.
סעיף ב': $-\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} = 3x + 5$, x = - 1, y = 2, (2, 1 -).
סעיף ג': L(- 2 ,1 -), N(- 7 ,4).

תרגיל 184 עמוד 169

כיצד נדע לאיזה אלכסון מתאימה המשוואה הנתונה?
אפשרות אחת להתבונן, מי הישר "העולה" ומי הישר "היורד".
אפשרות נוספת להציב את הנקודות הנתונות במשוואת האלכסון. נקבל כי המשוואה הנתונה היא משוואת האלכסון AC.
סעיף א': שיפוע האלכסון BD הוא (2 -), y – 1 = - 2(x – 6), y = - 2x + 13.
סעיף ב': $-2x + 13 = \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$, x = 7, y = - 1, E(7 ,- 1).
סעיף ג': A(17 ,4), B(8 , - 3) (באמצעות משוואת אמצע קטע).
סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:
$BD = \sqrt{(6-8)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{20}$, $AC = \sqrt{(-3-17)^2 + (-6-4)^2} = \sqrt{500}$.
שטח המעוין: $S_{EAC} = \frac{\sqrt{500} \cdot \sqrt{20}}{2} = 50$, השטח הוא 50 יח"ר.
אורך אחת הצלעות: $AD = \sqrt{(17-6)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{130} = 11.4$, ההיקף 45.6 יחידות אורך.

תרגיל 185 עמוד 169

סעיף א': נמצא תחילה את שיפוע הבסיס BC: $m = \frac{2-8}{-11+5} = 1$, שיפוע הגובה BE הוא (1 -).
y – 2 = - (x + 11), y = - x – 9.
סעיף ב': y + 2 = 1(x + 10), y = x + 8.

סעיף ג': $m = \frac{8+2}{-5+10} = 2$, $y + 2 = 2(x + 10)$, $y = 2x + 18$.

סעיף ד': $2x + 18 = -x - 9$, $x = -9$, $y = 0$, (0, -9).

תרגיל 186 עמוד 170

סעיף א': שיפוע הצלע AB הוא $\left(\frac{1}{4}\right)$, משמע שיפוע הצלע BC הוא (-4), $y + 3 = -4(x + 1)$, $y = -4x - 7$.

סעיף ב': $y + 8 = -4(x + 4)$, $y = -4x - 24$.

סעיף ג': $\frac{x}{4} + \frac{23}{4} = -4x - 7$, $\frac{x}{4} + \frac{23}{4} = -4x - 24$. B(-3, 5), $x = -3$, $y = 5$, $x = -7$, $y = 4$, A(-7, 4).

סעיף ד': נחשב את אורכי הקטעים:

$BC = \sqrt{(-3+1)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{68} = 8.25$, $BA = \sqrt{(-7+3)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{17} = 4.12$

$AD = \sqrt{(-7+4)^2 + (4+8)^2} = \sqrt{153} = 12.37$.

שטח הטרפז: $S_{ABCD} = \frac{4.12 \cdot (8.25+12.37)}{2} = 45.81$, השטח הוא 45.81 יח"ר. (תשובה)..

תרגיל 187 עמוד 170

סעיף א': נציב $y = 0$, ונקבל $x = -6$, A(-6, 0).

סעיף ב': שיפוע הישר AD הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$, משמע שיפוע הישר AB הוא 2.

סעיף ג': משוואת הישר $y - 0 = 2(x + 6)$, $y = 2x + 12$. B(0, 12).

סעיף ד': נציב $x = -10$, ונקבל $y = 2$.

סעיף ה': כדי לקבל את שטח המרובע OBAD עלינו לעשות חיבור שטחים: $S_{OBAD} = S_{ABD} + S_{OBA}$.

נחשב אורכי קטעים:

$BA = \sqrt{(0+6)^2 + (12-0)^2} = \sqrt{180}$, $DA = \sqrt{(-10+6)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20}$

$S_{ADB} = \frac{\sqrt{180} \cdot \sqrt{20}}{2} = 30$, $S_{AOB} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$, שטח המרובע OBDA הוא 66 יח"ר.

תרגיל 188 עמוד 170

סעיף א': ראו הסבר תרגיל 184. משוואת האלכסון AG היא המשוואה: $y = 2x + 1$.

סעיף ב': שיפוע האלכסון ET הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$, $y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 5)$, $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

סעיף ג': $2x + 1 = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, $x = -1$, $y = -1$, M(-1, -1).

סעיף ד': T(-3, 3) חישבנו באמצעות הנוסחה למציאת אמצע קטע.

סעיף ה': נחשב אורכי קטעים:

$MA = \sqrt{(2+1)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{45}$, $EM = \sqrt{(-5+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{20}$

$S_{AEM} = \frac{\sqrt{45} \cdot \sqrt{20}}{2} = 15$, שטח המשולש AEM הוא 15 יח"ר.

תרגיל 189 עמוד 171

סעיף א': $m = \frac{5-1}{-2-0} = -2$.

סעיף ב': שיפוע האלכסון AC הוא $\left(\frac{1}{2}\right)$, $y - 5 = \frac{1}{2}(x + 2)$, $y = \frac{1}{2}x + 6$.

סעיף ג': משוואת הישר CE: $y - 5 = -2(x + 7)$, $y = -2x - 9$.

סעיף ד': $\frac{1}{2}x + 6 = -2x - 9$, $x = -6$, $y = 3$, C(-6, 3).

סעיף ה': נמצא אורך של צלע אחת: $CD = \sqrt{(-6-0)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{40} = 6.32$,

ההיקף: 25.3 יחידות אורך, השטח: 40 יח"ר.

תרגיל 190 עמוד 171

סעיף א': כדי להתאים כל קודקוד לאות המתאימה לו ניתן להתבונן בשיעור ה -x של כל נקודה, מהקטן אל הגדול. הקודקוד השמאלי ביותר הוא קודקוד C, ולכן מתאים לו הזוג (10, 14 -). הקודקוד הבא אחריו הוא

קודקוד B, ולכן מתאים לו הזוג (17, 10 -). אחריו קודקוד A, הזוג המתאים הוא (16, 5 -), ולבסוף D(- 4 ,8).
בדרך דומה ניתן להתאים קודקודים לפי שיעור ה – y מהגבוה לנמוך.
סעיף ב': $M_{AB} = \frac{17-16}{-10+5} = -\frac{1}{5}$, $M_{CD} = \frac{10-8}{-14+4} = -\frac{1}{5}$, $M_{AD} = \frac{16-8}{-5+4} = -8$, $M_{CB} = \frac{17-10}{-10+14} = \frac{7}{4}$.
סעיף ג': המרובע הוא טרפז כי יש לו זוג צלעות נגדיות מקבילות (AB || CD) , והזוג השני אינו מקביל.
סעיף ד': שיפוע הישר AE הוא 5, y – 16 = 5(x + 5), y = 5x + 41.
סעיף ה': משוואת הישר CD: $y - 8 = -\frac{1}{5}(x + 4)$, $y = -\frac{1}{5}x + \frac{36}{5}$, $-\frac{1}{5}x + \frac{36}{5} = 5x + 41$,
x = - 6.5, y = 8.5, E(- 6.5 ,8.5).

תרגיל 191 עמוד 171
סעיף א': M(- 2 ,3).
סעיף ב': שיפוע האלכסון AC הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$, ולכן שיפוע האלכסון BD הוא 2, y – 3 = 2(x + 2), y = 2x + 7.
סעיף ג': (1) שיעור ה – y הוא 5. (2) נציב y = 5, ונקבל x = - 1.
סעיף ד': נחשב אורכי קטעים:
$CA = \sqrt{(-6-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{80}$, $BM = \sqrt{(-1+2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{5}$
$S_{AEM} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{80}}{2} = 10$, שטח המשולש ABC הוא 10 יח"ר.
סעיף ה': שטח המעוין הוא 20 יח"ר (האלכסון מחלק את המעוין לשני משולשים שווי-שטח (וגם חופפים).

תרגיל 192 עמוד 172
ישר I הוא הישר BC (שיעור ה – b הוא 1), וישר II הוא הישר AD.
סעיף א': B(2 ,0), A(- 8 ,0). (הצבנו y = 0 בכל אחת מהמשוואות).
סעיף ב': שיפוע הישר AC הוא 2, y – 0 = 2(x + 8), y = 2x + 16.
סעיף ג': $2x + 16 = -\frac{1}{2}x + 1$, x = - 6, y = 4, C(- 6 ,4).
סעיף ד': המרובע ABCD הוא מלבן, מרובע ששלוש מזוויותיו הן זוויות ישרות (או מרובע שכל זוויותיו שוות).
סעיף ה': נחשב אורכי קטעים:
$CB = \sqrt{(-6-2)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{80}$, $AC = \sqrt{(-6+8)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{20}$.
שטח המלבן: $\sqrt{20} \cdot \sqrt{80} = 40$, שטח המלבן 40 יח"ר.

תרגיל 193 עמוד 172
סעיף א': לפי שיעור ה – b, משוואת הישר AB היא $y = -\frac{1}{2}x + 3$, ומשוואת הישר TR היא:
$y = -\frac{1}{2}x - 2$.
סעיף ב': שיפוע הישר BT הוא 2, y – 7 = 2(x + 8), y = 2x + 23.
סעיף ג': $2x + 23 = -\frac{1}{2}x - 2$, x = - 10, y = 3, T(- 10 ,3).
סעיף ד': (1) נציב y = 0, ונקבל R(- 4 ,0). (2) שיעור ה – x של נקודה A הוא (4 -), ולכן y = 5, A(- 4 ,5).
סעיף ה': נראה כי אורך הצלע AB שווה לאורך הצלע BT.

תרגיל 194 עמוד 173
סעיף א': D(0 ,4), A(- 2 ,0) (הצבנו x = 0 ו – y = 0).
סעיף ב': שיפוע הישר הוא $\left(-\frac{1}{2}\right)$, $y - 0 = -\frac{1}{2}(x + 2)$, $y = -\frac{1}{2}x - 1$.
סעיף ג': נציב y = 9, ונקבל x = - 20, B(- 20 ,9).
סעיף ד': (1) $y = \frac{1}{3}x + 9$. (2) $-\frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{3}x + 9$, x = - 12, y = 5, T(- 12 ,5).
סעיף ה': אורך הצלע BE הוא 20 יחידות אורך, אורך הגובה לצלע זו הוא 4 יחידות אורך, השטח 40 יח"ר.

תרגיל 195 עמוד 173
סעיף א': נציב x = - 7, ונקבל y = 21.

סעיף ב': שיפוע האלכסון AC הוא 3, ולכן שיפוע האלכסון BD הוא $\left(-\frac{1}{3}\right)$, $y-6=-\frac{1}{3}(x+12)$,
$y=-\frac{1}{3}x+2$.
סעיף ג': (1) $-\frac{9}{2}x-\frac{21}{2}=-\frac{1}{3}x+2$ (לצורך נוחיות הפתרון, העברנו לשבר מדומה), x = - 3, y = 3,
B(- 3, 3). (2) D(- 21, 9) (באמצעות אמצע קטע).
סעיף ד': שיעור ה – y של קודקוד C הוא 3 ולכן שיעור ה – x הוא (13 -), C(- 13, 3).
סעיף ה': DBC הוא משולש שווה שוקיים משום שהוא משולש שבו גובה מתלכד עם תיכון.
אפשרות נוספת: ABCD הוא דלתון (מרובע שאלכסוניו מאונכים, ואלכסון אחד חוצה את השני).
עוד אפשרות: לחשב אורכי קטעים.

מאגר משימות מספר 2

רמת בסיס

1) א. סרטטו במחברתכם מערכת צירים.
ב. סמנו את הנקודות A(- 1, 12) B(5 ,- 2) במערכת צירים שסרטטתם.
ג. מצאו את אמצע הקטע AB.
ד. מצאו את שיפוע הישר AB.
ה. מצאו את משוואת הישר AB.
ו. מצאו את אורך הקטע AB.

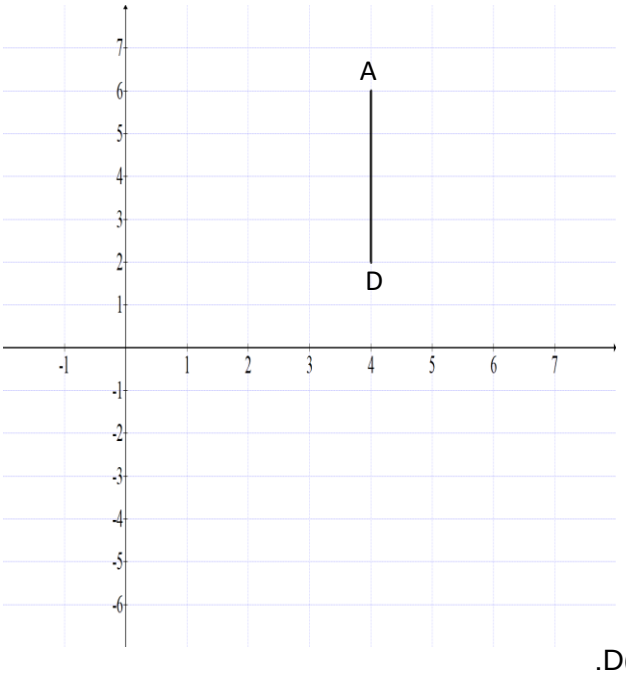
2) א. סרטטו במחברתכם מערכת צירים.
ב. סמנו את הנקודות C(- 6 ,1) D(2 ,5) במערכת צירים שסרטטתם.
ג. מצאו את אמצע הקטע CD.
ד. מצאו את שיפוע הישר CD.
ה. מצאו את משוואת הישר CD.
ו. מצאו את אורך הקטע CD.
ז. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.

3) נתון משולש שווה-שוקיים ABC. A(2 ,4), B(6 ,7). הנקודה D היא אמצע הבסיס AC ושיעוריה (4, 6).
א. סמנו את הנקודות הנתונות במערכת צירים.
ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.
ג. מצאו את משוואת הצלע AB.
ד. מצאו את משוואת הבסיס AC.
ה. מצאו א אורכי צלעות המשולש, את היקפו ואת שטחו.

4) נתון מעוין ABCD, שיעורי שניים מקודקודיו הסמוכים הם C(0 ,4), D(- 3 ,0).
נקודת מפגש האלכסונים היא M(- 3 ,4).
א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו – B.
ב. מצאו את אורך צלע המעוין ואת היקפו.
ג. מצאו את אורכי האלכסונים שך המעוין ואת שטחו.

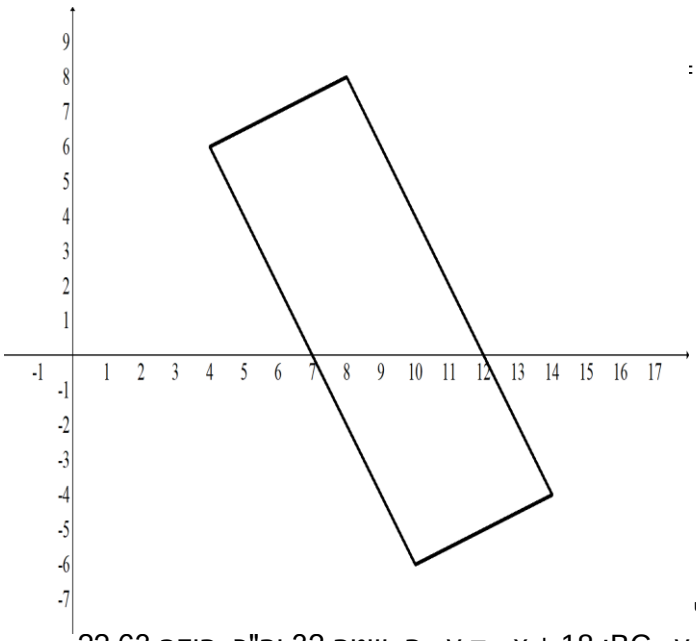
תשובות:
1) א. סרטוט, ב. סימון, ג. (2 ,5), ד. (2 -), ה. y = - 2x + 8, ו. $\sqrt{212}=14.56$.
2) א. סרטוט, ב. סימון, ג. (2 ,2 -), ד. $\frac{1}{2}$, ה. $y=\frac{1}{2}x+4$, ו. $\sqrt{80}=8.94$, ז. (4, 0), (0, 8 -).
3) א. סימון, ב. (4, 10), ג. $y=\frac{3}{4}x+2.5$, ד. y = 4, ה. 5, 5, 8, 18 יחידות, 12 יח"ר.
4) א. A(4, 6 -), B(- 3 ,8), ב. 5 יחידות, 20 יחידות, ג. 6, 8 יחידות, 12 יח"ר.

רמת הרחבה



1) במערכת הצירים שלפניכם מסומנות הנקודות A ו – D.
הישר AD הוא גובה ותיכון לצלע BC של משולש ABC.
א. סמנו שתי נקודות B ו – C, כך שמשולש ABC יהיה משולש שווה-שוקיים.
ב. רשמו את שיעורי הנקודות B ו – C.
ג. מצאו את היקף ושט משולש ABC על-פי הנקודות שסימנתם.
האריכו את הקטע AD כאורכו עד נקודה E
התקבל הקטע AE.
ד. איזה מרובע הוא המרובע ABEC? נמקו.
ה. מצאו את שטח המרובע ABEC.

2) נתונות הנקודות: A(2 ,8), B(6 ,12), C(10 ,8), D(6 ,4).
א. סמנו את הנקודות במערכת צירים, וחברו אותן בקו.
ב. התקבל מרובע ABCD, איזה מרובע הוא ABCD? נמקו.
ג. מצאו את נקודת החיתוך של האלכסונים.
ד. מצאו את משוואת הצלעות AB ו – BC.
ה. חשבו את היקפו ואת שטחו של מרובע ABCD.



3) נתון מלבן ABCD, משוואת הצלע AB: $\frac{1}{2}x + 4$:
שיעור ה – x של נקודה A הוא 4.
א. מצאו את שיעור ה – y של נקודה A.
ב. מצאו את משוואת הישר AD.
ידוע כי נקודת חיתוך האלכסונים היא (1, 9).
ג. מצאו את שיעורי נקודה C.
ד. מצאו את משוואת הישר D.
ה. מצאו את שיעורי הנקודות D ו – B.
ו. מצאו את שטח המלבן.

תשובות:
1) א, ב. סימון, למשל ((2, 1)B, (2, 7)C, ג. היקף
2) א. סימון, ב. ריבוע, ג, (8, 6), ד. AB: y = x + 6, BC: y = - x + 18, ה. שטח 32 יח"ר, היקף 22.63.
3) א. 6, ב. y = - 2x + 14, ג. (4 -, 14)C, ד. $y = \frac{1}{2}x - 11$ ה. (8, 8)B, (6 -, 10)D, ו. 60 יח"ר.

בספר יש נספח (נספח א') ובו תרגול נוסף לפרק זה.
מורה שמרגיש צורך יכול להפנות את התלמידים לנספח זה כתרגול נוסף או לקראת מבחן.

יחידה שלישית

למידת תהליכים ותופעות, בהקשר כלכלי פיננסי וחברתי מדעי,

שמתנהגים כמודל ריבועי (משוואה ופונקציה ריבועית)

<u>תכנים/נושאים מתמטיים (יוצגו בהקשר אורייני)</u>

<u>תכנים הנלמדים ביחידה זו</u>:

♣ פתרון אלגברי של משוואה ריבועית. (משוואה בלי מכנה, משוואה עם מכנה מספרי).

♣ משמעות משוואה ריבועית כחיתוך של פרבולה עם ציר x.

♣ הפרבולה ותכונותיה – קודקוד, סימטריה, חיתוך צירים, עלייה/ירידה, חיוביות/שליליות.

<u>תכנים נלווים ליחידה זו</u>:

♣ פתרון משוואה ליניארי.

♣ פתרון משוואה ריבועית.

♣ פרבולה.

<u>מטרות כלליות</u>:

♣ התלמיד יפתח יכולת לזהות פרבולה נתונה כגרף המתאר פונקציה ריבועית, שתבניתה האלגברית נתונה, ולהיפך.

♣ התלמיד ילמד להפיק מידע מפרבולה נתונה באמצעות תכונותיה.

<u>מטרות אופרטיביות</u>:

1. התלמיד ידע לקשור בין פונקציה ריבועית מהצורה: $y = ax^2 + bx + c$ לתיאור הגרפי של פרבולה באמצעות מקדמי הפונקציה הריבועית, ובאמצעות תכונות הפרבולה.

2. בהינתן גרף של פונקציה ריבועית (פרבולה) במערכת צירים עם שנתות, המתארת מצב אורייני, התלמיד ידע:
   א. למצוא את התחום שבו לפרבולה יש משמעות בהקשר האורייני המתואר בשאלה.
   ב. למצוא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים x ו – y, לקשר את שיעורי הנקודות למצב האורייני המתואר בשאלה, ולפסול תשובות שאין מתאימות למצב המתואר בשאלה.
   ג. למצוא את תחומי חיוביות/שליליות של הפרבולה, לקשר את התחומים למצב האורייני בשאלה, ולפסול תשובות שאינן מתאימות למצב המתואר בשאלה.
   ד. למצוא את קודקוד הפרבולה, לקבוע את סוג הנקודה (נקודת מינימום או נקודת מקסימום), ותחומי העלייה/ירידה, ולקשר את תשובותיו למצב המתואר בשאלה.

3. בהינתן התבנית של הפונקציה הריבועית המתאימה לפרבולה, התלמיד ידע למצוא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר x באמצעות פתרון המשוואה הריבועית המתקבלת, ולקשר את הפתרון למצב המתואר בשאלה.

מודל ריבועי

ביחידה זו נלמד על תהליכים ותופעות שמתנהגים כמודל ריבועי.
הנושא מהווה חזרה על הנלמד בחטיבת הביניים תוך התמקדות בהקשר האורייני.

ביחידה זו ייעשה שימוש גם בנושאים הבאים:
פתרון משוואות ממעלה ראשונה.
פתרון משוואות ריבועיות – ראו **נספח ה'.**

הידעתם עמוד 184
מידע על המתמטיקאי הפרסי-איסלמי אבו עבדאללה מוחמד איבן מוסא אל – ח'וואַרזמי שחי במאה השמינית לספירה ופיתח את תורת האלגברה.

משימת פתיחה עמוד 185
צילומים מהמרחב הציבורי והאישי – המשותף, לכולם יש פרבולה -פונקציה ריבועית.
ניתן לבקש מהתלמידים לצלם תמונות נוספות מהמרחב בביתם, או במרחב הציבורי המראות "פרבולה".

קריאת מידע מגרף של פונקציה ריבועית

בפרק זה נמקד במידע שאנו יכולים להפיק מגרף של פונקציה ריבועית (פרבולה).
בפרק זה אנו חוזרים על מושגים שנלמדו בחטיבת הביניים: קודקוד מינימום/מקסימום, תחומי עלייה/ירידה, נקודות חיתוך עם הצירים, ותחומי חיוביות/שליליות.
השאלות מתבססות על סיטואציות מהסביבה היומיומית בהן נמצאת הפרבולה.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד את המושגים: קודקוד הפרבולה, תחום עלייה ותחום ירידה, ציר סימטריה.
√ התלמיד ילמד למצוא נקודות חיתוך עם הצירים, תחום חיוביות ותחום שליליות.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **5 שעות.**

א. <u>קודקוד הפרבולה, תחום עלייה ותחום ירידה, ציר סימטריה</u>

בסעיף זה נזהה את סוג הקודקוד, שיעוריו, ציר סימטריה, תחום עלייה ותחום ירידה, וכן נקודות סימטריות ביחס לציר הסימטריה.

הסבר ודוגמה פתורה – קודקוד הפרבולה, תחום עלייה ותחום ירידה עמודים 186 - 188
תזכורת: ההצגה האלגברית של פונקציה ריבועית, ותיאורה הגרפי (פרבולה).
הסבר מהו הקודקוד, שיעוריו (תמיד זוג סדור) מינימום/מקסימום.
דוגמה מחיי היומיום.
תזכורת: תחומי עלייה/ירידה הם תמיד "תנועה" על ציר ה – x משמאל לימין.
שימו לב! גם תחום העלייה של הפרבולה וגם תחום הירידה מאופיינים בגבול שמאלי וגבול ימני כאשר הפרבולה אינה רנדומלית אלא קשורה למציאות, ואז הפרבולה מוגדרת בתחום מסוים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 1 עמוד 188
שלוש פרבולות הנתונות במערכת צירים משובצת (כולל מספרים).
קביעת שיעורי כל קודקוד ואפיונו (מינימום/מקסימום), ותחום עלייה/ירידה.

תרגיל 2 עמוד 188
3 תמונות מחיי היומיום, התלמידים נדרשים להחליט מהו אפיון הקודקוד.\ שיעורי נקודת הקודקוד, ותחומי עלייה/ירידה.

תרגיל 3 עמוד 189
קביעת סוג הקודקוד ושיעוריו מתוך תמונה מחיי היומיום.

תרגיל 4 עמוד 189
תמונה של סלסלה מונחת המערכת צירים., בנוסף לאפיון הקודקוד ושיעוריו, התלמידים נדרשים לקבוע את גובהה המקסימלי של הידית, שהוא בעצם שיעור ה – y של נקודת הקודקוד, תחומי עלייה/ירידה.

תרגיל 5 עמוד 189
בדיון בכיתה נתייחס להתנהלות מפעל בחיי היומיום. מתאימים פרבולה למציאות היומיומית.
כאשר אנו מיצרים פריט, יש עלויות ייצור שהולכות ופוחתות ככל שנייצר יותר פריטים, אך עלולות לעלות שוב כאשר מייצרים כמות גדולה של פריטים (למשל בלאי של מכונה, תשלום לכוח אדם וכו').
סעיף א': כאשר מייצרים 20 יחידות עלות הייצור היא 400,000 שקלים.
סעיף ב': כאשר עלות הייצור היא 250,000 שקלים החברה מייצרת 25 או 35 פריטים.
סעיף ג': עלות הייצור המינימלית היא 200,000 שקלים (שיעור ה – y של נקודת הקודקוד).
סעיף ד': כאשר מייצרים 30 פריטים, עלות הייצור היא מינימלית (200,000 שקלים).
סעיף ה': עלות הייצור יורדת בתחום $30 > x > 15$, עלות הייצור עולה כאשר $45 > x > 30$.

תרגיל 6 עמוד 190
סעיף א': חודשיים אחרי הפקת המוצר הרווח היה 6 מיליוני שקלים.
סעיף ב': קודקוד הפרבולה הוא קודקוד מקסימום.
סעיף ג': שיעורי נקודת הקודקוד (22, 8).
סעיף ד': משמעות הנקודה היא שאחרי 8 חודשים היה הרווח המקסימלי ממכירת המוצר 22 מיליוני שקלים.

הידעתם עמוד 190
מידע על מחזירי אור פרבוליים שפיתח פיתגורס.

תרגיל 7 עמוד 191
צלחת לווין המונחת במערכת צירים.
סעיף א': הגובה המינימלי הוא 2 מ' (שיעור ה – y של נקודת המינימום).
סעיף ב': השוליים העליונים מגיעים לגובה של 5 מ'.
סעיף ג': קוטר צלחת הלווין הוא 10 מ'.
סעיף ד': המשמעות: תחום הירידה של הפונקציה: $5 > x > 0$.

תרגיל 8 עמוד 191
תרגיל נוסף של סיטואציה מחיי היומיום.
סעיף א': שנתיים לאחר השנה המסוימת היקף החוב היה 15 מיליוני דולר.
סעיף ב': הערך המינימלי שהוא 7 מיליון דולר יגיע לאחר 6 שנים.
סעיף ג': בתחילת התקופה היקף החוב היה 25 מיליון דולר.
סעיף ד': בשנה השמינית היקף החוב היה במגמת עלייה (קודקוד הפרבולה הוא מינימום).
סעיף ה': מגמת הירידה הייתה בין השנה המסוימת ועד 6 שנים מתחילת המדידה : $6 > x > 0$.

תרגיל 9 עמוד 192
שימו לב! בתרגיל זה הפונקציה מתחילה בנקודה (50, 0).
סעיף א': דרושים 100 עובדים שעבורם מספר הפריטים שיוצרו הוא מקסימלי (שיעור ה – x של הקודקוד).
סעיף ב': מספר הפריטים המקסימלי הוא 150 פריטים.
סעיף ג': אם יש 50 עובדים ניתן לייצר 125 פריטים.
סעיף ד': העסקת 200 עובדים אינה יעילה, אנו רואים כי אחרי 100 עובדים מספר הפריטים במגמת ירידה.
סעיף ה': מספר העובדים שעבודת גורמת להגברת הייצור הוא בין 0 עובדים ל – 100 עובדים: $100 > x > 0$.

הסבר ודוגמה פתורה – ציר סימטריה, עמודים 192, 193
תזכורת: ציר סימטריה, משוואת ציר סימטריה, שתי נקודות סימטריות.
דוגמה הממחישה את המושגים.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 10 עמוד 194
שלושה ייצוגים גרפיים של פרבולה במערכת צירים משובצת וממוספרת.
מציאת קודקוד הפרבולה, משוואת ציר הסימטריה, ומציאת נקודה סימטרית לנקודה נתונה.

תרגיל 11 עמוד 194
שאלה מחיי היומיום חלק הרכיבה מתחת לגובה פני הקרקע הוא בצורת פרבולה.
סעיף א': הגובה המינימלי הוא (0.5 -)מ'.
סעיף ב': הנקודות A ו – B הן נקודות סימטריות, ולכן נמצאות במרחק שווה מהנקודה הנמוכה ביותר (נקודת המינימום).

תרגיל 12 עמוד 195
תמונה של גשר, בנוסף לאפיון הקודקוד ושיעוריו, התלמידים נדרשים לקבוע את גובה הכביש האופקי שהוא בעצם שיעור ה – y של נקודת הקודקוד.
בדיון נתייחס לעובדה כי יש לנו פרבולה מתחום המתמטיקה (תחום: לכל x), לבין פרבולה המייצגת את המציאות (התחום משתנה בהתאם לתוכן).
יש תוספת מציאת תחום עלייה/ירידה חלקי בהתאם לנקודת המוצא של האדם המטפס על הגשר.

תרגיל 13 עמוד 195
סעיף א': הגובה המקסימלי הוא 2.5 מ' (שיעור ה – y של נקודת המקסימום).
סעיף ב': רוחב כל כנף הוא 2 מ', רוחב השער כולו הוא 4 מ'.
סעיף ג': נקודה B היא נקודה סימטרית לנקודה A, ולכן שיעוריה הם: (1.9, 4).
סעיף ד': תחומי עלייה/ירידה בהתאם לתנאי השאלה. תחום עלייה: $2 > x > 0$, תחום ירידה: $4 > x > 2$.

תרגיל 14 עמוד 196
סעיף א': ביום הרביעי מחיר המנייה היה 12 שקלים.
סעיף ב': ביום החמישי מחיר המנייה היה 7 שקלים.
סעיף ג': מחיר המנייה המקסימלי היה ביום ה – 2, מחיר המנייה היה 16 שקלים.
סעיף ד': משוואת ציר הסימטריה הוא: $x = 2$ (פועל יוצא מהסעיף הקודם).
סעיף ה': דוגמה לשתי נקודות סימטריות: (12, 0), (12, 4) (שאר הנקודות בעייתיות מבחינת שיעור ה – y).

תרגיל 15 עמוד 196
שימו לב! גם בחיי היומיום יש מצבים בהם הפרבולה או חלקה נמצאת מתחת לציר ה – x.
ניתן לשאול: באילו מצבים? הפסדים, מינוס בבנק, צלילה מתחת למים....
סעיף א': אם המאפייה אינה מייצרת עוגות הרווח הוא 0.
סעיף ב': אם המאפייה מייצרת 25 עוגות הרווח הוא 1,000 שקלים.
סעיף ג': שיעורי נקודת המינימום הם (800 -, 10). המשמעות: כאשר המאפייה מייצרת 10 עוגות "הרווח" שלה (או יותר נכון ההפסד) הוא 800 שקלים.
ניתן לשאול: מדוע יש הפסד? עלות החומרים, עלות שכר העבודה, שכירות, חשמל, מים....
סעיף ד': משוואת ציר הסימטריה היא: $x = 10$.
סעיף ה': הנקודה הסימטרית לראשית הצירים היא (0, 20). המשמעות: כאשר לא מייצרים עוגות, או כאשר מייצרים 20 עוגות רווח המאפיה הוא 0.
סעיף ו': תחום העלייה: $x > 10$, תחום הירידה: $10 > x > 0$.

ב. <u>נקודות חיתוך עם הצירים, תחום חיוביות ותחום שליליות</u>

בסעיף זה נלמד למצוא את נקודת החיתוך עם ציר ה – y (יש תמיד), ואת נקודות החיתוך עם ציר ה – x (יכולה להיות נקודת חיתוך אחת, שתי נקודות חיתוך, או אין נקודות חיתוך כלל).

הסבר ודוגמה פתורה – נקודות חיתוך עם הצירים, עמודים 197, 198
תזכורת: נקודת חיתוך עם ציר ה – y היא מהצורה (___ , 0).
נקודות החיתוך עם ציר ה – x (אם קיימות) הן מהצורה: (0, ___).

בהסבר שבספר יש הדגמה של מצבי החיתוך עם ציר ה – x.
דוגמה של שני צוקים במערכת צירים.
תזכורת: תחום חיוביות (כאשר גרף הפרבולה מעל ציר ה – x), תחום שליליות (כאשר גרף הפרבולה מתחת לציר ה – x). בכיתות מתקדמות ניתן לדבר על אי-שליליות ($0 \geq x$) ו – אי-חיוביות ($0 \leq x$).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 16 עמוד 199
נתונות 6 פרבולות במערכת צירים משובצת וממוספרת, התלמידים נדרשים לציין את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

תרגיל 17 עמוד 199
כדור שנזרק ממרפסת בית כלפי מעלה ונוחת על הקרקע.
סעיף א': הכדור נזרק מגובה של 8 מ'.
סעיף ב': הכדור נחת במרחק 4 מ' במרחק אופקי ממיקומו של דן.
סעיף ג': הגובה המקסימלי של הכדור הוא 9 מ'.
סעיף ד': כאשר הכדור הגיע לגובהו המקסימלי, הוא היה במרחק 1 מ' ממיקומו של דן.
סעיף ה': הכדור היה בעלייה בתחום: $0 < x < 1$, הכדור היה בירידה בתחום: $1 < x < 4$.
סעיף ו': הכוונה לנקודה הסימטרית לנקודה (8, 0), והיא הנקודה (8, 2).

תרגיל 18 עמוד 200
ענף של עץ דקל הנתון במערכת צירים.
סעיף א': שיעורי נקודת הקודקוד הם (100, 40), זהו קודקוד מקסימום.
סעיף ב': משוואת ציר הסימטריה היא: $x = 40$.
שימו לב להבדל בין המלל של סעיף ג' (של הפונקציה) למלל של סעיף ד' (של המצב האורייני)
סעיף ג': תחום עלייה: $x < 40$, תחום ירידה: $x > 40$.
סעיף ד': תחום עלייה: $0 < x < 40$, תחום ירידה: $40 < x < 80$.
סעיף ה': נקודת החיתוך עם ציר ה – y ראשית הצירים (0, 0), נקודות החיתוך עם ציר ה – x, ראשית הצירים ו – (0, 80).
סעיף ו': הנקודה הסימטרית לראשית הצירים היא הנקודה (0, 80).

תרגיל 19 עמוד 200
סעיף א': נקודת מקסימום (4, 1), משמע הגובה המקסימלי הוא 4 מ'.
סעיף ב': הקודקוד מרוחק 1 מ' יחידות מהקיר.
סעיף ג': תחום הירידה: $1 < x < 3$, תחום העלייה: $0 < x < 1$.
סעיף ד': המרחק האופקי הוא 3 מ'.

תרגיל 20 עמוד 200
סעיף א': התורן מיתמר לגובה של 13 מ'.
סעיף ב': העומק המינימלי הוא (2 -) מ'.
סעיף ג': אורך גוף הסירה הוא 10 מ'.
סעיף ד': מתחת לפני המים (תחום השליליות): $3 < x < 5$ –, מעל פני המים (תחום החיוביות): $4 > x > 3$, או $5 < x < 6$ –.

תרגיל 21 עמוד 201
רווחי חברה ביחס למחיר מוצר. הערכים על הצירים הם ביחידות קטנות המייצגות "אלפים"
סעיף א': אם המוצר יימכר במחיר של 5,000 שקלים רווחי החברה יהיו 42,000 שקלים.
סעיף ב': כדי לקבל רווח מקסימלי מחיר המוצר צריך להיות 7,000 שקלים, הרווח יהיה 50,000 שקלים.
סעיף ג': כאשר מחיר המוצר הוא 2,000 שקלים או 12,000 שקלים רווחי החברה הם 0.
(נקודות החיתוך עם ציר ה – x).
סעיף ד': הכוונה לשתי נקודות סימטריות, ששיעור ה – x של אחת מהן הוא 11,000 שקלים.

אפשרות לטעות: גם ציר ערכי ציר ה – x, וגם ערכי ציר ה – y מבוטאים בשקלים.
שתי הנקודות הסימטריות הן (17, 11), (17, 3), שהן בעצם: (17,000, 11,000) ו – (17,000, 3,000).
סעיף ה': תחום הירידה: $12 > x > 7$, תחום העלייה: $7 > x > 2$.

תרגיל 22 עמוד 201

שימו לב! חלק מהגשר נמצא מתחת לכביש, משמע בחלק השלילי של ציר ה – y.
סעיף א': המרחק הוא 40 מ' (המרחק בין שתי נקודות האפס – נקודות החיתוך עם ציר ה – x).
סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא 16 מ' (שיעור ה – y של נקודת המקסימום).
סעיף ג': תומך הגשר מגיע לגובה של 8 מ'.
סעיף ד': המשמעות: תחום חיוביות ותחום שליליות. תחום חיוביות: $40 > x > 0$, תחום שליליות: $0 > x > 5 -$ או $45 > x > 40$.
סעיף ה': תחום העלייה: $20 > x > 5 -$, תחום הירידה: $45 > x > 20$.

תרגיל 23 עמוד 202
סעיף א': המשמעות: נקודת החיתוך עם ציר ה – y, הגובה הוא 1.5 מ'.
סעיף ב': הגובה המינימלי הוא (0.5 -) מ'.
סעיף ג': שיעורי נקודה B הם (1.5, 4).
סעיף ד': תחום עלייה: $4 > x > 2$, תחום ירידה: $2 > x > 0$.
סעיף ה': הכוונה לתחום חיוביות/שליליות. מתחת לפני הקרקע: $3 > x > 1$, מעל פני הקרקע: $1 > x > 0$, אן $4 > x > 3$.

תרגיל 24 עמוד 202

סעיף א': אם מזמינים 3 פריטים עלות המשלוח היא 50 שקלים לפריט.
סעיף ב': עלות המשלוח המינימלית תהיה עבור משלוח של 10 פריטים (שיעור ה – x של נקודת המינימום).
סעיף ג': עלות המשלוח המינימלית היא 25 שקלים (שיעור ה – y של נקודת המינימום).
סעיף ד': המשלוח אינו יכול להיות בחינם, הפרבולה אינה חותכת את ציר ה – x (אין משמעות כאשר $y = 0$).
סעיף ה': משוואת ציר הסימטריה היא: $x = 10$.
סעיף ו': שיעור ה – x של הנקודה שמצאנו בסעיף א' הוא $x = 3$. הנקודה בסעיף א' מרוחקת מרחק של 7 "צעדים" מציר הסימטריה, ולכן הנקודה הסימטרית לה תהיה מרוחקת אותו מרחק מציר הסימטריה, שיעור ה – y זהה, ולכן הנקודה היא: (50, 17).

תרגיל 25 עמוד 203

סעיף א': אם מחיר הכרטיס יהיה 30 שקלים, ההכנסות תהיינה 11,000 שקלים.
סעיף ב': ההכנסות הן מקסימליות כאשר מחיר הכרטיס הוא 50 שקלים.
ההכנסות המקסימליות הן 13,000 שקלים.
סעיף ג': כאשר ההכנסות הן 8,000 שקלים מחיר הכרטיס הוא 20 שקלים, או 80 שקלים (שימו לב! שתי נקודות סימטריות).
סעיף ד': ההכנסות במגמת עלייה בתחום: $50 > x > 0$.
סעיף ה': כאשר מחיר כרטיס יהיה יותר מ - 100 שקלים, הדבר יביא להפסדים (ניתן לשאול מדוע?).

תרגיל 26 עמוד 203

סעיף א': אם המרחק בין שני המגדלים הוא 1,280 מ', אזי שיעור ה – x של נקודת הקודקוד הוא 640.
שיעורי נקודת הקודקוד הם: (0, 640), הקודקוד הוא נקודת מינימום וזהו המרחק מהמגדל השמאלי.
סעיף ב': תחום העלייה: $1280 > x > 640$, תחום הירידה: $640 > x > 0$.
סעיף ג': שיעורי נקודה A: (150, 0), שיעורי נקודה B הם: (150, 1280).
סעיף ד': תחום חיוביות: $x \neq 0$, אפשרות נוספת: $640 < x$, או $640 > x$, תחום שליליות אף x.

תרגיל 27 עמוד 204

סעיף א': שיעור ה – y של הנקודה הנמוכה ביותר הוא (1 -), משמע 1 מ'.
סעיף ב': המרחק האופקי בין שתי הנקודות הוא 20 מ'.

סעיף ג': התחום הוא: $10 < x < 20$.
סעיף ד': (1) גובה הנקודות A ו – B מעל פני הקרקע הוא 1 מ'.
(2) כל אחת מהנקודות מרוחקת מרחק של 10 מ' מהנקודה הנמוכה ביותר.
סעיף ה': המשמעות היא תחומי חיוביות/שליליות. מעל לפני הקרקע: $3 < x < 17$" מעל פני הקרקע:
$0 < x < 3$ או $17 < x < 20$.

תרגיל 28 עמוד 205

בגרף אנו מבחינים בשתי פרבולות.
סעיף א': בפעם הראשונה הגובה המקסימלי הוא 1.5 מ', בפעם השנייה הגובה המקסימלי הוא 0.5 מ'.
סעיף ב': הכדור לא פגע בגוף התאורה שגובהו 2.2 מ' (הרבה מעל הגובה המקסימלי של הכדור).
סעיף ג': דנה עמדה במרחק של 4 מ' מימין לנקודה A, משמע הכדור לא הגיע אליה (הוא הגיע למרחק של 3 מ' ימינה מנקודה A).
סעיף ד': פרבולה שמאלית: תחום עלייה: $0 < x < 1$, תחום ירידה: $1 < x < 2$.
פרבולה ימנית: תחום עלייה: $2 < x < 2.5$, תחום ירידה: $2.5 < x < 3$.

תרגיל 29 עמוד 205

בדיון נתייחס לעובדה כי יש לנו שתי פרבולות, השאלה מרובת מלל, ותייחס לכל סעיף תוך שימת לב למשמעות המלל בהתייחס למה ששואלים, ואיך זה מתקשר ליישום האלגברי.
סעיף א': סירה שגובהה 3 מ' תוכל לעבור מתחת לגשר כי שיעור המקסימום של הפרבולה התחתונה גבוה מ – 3 מ'.
סעיף ב': כאשר הוא מטפס על הגשר (משמע תחום עלייה) התחום הוא: $-2 < x < 0$.
כאשר הוא יורד מהגשר הוא יהיה בתחום: $0 < x < 5$.
סעיף ג': משוואת ציר הסימטריה היא: $x = 0$, האב עומד בנקודה (2, 8 -), ולכן האם עומדת בנקודה (2, 8).

הקשר בין הפונקציה הריבועית $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ לבין גרף הפונקציה (הפרבולה)

בפרק זה נתמקד בפונקציה הריבועית $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ כאשר a, b, c הם מקדמי הפונקציה הריבועית. נעסוק בתיאור הגרפי, והקשר בין המקדמים לבין המאפיינים של הפרבולה.
במידת הצורך ניתן להפנות את התלמידים לנספח ה' – ובו תרגול של משוואות ממעלה שנייה (ריבועיות) עם נעלם אחד.

הנושאים שיילמדו בפרק זה
√ התלמיד ילמד את תפקידי המקדמים a ו – c.
√ התלמיד ילמד למצוא את קודקוד הפרבולה, ציר הסימטריה, תחום עלייה ותחום ירידה.
√ התלמיד ילמד למצוא נקודות חיתוך עם ציר ה - x, תחום חיוביות ותחום שליליות.
√ התלמיד ילמד למצוא שיעורי נקודות על הפרבולה בהינתן ערך של y.
<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> **8 שעות.**

א. <u>תפקידי המקדמים a ו – c</u>

בסעיף זה נזהה את המקדמים a ו – c בהינתן פונקציה ריבועית, נוכל לקבוע אם לפונקציה נקודת מינימום/מקסימום, וכן נמצא את נקודת החיתוך עם ציר ה – y.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 206 - 208



בספר יש הפנייה ליישומון דסמוס  המדגיש את המראה את הקשר בין המקדם a לבין העובדה כי לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום.
כאשר $a > 0$ לפונקציה נקודת מינימום, כאשר $a < 0$ לפונקציה נקודת מקסימום.
כל התשובות נמצאות בספר הלימוד.
ניתן במידת הצורך להשתמש בכל יישומון גרפי אחר בהתאם לאפשרויות שבכיתה.



בספר יש הפנייה ליישומון דסמוס  המתאר את הקשר בין שיעור הפרמטר c לבין נקודת החיתוך עם ציר ה – y. נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא $(0, c)$.
כל התשובות נמצאות בספר הלימוד.
ניתן במידת הצורך להשתמש בכל יישומון גרפי אחר בהתאם לאפשרויות שבכיתה.

דוגמה פתורה עמוד 208
נתונה תמונה של סככה בצורת פרבולה עם נקודת מקסימום (מצורף גם גרף הפרבולה).
מספר שאלות שניתן לענות עליהן בקלות.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 30 עמוד 209
6 ייצוגים אלגבריים של פונקציה ריבועית.
התלמידים נדרשים למצוא את המקדמים a ו – c, לקבוע האם לפונקציה נקודת מינימום או נקודת מקסימום, וכן את נקודת החיתוך עם ציר ה – y.

תרגיל 31 עמוד 209
מציאת הייצוג האלגברי המתאים לפרבולה המייצגת שת "קשת השער" שבמדינת מיזורי.

בכיתות מתקשות ניתן להשתמש באלימינציה: לפרבולה נקודת מקסימום, לכן נפסול את הייצוגי (1) ו – (4), גובה הקשת הוא 192, ולכן קודקוד הפרבולה הוא (192, 0), ויש לפסול את ייצוג (2).

תרגיל 32 עמוד 209

כמו בתרגיל הקודם, נפסול את הייצוגים (2) ו – (4) משום שלפרבולה נקודת מינימום, נפסול את ייצוג (1) משום שהוא חותך את ציר ה – y בחלק השלילי (בניגוד לפרבולה שלנו).

תרגיל 33 עמוד 210

בדיון נתייחס לבחירה, וחשוב יותר, למה אנו פוסלים את האפשרויות האחרות.
נפסול את גרף I (לפונקציה נקודת מקסימום), נקודת החיתוך עם ציר ה- y היא (5000, 0) וזה לא תואם את גרף II, לכן אנו בוחרים בגרף III.
בתחילת השנה הרווח החודשי הוא 5,000 שקלים.

תרגיל 34 עמוד 210

סעיף א': לפרבולה נקודת מקסימום, ולכן הייצוג המתאים הוא (2).
סעיף ב': שיעורי נקודת הקודקוד (הגובה המקסימלי) (2, 0).
סעיף ג': אדם שגובהו 170 ס"מ (או 0.7 מ') יוכל לעמוד זקוף בחלק מאזורי האוהל.

תרגיל 35 עמוד 210

סעיף א': $a = \frac{1}{2}$, משום שלפרבולה נקודת מינימום.
סעיף ב': שיעורי הקודקוד (הגובה המינימלי) (18, 0).
סעיף ג': נציב x = 2, ונקבל y = 20, שיעורי נקודה T הם (20, 2).
סעיף ד': נקודה T מרוחקת 2 יחידות ימינה מציר הסימטריה, ולכן שיעור ה – x של הנקודה הסימטרית לה היא (2 -), ושיעורי הנקודה (20, 2 -).
אפשרות שנייה: לשתי הנקודות אותו שיעור y, נציב: $20 = \frac{1}{2}x^2 + 18$, $2 = \frac{1}{2}x^2$, $x^2 = 4$, $x = 2, -2$.

תרגיל 36 עמוד 211

סעיף א': a = - 1, לפרבולה קודקוד מקסימום. סעיף ד': גובהה המקסימלי של הדלת הוא 4 מ' (שיעור ה – y של נקודת הקודקוד).
סעיף ג': שיעורי נקודה P הם: (3, 1) (הצבנו x = 1).
סעיף ד': שיעורי הנקודה הסימטרית לנקודה P הם: (3, 1 -), ולכן רוחב הדלת 2 מ'.

תרגיל 37 עמוד 211

בדיון נתייחס לבחירה שלנו, ומדוע פסלנו את הייצוגים האחרים.
ניתן גם לשאול: האם הגרף מגיע עד ציר ה - x בחלקו הימני? מה המשמעות? (מחיקת המנייה).
סעיף א': נפסול את הייצוגים (1) ו – (2) (לפונקציה נקודת מקסימום), נפסול את ייצוג (3) הפונקציה חותכת את ציר ה – y בחלק החיובי. הייצוג המתאים $y = -x^2 + 6x + 16$.
סעיף ב': בפתיחת המסחר מחיר המנייה היה 16 שקלים (הצבנו x = 0).
סעיף ג': מחיר המנייה השתנה במהלך היום אחרת היינו מקבלים פונקציה של ישר המקביל לציר ה – x.
סעיף ד': בסגירת יום המסחר מחיר המנייה היה 0, ולכן הוא נמוך ממחיר המנייה בתחילת היום.

ב. <u>קודקוד הפרבולה, ציר הסימטריה, תחום עלייה ותחום ירידה</u>

בסעיף זה נלמד למצוא את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד, את משוואת ציר הסימטריה, ואת תחום העלייה/ירידה של הפונקציה.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 212, 213

נזכיר את הנוסחה למציאת שיעור ה – x של נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{b}{2a}$.
משוואת ציר הסימטריה שווה ל – x_k.
כאשר לפונקציה נקודת מינימום תחום העלייה של הפונקציה הוא $x > x_k$, ותחום הירידה הוא $x < x_k$.
כאשר לפונקציה נקודת מקסימום תחום העלייה הוא $x < x_k$, ותחום הירידה הוא $x > x_k$.

דוגמה פתורה עמוד 213

שרשרת נורות היוצרת פרבולה עם נקודת מינימום, מתן תשובות למספר שאלות.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 38 עמוד 214

נתונים 6 ייצוגים של פונקציה ריבועית. התלמידים נדרשים למצוא את נקודת הקודקוד, ציר הסימטריה, ותחומי עלייה/ירידה.

תרגיל 39 עמוד 214

סעיף א': הגרף המתאים הוא גרף II. לפרבולה נקודת מקסימום (פוסלים את גרף I), הפרבולה חותכת את ציר ה – y בחלק החיובי (c = 1), ולכן פסלים את גרף III.
סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא 3 מ'. נחשב תחילה את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד:
$x_k = -\frac{8}{-16} = \frac{1}{2}$. נציב בפונקציה ונקבל: $y = -8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 3$.
סעיף ג': משוואת ציר הסימטריה: $x = \frac{1}{2}$.
סעיף ד': גובה הפיה מעל הקרקע הוא 1 מ' (c = 1).
סעיף ה': הזרם נמצא במגמת עלייה כאשר $0 < x < \frac{1}{2}$.

תרגיל 40 עמוד 215

סעיף א': נפסול את הייצוגים (1) ו – (2) כי לפונקציה נקודת מינימום, נפסול את ייצוג (3) כי הפונקציה חותכת את ציר ה – y בחלק החיובי (c = 5).
סעיף ב': בשנה הרביעית עלות האחזקה היא 5,000 שקלים. נציב x = 4, $y = 0.2 \cdot 4^2 - 0.8 \cdot 4 + 5 = 5$.
שימו לב! ההצבה בפונקציה הביאה לתוצאה y = 5, אבל ציר ה – y מיוצג באמצעות אלפי שקלים.
סעיף ג': כדי למצוא את עלות האחזקה המינימלית נחפש את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד:
$x_k = -\frac{-0.8}{0.4} = 2$.
סעיף ד': נציב x = 2 במשוואה ונקבל y = 4.2, משמע 4,200 שקלים.
סעיף ה': משוואת ציר הסימטריה היא: x = 2.
סעיף ו': יריד בעלות האחזקה הייתה בשנתיים הראשונות: $0 < x < 2$, החל מהשנה השנייה (נקודת המינימום) חלה עלייה בעלות האחזקה $x > 2$.

ג. <u>נקודות חיתוך עם ציר ה – x, תחום חיוביות ותחום שליליות</u>

בסעיף זה נלמד למצוא את נקודות החיתוך עם ציר ה – x, ואת תחומי החיוביות/שליליות של הפונקציה.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 215 - 217

את נקודות החיתוך עם ציר ה – x (במידה ויש) נמצא באמצעות נוסחת שורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.
בהמשך מסבירים כיצד מוצאים את תחומי חיוביות/שליליות כאשר יש שתי נקודות חיתוך עם ציר ה – x, נקודת חיתוך אחת, או אין נקודות חיתוך כלל.
בכיתות מתקשות ניתן להסביר את שלושת המצבים כאשר לפונקציה נקודת מינימום, ואת שלושת המצבים כאשר לפונקציה יש נקודת מקסימום (משמע ששת המצבים האפשריים).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

דוגמה פתורה עמודים 216, 217

דוגמה של שער מתכת בצורת פרבולה עם נקודת מינימום, מספר שאלות שיש לענות עליהן.

תרגיל 41 עמוד 218

6 ייצוגים אלגבריים של פונקציה ריבועית. יש למצוא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה – x (במידה ויש), ואת תחומי החיוביות/שליליות.

תרגיל 42 עמוד 218

סעיף א': ייצוג (2) מתאר את מסלול זריקת אגוזי הקוקוס (פרבולה עם נקודת מקסימום).

סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא 25 מ' (שיעור ה – y של נקודת הקודקוד).

סעיף ג': כדי שאגוזי הקוקוס ייפלו לסלים עלינו להניח אותם במרחק 5 מ' לכל צד מגזע העץ.

חיפשנו את נקודות החיתוך עם ציר ה – x וקיבלנו $x = 5$, או $x = -5$.

סעיף ד': המרחק בין הסלים הוא 10 מ'.

תרגיל 43 עמוד 218

סעיף א': נפסול את ייצוגים (1) ו – (2) לפרבולה נקודת מקסימום, כדי לדעת איזה ייצוג מתאים (בין 3 ל – 4) נחפש את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד. אם הוא חיובי, הייצוג יתאים, $x_k = -\frac{240}{-20} = 12$

לכן הייצוג המתאים הוא ייצוג (3).

בכיתות מתקדמות ניתן לשאול: כיצד נדע מתי שיעור ה – x של נקודת הקודקוד הוא חיובי ומתי הוא שלילי ללא חישוב? כאשר a ו – b שוני-סימן, אזי שיעור ה – x של נקודת הקודקוד יהיה חיובי, וכאשר a ו – b שווי-סימן שיעור ה – x של נקודת הקודקוד יהיה שלילי.

סעיף ב': הרווח המקסימלי יהיה 1,440 שקלים (מצאנו את שיעור ה – x (12) של נקודת הקודקוד והצבנו במשוואה).

סעיף ג': כדי לדעת מתי הרווח היומי מתאפס עלינו למצוא את נקודות החיתוך עם ציר ה – x.

$240x - 10x^2 = 0$. ניתן לחשב באמצעות נוסחת שורשים אן באמצעות הוצאת גורם משותף:

$10x(x - 24) = 0$, $x = 0$ או $x = 24$. מסקנה: כאשר שטח החנות הוא 24 מ"ר הרווח היומי מתאפס.

סעיף ד': רווח יומי חיובי מתקבל בתחום $0 < x < 24$.

תרגיל 44 עמוד 219

סעיף א': נקודות החיתוך עם ציר ה – x הן: (0, 0), (0, 6). כיצד מצאנו? באמצעות הוצאת גורם משותף:

$x(x - 6) = 0$, $x = 0$ או $x = 6$, אפשרות נוספת: נוסחת שורשים.

סעיף ב': הגרף המתאים הוא גרף (3) (על פי נקודות החיתוך עם ציר ה – x שמצאנו בסעיף א').

סעיף ג': התחום המתאים למצב האורייני בשאלה הוא $x > 0$ (אין משמעות למינוס שעות חנייה).

סעיף ד': בעלי החניון מתחילים להרוויח החל מהשעה ה – 6.

סעיף ה': התחום שבו הרווח שלילי הוא: $0 < x < 6$ (בין 0 ל – 6 שעות).

סעיף ו': $x > 6$.

תרגיל 45 עמוד 220

בדיון נראה את הקשר בין תמונה (מציאות) לגרף של פרבולה.

סעיף א': שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה – x הן: (0, 4) ו – (0, 0).

סעיף ב': הגרף המתאים הוא גרף (4) נקודת מקסימום, ונקודות החיתוך עם ציר ה – x.

דיון: מדוע פוסלים את הגרפים האחרים?

סעיף ג': נקודת המקסימום: $x_k = -\frac{4}{-2\cdot(-1)} = 2$, נציב ונקבל $y = 4$, הנקודה: (4, 2).

סעיף ד': זרם המים נמצא בעלייה כאשר: $0 < x < 2$.

סעיף ה': אם הציפור עפה בגובה 4.5 מ' היא לא נרטבה כי גובה המים המקסימלי הוא 4 מ'.

תרגיל 46 עמוד 221

סעיף א': הגרף המתאים הוא גרף III, לפרבולה נקודת מקסימום (פסלנו פרבולה II), $c = 0$, ולכן גרף I אינו מתאים.

סעיף ב': נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה – x: (0, 0), (0, 20), ולכן התחום המתאים הוא: $0 < x < 20$.

סעיף ג': שיעורי נקודת הקודקוד הם: (20, 10). נמצא תחילה את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד:

$x_k = -\frac{4}{-2\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)} = 10$, נציב ונקבל $y = 20$.

סעיף ד': המבנה התומך מחוזק לקרקע בנקודות החיתוך עם ציר ה – x.

סעיף ה': ציר הסימטריה הוא: $x = 10$.

תרגיל 47 עמוד 222

סעיף א': גרף I לא מתאים משום שלפרבולה נקודת מקסימום. C = 0, ולכן גרף III אינו מתאים.
הגרף המתאים הוא גרף II (נקודת מקסימום, ונקודת החיתוך עם ציר ה – y היא (0, 0)).
סעיף ב': נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה – x: (0, 0) ו – (0, 3), ולכן התחום המתאים הוא 3 > x > 0.
סעיף ג': נמצא את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{6}{2\cdot(-2)} = 1.5$, נציב ונקבל y = 4.5.
הנקודה היא: (4.5, 1.5).
סעיף ד': המים נמצאים בתחום עלייה כאשר: 1.5 > x > 0, במגמת ירידה: 3 > x > 1.5.
סעיף ה': מי המזרקה ומי הבריכה נפגשים בנקודות החיתוך עם ציר ה – x ראו סעיף ב'.
סעיף ו': ציר הסימטריה: x = 1.5.

תרגיל 48 עמוד 223

סעיף א': לפרבולה נקודת מקסימום ולכן נפסול את ייצוגים (1) ו – (2), הפרבולה חותכת את ציר ה – y בחלק החיובי, ולכן נפסול את ייצוג (3). הייצוג המתאים הוא ייצוג (4).
סעיף ב': נמצא את שיעור ה – x של הקודקוד: $x_k = -\frac{0}{2\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)} = 0$, נציב ונקבל y = 5, הקודקוד: (5, 0), והוא נקודת מקסימום.
בכיתות מתקדמות נשאל: האם יש צורך למצוא את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד? התשובה לא.
הקודקוד הוא נקודת המקסימום של הפונקציה ונמצא על ציר ה – y שזה בעצם c של המשוואה.
סעיף ג': גובה האבן הוא 5 מ', ולכן ציפור שעפה לגובה של 4 מ' תוכל להיכנס.
סעיף ד': תחום העלייה: 0 > x, תחום הירידה: 0 < x.
סעיף ה': נקודת החיתוך עם ציר ה – y : (0, 5), נקודות החיתוך עם ציר ה – x הן: (0 , 2) ו – (0, 2 -), ולכן רוחב הפתח הוא 4 מ'.

ד. <u>מציאת שיעורי נקודות על הפרבולה בהינתן ערך של y</u>

בסעיף זה נלמד למצוא את שיעור ה – x של נקודות על הפרבולה בהינתן שיעור ה – y.

הסבר ודוגמה פתורה עמודים 223, 224

תזכורת: כאשר נתון שיעור ה – y של נקודה/נקודות על הפרבולה, מציבים y = t, ופותרים משוואה ריבועית.
דוגמה מחיי היומיום ופתרונה.

תרגיל 49 עמוד 224

4 פונקציות, נתון שיעור y מסוים, התלמידים נדרשים למצוא את שיעור ה – x של הנקודות.

תרגיל 50 עמוד 225

סעיף א': המרחק האופקי הוא המרחק בין שתי נקודות החיתוך עם ציר ה – x (0, 0) ו – (0, 2), משמע 2 מ'.
סעיף ב': נמצא את שיעור ה – y של נקודת הקודקוד. נמצא תחילה את שיעור ה – x: $x_k = -\frac{4}{2\cdot(-2)} = 1$,
נציב בפונקציה ונקבל: y = 2, שיעורי נקודת הקודקוד הם: (2, 2), ולכן הכדור לא יגיע לתקרה.
סעיף ג': הכדור נמצא בעלייה בתחום: (1 > x > 0), הכדור נמצא בירידה בתחום: 2 > x > 1.
סעיף ד': נציב y = 1.5, ונקבל: x = 0.5 או x = 1.5.

תרגיל 51 עמוד 225

סעיף א': הגובה שממנו נזרק הכדור הוא נקודת החיתוך עם ציר ה – y, משמע (2, 0) בגובה 2 מ'.
סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא שיעור ה – yשל נקודת הקודקוד. נמצא תחילה את שיעור ה – x של הנקודה:
$x_k = -\frac{2}{2\cdot(-0.5)} = 2$, נציב בפונקציה, ונקבל: y = 4, הגובה המקסימלי הוא 4 מ'.
סעיף ג': הכדור היה במגמת עלייה בתחום: 2 > x > 0.
סעיף ד': נציב y = 3.02, ונקבל: $3.02 = -0.5x^2 + 2x + 2$, $x^2 - 4x + 2.04 = 0$, x = 0.6 או x = 3.4.
הכדור הגיע לסל כאשר x = 3.6 (מצאנו שני פתרונות, האחד משמאל לציר הסימטריה, x = 0.6 שאינו מתאים למיקום הסל, והשני המתאים לתוכן השאלה).
סעיף ה': בפעם הראשונה היה הכדור במרחק אופקי 0.6 מ' מעידן.

תרגיל 52 עמוד 225

סעיף א': גובה האבן בעת הזריקה הוא 2 מ' (נקודת החיתוך עם ציר ה – y).

סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא נקודת הקודקוד. $x_k = -\frac{1.5}{2\cdot(-0.5)} = 1.5$, נציב ונקבל y = 3.125.

הגובה הוא 3.125 מ'.

סעיף ג': נציב y = 3, $3 = -0.5x^2 + 1.5x + 2$, $x^2 - 3x + 2 = 0$, x = 1 או x = 2.

כעבור שנייה או שתיים.

סעיף ד': כעבור 3 שניות האבן הייתה עדיין באוויר (נציב x = 3 במשוואה, ונראה אם y חיובי או לא).

תרגיל 53 עמוד 226

סעיף א': בתחילת התקופה ייצרו במפעל 14 מיליון מוצרים.

סעיף ב': כעבור 7 שנים ייצרו במפעל 21מיליון מוצרים (הצבנו x = 7).

סעיף ג': הכמות הקטנה ביותר נמצאת בנקודת המינימום. $x_k = -\frac{-6}{2\cdot1} = 3$, כעבור 3 שנים.

סעיף ד': נציב y = 6, ונקבל: $x2 - 6x + 8 = 0$, x = 2 או x = 4, כעבור שנתיים או כעבור 4 שנים.

תרגיל 54 עמוד 226

סעיף א': דניאל זורק את הכדור מגובה 1.75 מ'.

סעיף ב': הגובה המקסימלי הוא נקודת הקודקוד. $x_k = -\frac{3}{2\cdot(-1)} = 1.5$, כעבור שנייה וחצי.

סעיף ג': הכדור היה במגמת עלייה בתחום: 0 < x < 1.5.

סעיף ד': נציב y = 1.75, ונקבל x = 0 או x = 3, משמע אחרי 3 שניות.

בכיתות מתקדמות נוכל לדבר על נקודות סימטריות: מחד נקודת החיתוך עם ציר ה – y מרוחקת 1.5 יחידות מציר הסימטריה, משמע הנקודה הסימטרית לה מרוחקת גם היא 1.5 יחידות מציר הסימטריה משמע x = 3.

סעיף ה': נקודת החיתוך עם ציר ה – x, נציב y = 0, ונקבל x = 3.5, משמע אחרי 3.5 שניות.

סעיף ו': אין משמעות ל – x = 4, הפונקציה שלנו "מסתיימת" כאשר x = 3.5.

(תחום ההגדרה של הפונקציה מבחינת "הסיפור" הוא 0 < x < 3.5).

תרגיל 55 עמוד 226

סעיף א': $a = \frac{1}{2}$ כי לפונקציה נקודת מינימום ו – a צריך להיות חיובי.

סעיף ב': ההון הראשוני הוא 10 מיליון שקלים.

סעיף ג': כעבור שנתיים ההון הראשוני הוא 4 מיליון שקלים (הצבנו x = 2).

סעיף ד': נמצא את נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{-4}{2\cdot(0.5)} = 4$, כאשר x < 4 ההון של המפעל בירידה.

סעיף ה': נציב x = 4, ונקבל y = 2, ההון המינימלי הוא 2 מיליון שקלים.

סעיף ו': כבר על פי הגרף ניתן לומר כי קיימת שנה נוספת בה ההון של המפעל היה 4 מיליון שקלים.

נבדוק: נציב y = 4, ונקבל x = 2, או x = 6. אחרי 6 שנים.

תרגיל 56 עמוד 227

סעיף א': נציב x = 60, ונקבל: y = 4, 4 מ' ממרכז הכביש.

סעיף ב': שיעור ה – x של נקודת הקודקוד הוא 300, נציב x = 150 ונקבל y = 25. גובה המגדלים 25 מ'.

סעיף ג': 36 מ' שמאלה מהמגדל הימני משמע x = 150 – 36 = 114, נציב ונקבל y = 14.44. גובה הכבל הוא 14.44 מ'. (חשיבה)

סעיף ד': נציב y = 16, ונקבל: $\frac{x^2}{900} = 16$, $x2 = 14{,}400$, $x = \pm 120$, x = 120, ולכן התשובה 30 '.

תרגיל 57 עמוד 227

סעיף א': גובה עמוד התמיכה הוא 7 מ' (נקודת החיתוך עם ציר ה - y).

סעיף ב': נציב y = 0, $0 = -x^2 + 6x + 7$, x = - 1, x = 7. A(- 1 ,0), B(7 ,0) המרחק 8 מ'.

סעיף ג': (1) הגובה המקסימלי הוא שיעור ה – y של נקודת הקודקוד. $x_k = -\frac{6}{2\cdot(-1)} = 3$, נציב, ונקבל y = 16, הגובה המקסימלי הוא 16 מ'.

(2) במגמת ירידה יובל נמצא בתחום: $3 < x < 7$.
סעיף ד': נציב $y = 7$ ונקבל: $x = 0$ או $x = 6$, המרחק בין שני עמודי התמיכה הוא 6 מ'.

תרגיל 58 עמוד 228
סעיף א': גובה הסולם הוא 10 מ' (נקודת החיתוך עם ציר ה – y).
סעיף ב': נקודה C היא נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{-4}{2\cdot(0.5)} = 4$, נציב ונקבל $y = 2$, משמע 2 מ'.
סעיף ג': נציב $y = 6.5$, $6.5 = 0.5x^2 - 4x + 10$, $x^2 - 8x + 7 = 0$. $x = 1$ או $x = 7$ (הבחירה $x = 7$ כי הנקודה B נמצאת מימין לציר הסימטריה). חשיבה
סעיף ד': אלון היה במגמת עלייה בתחום $4 < x < 7$.

תרגיל 59 עמוד 228
סעיף א': לוחם האש מחזיק את הזרנוק בגובה 1 מ'.
סעיף ב': הגובה המקסימלי: $x_k = -\frac{4}{2\cdot(-0.5)} = 4$, נציב ונקבל $y = 9$, הגובה המקסימלי הוא 9 מ'.
סעיף ג': נציב $x = 7$, ונקבל $y = 6$, לוחם האש נמצא במרחק של 6 מ' מהבניין.
סעיף ד': תחום העלייה: $0 < x < 4$, תחום הירידה: $4 < x < 6$.

תרגיל 60 עמוד 229
סעיף א': הגובה המקסימלי הוא 5 מ'.
סעיף ב': נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה – x: $0 = 5 + 0.05x^2$ - , $x = \pm 10$, המרחק 20 מ'.
סעיף ג': הכדור לא יכול להיבעט מתחת לקרקע, אין משמעות לערכים שליליים של y.
סעיף ד': תחום העלייה: $-10 < x < 0$, תחום הירידה: $0 < x < 10$.
סעיף ה': נציב $y = 3.75$, ונקבל: $x = \pm 5$, משמע פעם אחת במרחק 5 מ' מהשחקן ובפעם השנייה במרחק 15 מ' מהשחקן.

תרגיל 61 עמוד 229
סעיף א': הגובה המינימלי הוא 50 מ'.
סעיף ב': משוואת ציר הסימטריה היא $x = 0$.
סעיף ג': נציב $y = 70$, $70 = 0.008x^2 + 50$, $x = \pm 50$, קוטר הצלחת הוא 100 מ'.
סעיף ד': הפרבולה מייצגת את צלחת הלווין, ואין משמעות מה קורה מימין או משמאל לקצה הצלחת.
סעיף ה': תחום החיוביות הוא: $-50 < x < 50$.

תרגיל 62 עמוד 230
נדון במצבים בחיי היומיום בהם אנו נמצאים בהפסד (מינוס בבנק, הוצאות ייצור גבוהות..) לבין ימים בהם יש לנו רווח חיובי, והקשר לגרף הפרבולה.
סעיף א': נמצא את נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{40}{2\cdot(-4)} = 5$, $y = 100$, בחודש החמישי היה הרווח 100,000 שקלים.
סעיף ב': נציב $y = 64000$ ונקבל $x = 2$ או $x = 8$. בחודש השני ובחודש השמיני היה הרווח החודשי 64,000 שקלים.
סעיף ג': אין משמעות לערכים שליליים של x, איננו יכולים לדעת מה קרה בחודשים אלו.
סעיף ד': (1) נכון, ציר הסימטריה הוא $x = 5$, ולכן $y_4 > y_3$, זהו תחום עלייה.
(2) לא נכון. נציב $x = 8$ ו – $x = 1$, ונקבל: $y_8 > y_1$.
(3) אי אפשר לדעת מדובר בתחום שלילי שאינו מתאים לסיטואציה.
סעיף ה': תחום העלייה: $0 < x < 5$, תחום הירידה: $x > 5$ (כי יכולים להיות גם הפסדים, לא רק רווחים).
סעיף ו': התחום שבו העסק הרוויח הוא: $0 < x < 10$, העסק הפסיד בתחום: $x > 10$.

תרגיל 63 עמוד 230
סעיף א': בתחילת מסע הפרסום נמכרו 20,000 מוצרים.
סעיף ב': נציב $y = 32$, ונקבל $x = 2$, או $x = 6$, משמע כעבור חודשיים וכעבור 6 חודשים נמכרו 32,000 מוצרים.

סעיף ג': מעל 32,000 מוצרים נמכרו בתחום: $2 < x < 6$.

סעיף ד': מספר המוצרים המקסימלי היה בחודש הרביעי: $x_k = -\frac{8}{2\cdot(-1)} = 4$.

סעיף ה': לא נמכרו מוצרים בחודש ה – 10 (הצבנו $y = 0$).

תרגיל 64 עמוד 231

סעיף א': נחפש את נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{\frac{5}{3}}{2\cdot\left(-\frac{1}{36}\right)} = 30$, $y = 25$, הגובה המקסימלי הוא 25 מ'.

סעיף ב': נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה – y: $-\frac{1}{36}x^2 + \frac{5}{3}x = 0 /\cdot(-36)$, $x^2 - 60x = 0$.

$x = 0$, או $x = 60$, משמע במרחק 60 מ'.

סעיף ג': נציב $y = -39$ ונקבל: $x = 78$ או $x = -18$, הבחירה היא $x = 78$, משמע במרחק 78 מ' מלוע הר הגעש.

סעיף ד': במגמת עלייה היה הסלע בתחום $0 < x < 30$, במגמת ירידה היה הסלע בתחום $30 < x < 78$.

סעיף ה': בגובה נמוך מלוע ההר היה הסלע בתחום: $60 < x < 78$.

תרגיל 65 עמוד 231

סעיף א': נמצא את שיעור ה – x של נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{\frac{7}{4}}{2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)} = 3.5$, נציב ונקבל $y = 3.0625$, נקודת הקודקוד היא: (3.5 ,3.0625).

סעיף ב': נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה – x: $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{4}x = 0$, $x^2 - 7x = 0$, $x = 0$, $x = 7$.

סעיף ג': הקשת בעלייה בתחום: $0 < x < 3.5$, הקשת בירידה בתחום $3.5 < x < 7$.

סעיף ד': אם רוחב הדלת הוא 1 מ', משמע נקודה A ונקודה B מרוחקות 0.5 מ' מציר הסימטריה, ולכן B(4 ,0) ו – A(3 ,0).

סעיף ה': נציב $x = 4$ (או $x = 3$) ונקבל $y = 3$ (נוח להציב $x = 4$).

הקשר בין הייצוגים השונים של הפונקציה הריבועית

בפרק זה נתמקד בתיאור מילולי של פונקציה, ובהקשר שלה לייצוג האלגברי שלה, ולייצוג הגרפי, או, זיהוי פרבולה באמצעות ייצוג מילולי.

<u>מספר השעות המוקדש ליחידה זו</u>**: 4 שעות**

דוגמה פתורה – עם טבלה, עמודים 232 - 234

סיטואציה מחיי היומיום, השלמת הטבלה מאפשרת הגעה לייצוג אלגברי של הפונקציה הריבועית.
לפונקציה נקודת מקסימום ($a < 0$), מציאת שיעור ה – x של נקודת הקודקוד תאפשר לנו לדעת מהי ההנחה הכדאית ביותר לקבלת התשואה הגבוהה ביותר.
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 66 עמוד 234

תרגיל דומה לדוגמה הפתורה.
סעיף א': השלמת טבלה (ראו דפי תשובות).
סעיף ב': $x + 3$.
סעיף ג': $4x - 20$ (כל מכשיר גורם להפחתת 4 דקות מזמן הניסוי).
סעיף ד': פונקציה (1) היא המתאימה לסיטואציה.
סעיף ה': $y = -4x^2 + 8x + 60$, $x_k = -\frac{8}{2\cdot(-4)} = 1$, $y_k = 64$. שיעורי נקודת הקודקוד: (1, 64),
המשמעות: תוספת של מכשיר אחד (כלומר 4 מכשירים) יאפשר זמן מקסימלי של 64 דקות.

תרגיל 67 עמוד 235

תרגיל דומה לדוגמה הפתורה.
סעיף א': השלמת טבלה, ראו דפי תשובות.
סעיף ב': $x + 30$.
סעיף ג': $10x - 400$.
סעיף ד': ייצוג (1) הוא המתאים לסיטואציה.
סעיף ה': $y = -10x^2 + 100x + 12000$, $x_k = -\frac{100}{2\cdot(-10)} = 5$, $y_k = 12250$. הקודקוד: (5, 12250).
המשמעות: אם יתווספו עוד 5 עצים היבול יהיה מקסימלי, מעבר לכך, התפוקה תרד.

תרגיל 68 עמוד 236

סעיף א': השלמת טבלה, ראו דפי תשובות.
סעיף ב': $4x - 80$.
סעיף ג': $x + 6$. שימו לב! המידע בשאלה כתוב הפוך משתי השאלות הקודמות.
סעיף ד': ייצוג (2) הוא המתאים.
סעיף ה': $y = -4x^2 + 56x + 480$. $x_k = -\frac{56}{2\cdot(-4)} = 7$, $y_k = 676$. נקודת הקודקוד: (7, 676).
המשמעות: אם המהירות תקטן 7 פעמים (משמע ב– 28 קמ"ש), אזי מרחק הנסיעה יהיה מקסימלי 676 ק"מ.

דוגמה פתורה – ללא טבלה, עמודים 236 - 238

אותו מידע כמו בשאלות הקודמות, התלמידים נדרשים לענות על השאלות ללא טבלה.
בכיתות מתקשות ניתן לצרף טבלה.
לשאלה מצורפת פרבולה, עם שאלות הקשורות לגרף ביחס לסיטואציה (אין משמעות ל – $y < 0$ למשל).
מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמה באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר לקיצור זמן ההוראה.

תרגיל 69 עמוד 238

סעיף א': עבור 70 כרטיסים נשלם 1,50 שקלים.
סעיף ב': עבור 16 כרטיסים נשלם: 1,088 שקלים = $68 \cdot 16$.
סעיף ג': עבור 17 כרטיסים נשלם: 1,22 שקלים = $66 \cdot 17$.

סעיף ד': הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (3).
סעיף ה': $y = -2x^2 + 40x + 1050$, $x_k = -\frac{40}{2\cdot(-2)} = 10$, $y_k = 1250$. שיעורי הקודקוד (10 ,1250).
המשמעות: אם יתווספו 10 כרטיסים (משמע 25 כרטיסים), הסכום המקסימלי שיגבה הפארק הוא 1,250.

תרגיל 70 עמוד 239
סעיף א': אם מספר התשלומים לא ישתנה (10 תשלומים) מחיר המדיח יהיה 3,200 שקלים.
סעיף ב': אם יתווסף תשלום אחד מחיר המדיח יהיה 3,300 שקלים = 11 · 300.
סעיף ג': אם יתווספו שני תשלומים המחיר יהיה: 3,360 שקלים = 12 · 280.
סעיף ד': הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (3).
סעיף ה': $y = -20x^2 + 120x + 3200$, $x_k = -\frac{120}{2\cdot(-20)} = 3$, $y_k = 3380$. הקודקוד: (3380, 3).
סעיף ו': אם המדיח יימכר ב – 13 תשלומים, מחיר המדיח יהיה מקסימלי: 3,380 שקלים. כל הקטנה או הגדלה של מספר התשלומים, מחיר המדיח יקטן.

תרגיל 71 עמוד 239
סעיף א': משך האימון הכולל יהיה 200 דקות.
סעיף ב': אם יתווסף תלמיד אחד זמן האימון יהיה 252 דקות = 6 · 42.
סעיף ג': אם יתווספו שני תלמידים זמן האימון יהיה 308 דקות = 7 · 44.
סעיף ד': הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (4).
סעיף ה': אם יתווספו 10 תלמידים (משמע 15 תלמידים), זמן האימון של כל תלמיד יהיה 60 דקות, והזמן הכולל יהיה 900 דקות. נועה טועה.
אפשרות הסבר נוספת: נציב x = 10 בפונקציה: $y = (5 + 10)(40 + 20) = 900$.

תרגיל 72 עמוד 240
"עלינו" שלב, לא בודקים את ההוזלה בעיצוב בד בבד עם הגדלת מספר הבתים (מעבר ל – 10 בתים).
סעיף א': $10 + x$.
סעיף ב': $20000 – 500x$.
סעיף ג': $y = (10 + x)(20000 – 500x)$.
סעיף ד': נחשב את שיעורי נקודת הקודקוד. אם נקבל x = 5, שעבורו המשרד יקבל את ההכנסה הגבוהה ביותר אזי זאת תהיה ההעדפה. נפשט את הפונקציה: $y = -500x^2 + 15000x + 200000$.
$x_k = -\frac{1500}{2\cdot(-500)} = 15$, $y_k = 312500$.

תרגיל 73 עמוד 240
סעיף א': לאור התרגילים הקודמים, הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (4) (טעות אפשרית: ייצוג 2).
סעיף ב': עבור 40 אורחים ישלם מזמין האירוע 12,000 שקלים.
סעיף ג': הפרבולה המתאימה היא פרבולה (3).
בכיתות מתקדמות ניתן לבקש מהתלמידים להסביר מדוע פרבולה (1) ופרבולה (2) אינן מתאימות.
הסבר: לפרבולה (2) קודקוד מינימום, ופרבולה (1) חותכת את ציר ה – x בראשית הצירים, לא הגיוני, בכל מקרה נקודת החיתוך עם ציר ה – y היא (12,000, 0) כי ציר ה – x מייצג את כמות האנשים שמעל 40 אורחים.
סעיף ד': $y = -5x^2 + 100x + 12000$, $x_k = -\frac{100}{2\cdot(-5)} = 10$, $y_k =$. הקודקוד: (12500, 10).
המשמעות: תוספת של 10 אורחים (משמע 50 אורחים) יניבו הכנסה מקסימלית של 12,500 שקלים.
סעיף ה': מעבר לתוספת של 20 אנשים ההכנסה של בעלי האולם תקטן מההכנסה המקורית שהיא 12,000 שקלים.

תרגיל 74 עמוד 241
סעיף א': הייצוג המתאים הוא ייצוג (1).
סעיף ב': חלק הפרבולה המקווקו, אומר שאין משמעות לערכים שליליים של x בסיטואציה של השאלה.

סעיף ג': $y = -2x^2 + 20x + 1200$, $x_k = -\frac{20}{2\cdot(-2)} = 5$, $y_k = 1250$. הקודקוד: (5, 1250).
המשמעות: תוספת של 5 מבחנות אזי הנפח המקסימלי הכולל יהיה 1,250 סמ"ק.
סעיף ד': סעיף (2) אותו מלל כמו סעיף (1) בשינוי המספרים, אבל המשמעות שונה (הבנת הנקרא!).
סעיף ה': נציב $y = 800$, ונקבל $x = -10$ (נפסול את הפתרון) או $x = 20$. התשובה: 20 מבחנות.

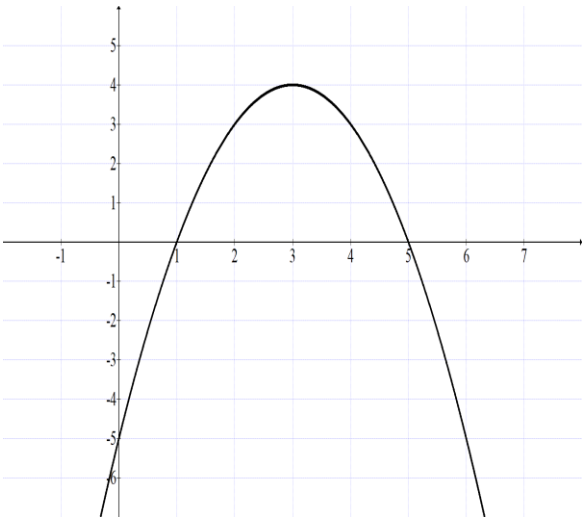
תרגיל 75 עמוד 242
סעיף א': הייצוג המתאים הוא ייצוג (1).
סעיף ב': (1) כאשר $x = 5$, $y = 1710$, כאשר $x = -2$, $y = 1248$ (לא רלוונטי), כאשר $x = 7$, $y = 1806$, כאשר $x = 60$, $y = -1480$ (לא רלוונטי), כאשר $x = 0.5$, $y = 1435.5$ (לא רלוונטי אין חצי ילד).
(2) חלק הגרף שיש לו משמעות הוא בין נקודת החיתוך עם ציר ה – y (0, 1400) לבין נקודת החיתוך הימנית עם ציר ה – x (50, 0) – תוספת של 50 ילדים, המדריך לא מקבל שכר.
סעיף ג': (1) נמצא את נקודת הקודקוד: $x_k = -\frac{72}{2\cdot(-2)} = 18$, $y_k = 2048$. הקודקוד: (18, 2048).
כאשר יתווספו 18 ילדים המחיר הכולל שישלמו הילדים יהיה הגבוה ביותר.
(2) המחיר החודשי יהיה 2,048 שקלים.
סעיף ד': (3) הולך וקטן (רואים גם מהגרף).

תרגיל 76 עמוד 243
סעיף א': הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (3).
סעיף ב': (1) כאשר $x = 4$, $y = 44,800$, כאשר $x = -1$, $y = 37,800$ (לא רלוונטי), כאשר $x = 25$, $y = -35000$ (לא רלוונטי), כאשר $x = 0.5$, $y = 40950$ (לא רלוונטי). רק לערך $x = 4$ יש משמעות, אין חצי אדם, אין הכנסות שליליות, ואין משמעות ל – $x < 0$.
(2) החלק בגרף הפונקציה הוא בין נקודת החיתוך עם ציר ה – y לבין נקודת החיתוך עם ציר ה – x.
סעיף ג': (1) $y = -200x^2 + 2000x + 40000$ $x_k = -\frac{2000}{2\cdot(-200)} = 5$, $y_k = 45000$.
הקודקוד: (5, 45000). המשמעות: תוספת של 5 קבוצות אנשים (משמע 40 אורחים) ייתן הכנסה מקסימלית.
המחיר הכולל יהיה 45,000 שקלים.
סעיף ד': (1) הולך וקטן.

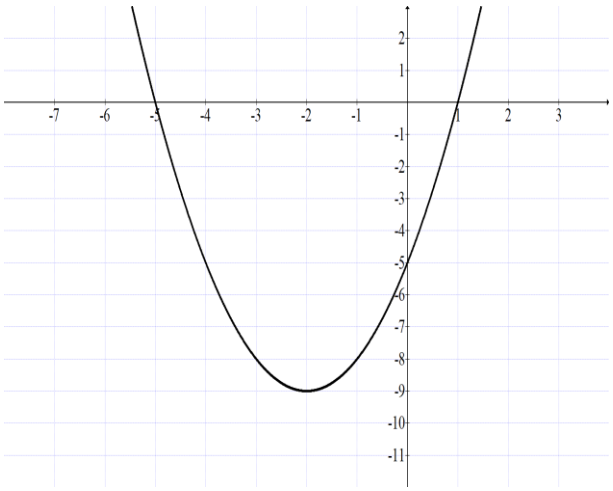
תרגיל 77 עמוד 244
בתרגיל זה מיושם כל מה שנלמד ביחידה זו, רצוי לפתור יחד עם התלמידים בכיתה לסיכום הנושא.
סעיף א': הייצוג האלגברי המתאים הוא ייצוג (2).
סעיף ב': אין משמעות לערכים שליליים של y – כל חבר בקבוצה משלם סכום כלשהו עבור הטיול.
סעיף ג': החלק המקווקו אינו מתאים לערכים שליליים של x, אין תוספת שלילית של אנשים.
סעיף ד': ללא תוספת עלות הטיול היא 1,920 שקלים.
סעיף ה': נקודה A, כאשר אין תוספת אנשים, משמע $x = 0$ זו נקודת החיתוך עם ציר ה – y.
סעיף ו': אם $x = 8$, אזי $y = 2,048$. 2,048 שקלים.
סעיף ז': (1) נכון, הצבנו $x = 8$, וקיבלנו $y = 2048$.
(2) מידע הפוך לזה של סעיף (1) וזה לא נכון, ניתן "להציב" $x = 2048$.
(3) לא נכון, אם ייאסף סכום של 2048 שקלים, זה אומר תוספת של 8 אנשים, ולא מחיר לאדם.
(4) נכון, זו נקודת המקסימום של הפונקציה.
(5) לא נכון, ככל שמתווספים יותר אנשים (מעבר ל – 8 אנשים), הסכום הכולל יורד.
(6) נכון, ראו הסבר סעיף (5).
סעיף ח': נציב $y = 1080$. $y = -2x^2 + 32x + 1920$, $1080 = -2x^2 + 32x + 1920$, $x^2 - 16x - 420 = 0$
$x = 30$, או $x = 14$ (לא הגיוני מבחינת נתוני השאלה).
סעיף ט': הצטרפו 30 חברים חדשים.
סעיף י': לא, הסכום שייאסף יהיה נמוך יותר מהסכום המקסימלי (צירוף של 8 חברים).

מאגר משימות מספר 3

רמת בסיס



1) לפניכם סרטוט של פונקציה ריבועית.
א. מצאו את ציר הסימטריה.
ב. רשמו את שיעורי נקודת הקודקוד ואפיונה.
ג. רשמו את תחום העלייה ואת תחום הירידה.
ד. רשמו את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
ה. רשמו תחום חיוביות ותחום שליליות.



2)) לפניכם סרטוט של פונקציה ריבועית.
א. מצאו את ציר הסימטריה.
ב. רשמו את שיעורי נקודת הקודקוד ואפיונה.
ג. רשמו את תחום העלייה ואת תחום הירידה.
ד. רשמו את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
ה. רשמו תחום חיוביות ותחום שליליות.

3) נתונים שלושה ייצוגים של פונקציה ריבועית.
לכל פונקציה מצאו את נקודת הקודקוד, תחומי עלייה/ירידה נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי שליליות/חיוביות

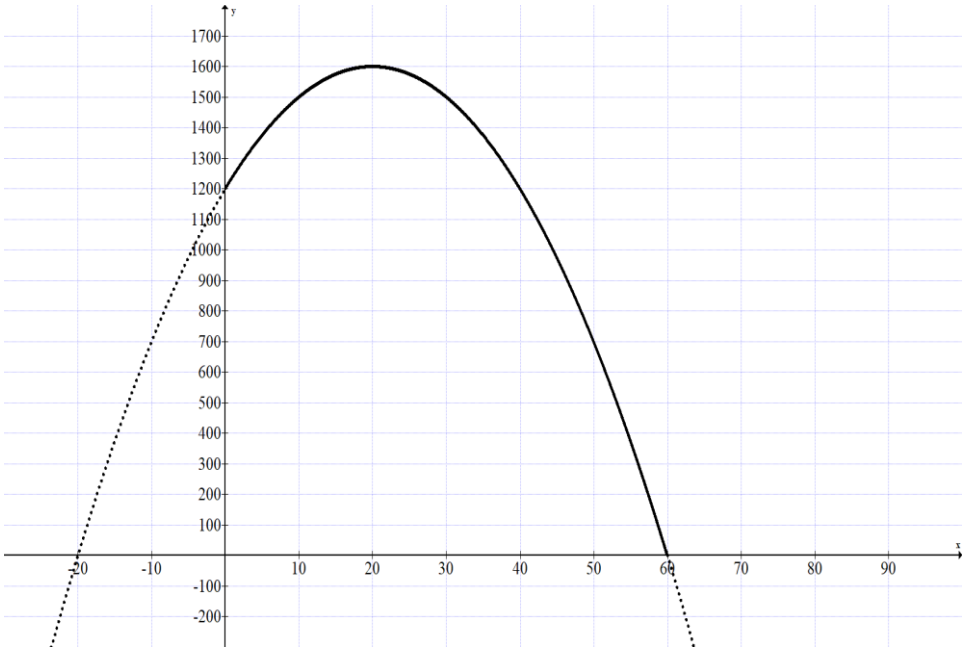
א. $y = x^2 - 2x - 15$, ב. $y = x^2 + 4x + 5$, $y = (x + 6)(2 - x)$

תשובות

1) א. $x = 3$, ב. (4, 3) מקסימום, ג. עלייה $x < 3$, ירידה $x > 3$, ד. ציר y (0, 5 -), ציר x (5 -, 0), (0, 1)
תחום שליליות $5 - < x < 1$, תחום חיוביות $x < 5 -$ או $x > 1$.
2) א. $x = 2 -$, ב. (2 -, 9 -) מינימום, ג. עלייה $x > 2 -$, ירידה $x < 2 -$, ד. ציר y (0, 5 -), ציר x (5 -, 0),
(1, 0), ה. תחום שליליות $5 - < x < 1$, תחום חיוביות $x < 5 -$ או $x > 1$.
3) א. קודקוד (16 -, 1) עלייה $x < 1$ ירידה $x > 1$, ציר y (0, 15 -), ציר x (5, 0), (3 - , 0), שליליות
$3 - < x < 5$), חיוביות $x < 3 -$ או $x > 5$. ב. קודקוד (2 -, 1), עלייה $x > 2 -$, ירידה $x < 2 -$, ציר y (0, 5),
ציר x אין, תחום חיוביות לכל x, תחום שליליות אין. ג. קודקוד (4 -, 16), תחום ירידה $x < 2 -$, תחום עלייה
$x > 2 -$, ציר y (0, 12), ציר x (6 - , 0), (2, 0), חיוביות $6 - < x < 2$, שליליות $x < 6 -$, או $x > 2$.

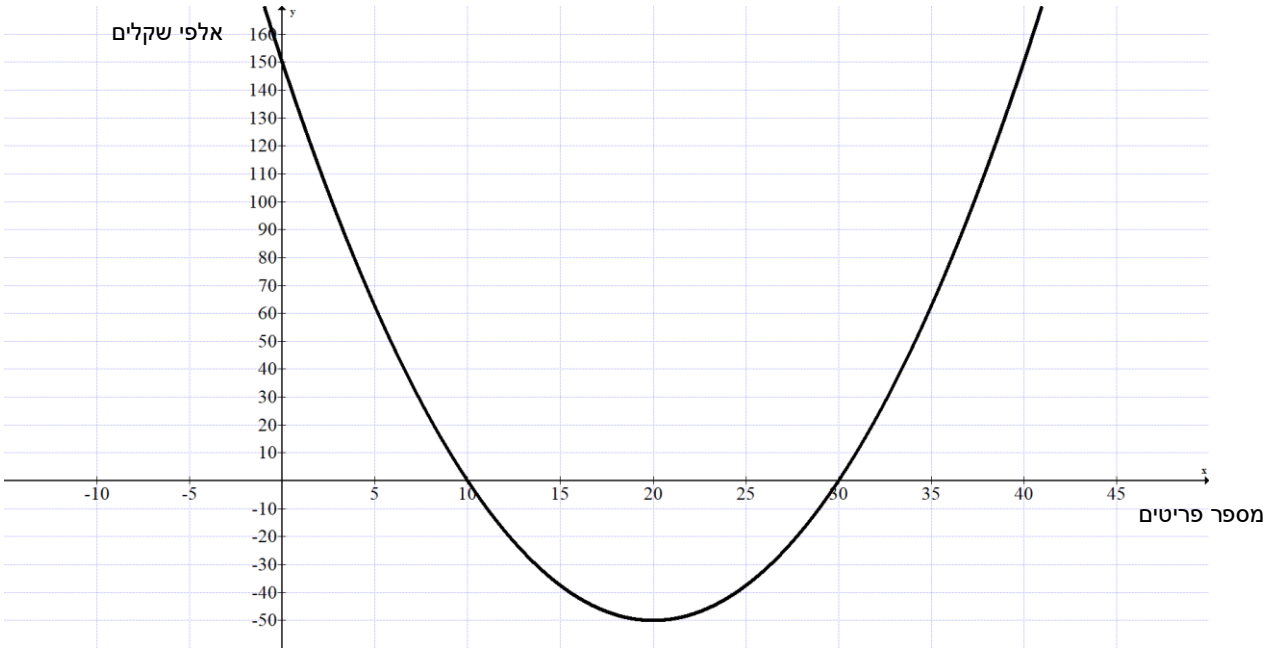
רמת הרחבה

1) מעופו של כדור שנזרק מבניין גבוה ונחת על הקרקע מתואר בגרף שלפניכם.
הגרף מייצג את גובה הכדור ביחס לקרקע.



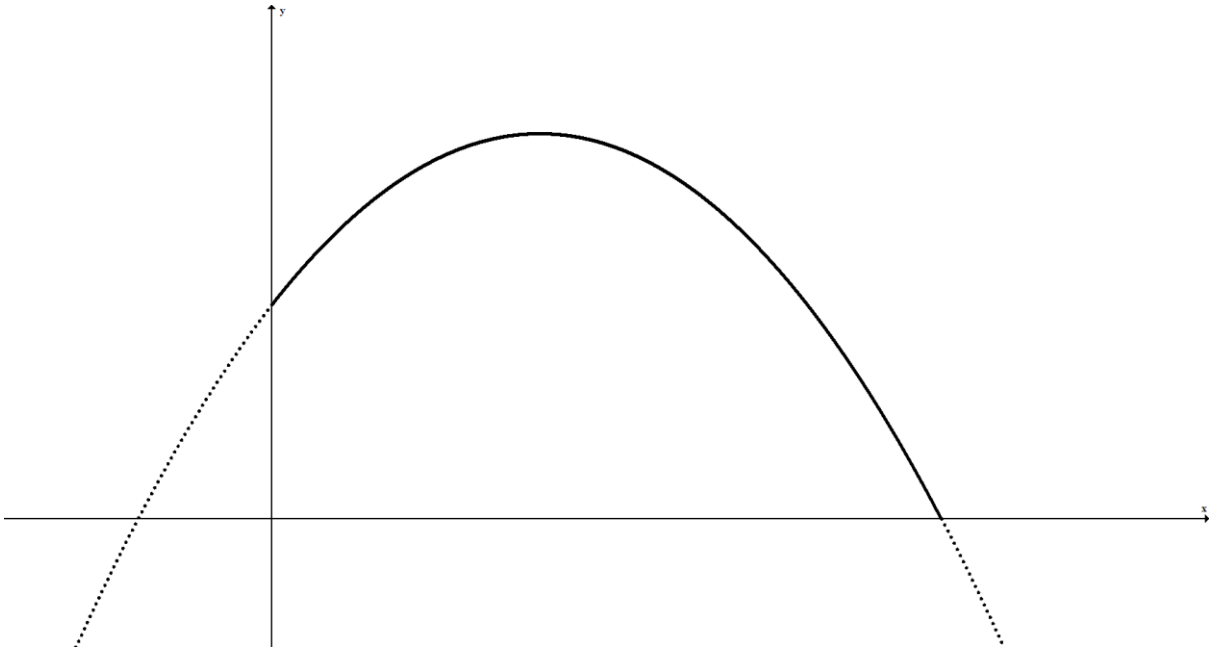
א. מדוע גרף הפרבולה מסורטט בחלקו באמצעות קווים מקווקווים?
ב. לאיזה גובה הגיע הכדור כאשר היה במרחק של 10 מ' מהבניין?
ג. כעבור כמה מטרים הגיע הכדור לגובה מקסימלי? מהו גובה זה?
ד. מהם נקודות החיתוך עם הצירים ומה משמעותם?
ה. מהי הנקודה הסימטרית לנקודה שמצאתם בסעיף ב'?
ו. מהם תחומי העלייה ותחומי הירידה ביחס לנתוני השאלה.

2) רווחי חברה התלויים במספר הפריטים שהם מייצרים, מתוארים באמצעות הגרף הבא:



א. מהם רווחי החברה כאשר אינם מייצרים פריטים?
ב. מהם שיעורי נקודת הקודקוד? מה הם מייצגים?
ג. מהם שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה – x? מה הם מייצגים?
ד. אם החברה מייצרת 40 פריטים, מהם רווחיה?
ה. מצאו את הנקודה הסימטרית למידע שקיבלתם בסעיף ד'.
ו. מהו תחום השליליות ותחום החיוביות של הפונקציה?

3) דן עומד בראש עץ וזורק אננס. גובה האננס מעל הקרקע (במ') ביחס לזמן שחלף (בשניות) מיוצג באמצעות הפונקציה: $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2\frac{1}{2}$, ובאמצעות הגרף:



א. מהם שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים? מה הן מייצגות?
ב. מצאו את ציר הסימטריה.
ג. מצאו את שיעורי נקודת הקודקוד, מה היא מייצגת?
ד. מצאו את תחומי העלייה ותחומי הירידה על-פי נתוני השאלה.
ה. מצאו את תחום החיוביות של הפונקציה.

תשובות
1) א. אין משמעות ל – x שלילי, ואין משמעות ל – y שלילי (אין גובה שלילי). ב. 1500מ', ג. 20 מ', הגובה יהיה 1500מ'. ד. (1200, 0) כאשר הכדור עדיין לא נזרק הוא היה בגובה 1200 מ', (0, 20 -) אין משמעות (0, 60) הכדור הגיע לקרקע במרחק 60 מ' מהבניין. ה. (1500, 30), ו. עלייה $0 < x < 20$, ירידה: $20 < x < 60$.
2) א. 150,000 שקלים, ב. (50 -, 20) כאשר החברה מייצרת 20 פריטים היא בהפסד של 50 אלף שקלים. ג. (0, 30), (0, 10) כאשר החברה מייצרת 10 או 30 פריטים היא לא מרוויחה ולא מפסידה. ד. 150 אלף שקלים, ה. (150, 0). ו. שליליות: $10 < x < 30$, חיוביות: $x < 10$ או $x > 30$.
3) א. ציר Y: (2.5, 0) גובה העץ ממנו נזרק האננס, (0, 1 -) אין משמעות (0, 5) אחרי 5 שניות הגיע האננס לקרקע ב. $x = 2$, ג. (4.5, 2) אחרי 2 שניות הגיע האננס לגובה המקסימלי 4.5 מ'. ד. עלייה $0 < x < 2$, ירידה $2 < x < 5$, ה. $0 < x < 5$.